COMPENDIO

DE

ARITMETICA

POR

BENJAMIN ENDARA

QUITO

IMPRENTA NACIONAL

1897

PROLOGO.

Sin otro fin que el de cooperar, de alguna manera, al adelanto de la instrucción primaria, damos á luz este "**COMPENDIO DE ARITMÉTICA**", el cual es un resumen exacto de nuestra obra extensa, (*) **netamente comercial**, y que fué declarada **texto obligatorio** por la Junta Universitaria, en sesión del 1º de Junio del presente año, para las clases superiores de las escuelas y para las de la segunda enseñanza.

El método que seguimos aquí es el mismo que consta en nuestra obra

(*) La impresión de esta obra se encuentra bastante avanzada.

grande, á saber: *En primer lugar, ponemos un ejemplo; después damos la explicación de éste, concisa pero sumamente clara; y por último, deducimos la regla respectiva.*

Con el ejemplo, atraemos la afición del alumno, de una manera suave y halagadora; con la explicación, le demostramos la verdad aritmética, á fin de que quede satisfecho, y de esta suerte lo conducimos gradualmente desde las nociones elementales hasta llegar á los conocimientos superiores.

Para que el Institutor ó Institutora pueda hacer fácil, amena y provechosa la enseñanza, damos las reglas de **Pedagogía** más indispensables, y correspondientes á las cuatro operaciones de enteros, á las de los quebrados y á las de los decimales.

En consecuencia, según el método adoptado en nuestro Compendio, el escolar no tendrá más trabajo que leer la explicación de cada ejemplo, para aprender Aritmética con grande facilidad y con aprovechamiento positivo, tanto más, cuanto que las 16 lecciones de que se compone dicho Compendio, están ilustradas con diferentes y numerosos problemas escogidos, que hacen práctico el estudio á un mismo tiempo.

Nuestro deseo y nuestro fin, al publicar este **"COMPENDIO DE ARITMÉTICA"**, no es otro que el de contribuír con este pequeño contingente al progreso de la niñez estudiosa, con tanto más ahínco, cuanto que *"el mayor bien que uno puede hacer á la República es dedicarse á enseñar á la juventud,"* según decía el Orador Romano.

Quito, Noviembre de 1897.

BENJAMÍN ENDARA.

INFORMES

Colegio Nacional de San Gabriel.

He visto y examinado con el mayor agrado el "Compendio de Aritmética" que de su obra más lata ha hecho el Sr. Benjamín Endara; y reconozco en él, por su método claro y sencillo y por la copia de ejemplos muy escogidos que contiene, el mejor resumen *para las escuelas primarias que pudiera ponerse en manos de principiantes.*

Por lo cual me complazco en dar á su autor el presente testimonio de sincera aprobación y recomendación.

Quito, Octubre 15 *de* 1897.

ENRIQUE FAURA,
De la Compañía de Jesús.

Estudiado con la debida atención el "Compendio de Aritmética" *compuesto por el señor Benjamín Endara, he encontrado que está escrito con mucha claridad y método, y muy correcto; condiciones que hacen recomendable esta obrita, á la vez que apropiada para el estudio de los niños, quienes no tienen todavía la inteligencia bien desarrollada.*

De consiguiente, mi parecer es que se lo dé á la estampa, por cuanto se hace un positivo servicio á los estudiantes de primeras letras, y aun á los profesores; pues éstos tendrán menos trabajo en la enseñanza. Quizá no aventuro en decir que un joven que ignore por completo la Aritmética, puede aprenderla en este tratado, sin necesidad de la explicación del maestro.

Quito, Octubre 18 de 1897

FIDEL SOSA.

Después de examinado prolijamente el "Compendio de Aritmética" *escrito por el Sr. Benjamín Endara, puedo asegurar que lo hallo muy á propósito para* *la enseñanza de los niños, así por la excelencia del método, como por la suma claridad y sencillez del estilo, al par que por los numerosos problemas escogidos para ilustrar cada lección.*

Por estas razones, es muy recomendable la Aritmética del señor Endara, y le doy los más cumplidos parabienes por el inmenso servicio que hace á la niñez estudiosa.

Quito, Octubre 20 *de* 1897.

ADOLFO GÉHIN,
Ingeniero Civil.

AUGUSTO N. MARTÍNEZ, Director del Observatorio Astronómico y Meteorológico de Quito, certifica en debida forma:

Que ha examinado con atención el "Compendio de Aritmética" *escrito por el señor Benjamín Endara, y se complace en afirmar, según su leal saber y entender, que dicha obrita, por su precisión, la claridad del método y la exposición de las doctrinas, es la* más adecuada *que se ha escrito para la enseñanza prima-*

ria de la difícil ciencia de la Aritmética. Es cuanto puede informar en obsequio de la verdad.

Quito, Octubre 20 *de* 1897.

AUGUSTO N MARTÍNEZ.

He tenido ocasión de examinar el "Compendio de Aritmética" *compuesto por el señor Benjamín Endara, el cual es un resumen de la* "ARITMÉTICA COMERCIAL" *también escrita por dicho señor, y que fué declarada por la Junta Universitaria de esta capital como texto para la instrucción secundaria. Hoy, este Compendio viene á prestar un positivo servicio á la instrucción primaria; pues el método adoptado por el autor de ir del ejemplo á la explicación y de aquí á la regla como consecuencia, no fatiga el entendimiento del niño; antes, por el contrario, le atrae al estudio, ora por la novedad, ora por lo práctico de los problemas, é insensiblemente aprende sin dificultad, y desarrolla sus facultades intelectuales también de una manera práctica. Tanto por estas consideraciones, cuanto porque* *facilita el presente texto el estudio de la Aritmética superior, no hay duda que, con la publicación de su obra, el señor Endara ha hecho un positivo bien, ya á los maestros por las reglas de enseñanza que en ella se dan, y ya á los discípulos por el método sencillo y claro, que es tan necesario para los que empiezan el estudio de la ciencia de los números.*

Quito, Octubre 28 de 1897.

J. GUALBERTO PÉREZ.
Ingeniero de Estado

Con detención examiné el "Tratado de Aritmética" *que el señor Benjamín Endara sujetó á la aprobación de la Junta Universitaria, y lo hallé* muy adecuado *para servir de texto.*

La claridad proveniente de la acertada elección del método; la amplitud y la sencillez de los ejemplos y de las explicaciones que preceden á la regla, hacen muy recomendable la obra; porque de tal manera facilitan el aprendizaje, que en la generalidad de casos, muy poco dejan para labor del maestro.

A esto se añade que cierta novedad introducida en los ejemplos, como las breves relaciones históricas que traen, dan á la obra alguna amenidad, que contribuirá en mucho para disminuír el cansancio y la aridez que, de ordinario, encuentran los alumnos en el trato con los números.

Por otra parte, el "Tratado" *me pareció de los más completos, por cuanto á la Aritmética general junta la enseñanza particular de las transacciones y del modo del cambio á que obedece el comercio interno de nuestra República, materia importante en que deben versarse nuestros educandos, sobre todo ahora que las relaciones entre el litoral y la sierra vienen siendo más íntimas é indispensables.*

El "Compendio" *que de su obra ha hecho el señor Endara, está, según lo he examinado, conforme en todo á ella; y en virtud de lo dicho antes, opino que es* muy á propósito *para servir de texto en las escuelas de instrucción primaria.*

Quito, Noviembre 5 de 1897.

Luis Felipe Sarrade.

COMPENDIO

DE

ARITMETICA.

LECCION PRIMERA.

Qué se llama cantidad?

Todo lo que se puede medir ó contar, como la superficie de un terreno, un montón de naranjas.

Qué se llama unidad?

Una cantidad que se elige para medir otra de la misma especie.

Ejemplo.— Si se toma una vara, y se mide con ésta una pieza de paño, la *unidad* es la vara, y la *cantidad* es el paño.

Qué se llama número?

El resultado de medir una cantidad con una unidad de la misma especie.

Ejemplo.—Si se toma una vara, y se mide con ésta una pieza de merino, y sucede que la vara cabe veinte veces en el merino, este resultado *veinte* es el que se llama *número.*

De cuántas maneras es la cantidad?

De dos: continua y discontinua.

Qué es cantidad continua?

La que está formada de partes unidas entre sí, como la superficie de un terreno, la pared de un edificio.

La cantidad continua es *mensurable* y *numerable,* es decir, se puede *medir* y *contar.*

Qué es cantidad discontinua ó discreta?

La que está formada de objetos semejantes y separables, como un tercio de manzanas.

La cantidad discontinua es solamente *numerable,* es decir, no hay más que contar los objetos, tomando uno de éstos como punto de partida.

De cuántas maneras es la unidad?

De cuatro: concreta y abstracta, entera y fraccionaria.

Qué es unidad concreta?

La que representa un ser material ó inmaterial: material, como una casa, un libro; inmaterial, como el alma humana, un ángel.

Qué es unidad abstracta?

La que se expresa simplemente con las palabras *uno* ó *una*.

Qué es unidad entera?

La que representa un objeto completo, y que no haga parte de otro, como un libro, una mesa.

Qué es unidad fraccionaria?

La que representa una parte de una unidad entera, dividida ó considerada dividida en partes iguales, como un cuarto de hora, una tercia de vara.

NUMERACIÓN VERBAL.

Qué se llama numeración?

El arte de expresar todos los números con pocas palabras.

De cuántas maneras es la numeración?

De dos: verbal y escrita.

En qué consiste la numeración verbal?

En dar ciertos nombres convencionales á los números.

Cuáles son los nombres de los primeros números?

Los siguientes: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho y nueve.

Advertencia.—No seguimos exponiendo los nombres de los números, desde 9 hasta un millón, por ejemplo, porque los suponemos enseñados y aprendidos, según todas las reglas de la suma.

NUMERACIÓN ESCRITA.

En qué consiste la numeración escrita?

En representar todos los números por medio de ciertos signos convencionales, que se llaman *cifras*.

Cuáles son estos signos?

Los siguientes: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

Advertencia.—Suponemos también que los niños y niñas saben escribir con perfección todas las cifras, según la regla 9ª que dimos en la división.

Cómo se llaman las nueve cifras primeras?

Se llaman *significativas*, porque representan algún valor.

Cómo se llama el cero?

Símbolo de la nada, porque no representa ningún valor.

Qué otro nombre tienen las cifras significativas?

Números dígitos, porque tienen su origen en los dedos de las manos.

Combinando los dígitos, unos con otros, y con el cero, resultan los números compuestos.

Cómo se forma el número 2, el 3 y los demás hasta el 9?

De la siguiente manera: se agrega una unidad al número 1, y resulta el 2; á éste se agrega otra unidad, y resulta el 3, etc.

Qué clase de unidades expresa cada uno de los nueve primeros números?

Unidades simples ó de primer orden.

Cómo se llama el conjunto de diez unidades?

Decena ó unidades de segundo orden.

Cómo se forman los números desde 9 hasta 100?

De la siguiente manera: se agrega una unidad al 9, y resulta 10; á este número se agrega otra unidad, y resulta 11, etc.

Cómo se llama el conjunto de diez decenas?

Centena, ciento ó unidades de tercer orden.

PROBLEMAS.

1º Una calle, un camino carretero, las paredes de un templo, un árbol, un cabestro, un telégrafo, un para-rayos, un puente, una llanura, ¿qué clase de cantidades son? Rp. Continuas ó concretas.

2º Una escuela, un colegio, una arboleda, un rebaño, una docena de libros, un millar de sucres, un ejército, ¿qué clase de cantidades son? Rp. Abstractas.

3º Un tintero, una pluma, un libro, una mesa, un lápiz, una silla, ¿qué clase de cantidades son? Rp. Enteras.

4º Dos tercias de vara, tres cuartos de hora, ¿qué clase de unidades son? Rp. Fraccionarias.

LECCION SEGUNDA.

SISTEMA DECIMAL DE NUMERACIÓN.

Qué se llama sistema decimal de numeración?

El arte de representar todos los números con sólo diez cifras.

Cuántos valores tiene toda cifra significativa?

Dos: uno absoluto y otro relativo.

De qué depende el valor absoluto?

De la forma que tenga la cifra.

Ejemplo.—El 2 valdrá siempre 2, con tal que esté solo.

De qué depende el valor relativo?

Del lugar que ocupe la cifra.

Ejemplo.—En 16 y en 62, el 6 primero vale 6 unidades simples, porque ocupa el primer lugar de la derecha para la izquierda; pero el segundo 6 vale 6 decenas, porque ocupa el segundo lugar de la derecha para la izquierda.

En cuántas convenciones está fundado el sistema decimal de numeración?

En tres:

1ª Toda cifra colocada á la izquierda de otra, representav alores diez veces mayores que los que representa la cifra inmediata de la derecha.

2ª El orden de valores que representa una cifra, depende del lugar que ocupa.

3ª Cuando la cifra que figure en un número compuesto, sea el cero, quiere decir que dicho número no tiene valores del orden que indica el lugar ocupado por el cero.

LECTURA DE NÚMEROS COMPUESTOS.

Ejemplo 1º—Sean los números 8, 7, 4, 5; y suprimiendo las comas, quedan así: 8745.

Explicación.—La cifra 5 representa sólo cinco unidades simples, que constituyen el *primer orden*. La cifra 4 representa las unidades del segundo orden, que se llaman *decenas;* porque la cifra 4 ocupa el segundo lugar, partiendo de la derecha para la izquierda, y no representa simplemente cuatro unidades sino cuarenta unidades, que hacen 4 decenas, puesto que cada diez unidades forman una decena.

La cifra 7 representa las unidades del *tercer orden*, que se llaman *centenas ó cientos.*

La cifra 8 representa las unidades del *cuarto orden*, que se llaman *miles* ó *millares.*

El número se lee así:

Ocho millares, siete centenas, cuatro decenas, cinco unidades, ó más sencillamente: ocho mil setecientos cuarenta y cinco.

Ejemplo 2º—Sea el número siguiente:

48 276 945 103 026 542 112

Explicación 1ª—Para leer este número, se lo divide, de derecha á izquierda, en grupos de á seis cifras, así: 48 276945 103026 542112.

En la parte superior, y á la derecha de la cifra 6 del segundo grupo, se escribe un 1, que significa *millón.* En el tercer grupo se escribe un 2, que significa *billón,* pero en la parte superior y á la derecha de la cifra 5. En el cuatro grupo, que sólo consta de dos cifras, se escribe un 3, que significa *trillón,* pero en la parte superior, y á la derecha de la cifra 8, así:

$$48^{3}276945^{2}103026^{1}542112$$

Explicación 2ª—Ahora se divide cada grupo en dos de á tres cifras, por medio de un punto, que significa *mil;* pero el punto se escribe en la parte inferior, y á la derecha de la cuarta cifra, así:

$$48^{3}276.945^{2}103.026^{1}542.112$$

Una vez dividido el número de esta manera, se lee así:

Cuarenta y ocho trillones; doscientos setenta y seis mil, novecientos cuarenta y cinco billones; ciento tres mil, veintiséis millones; quinientos cuarenta y dos mil, ciento doce unidades.

Explicación 3ª—Todo grupo consta de tres cifras, y se leen separadamente así, comenzando de la derecha para la izquierda:

Unidades, decenas, centenas simples.

Las cifras del segundo grupo se leen así:

Unidades de millar, decenas de millar, centenas de millar.

Las del tercer grupo se leen así:

Unidades de millón, decenas de millón, centenas de millón.

Las del cuarto grupo se leen así:

Unidades de millar de millón, decenas de millar de millón, centenas de millar de millón.

Las del quinto grupo se leen así:

Unidades de billón, decenas de billón, centenas de billón.

Las del sexto grupo se leen así:

Unidades de millar de billón, decenas de millar de billón, centenas de millar de billón.

Las del séptimo se leen así:

Unidades de trillón, decenas de trillón.

Advertencia.—El último grupo de la izquierda puede constar de todas tres cifras, ó de dos, ó de una.

Explicación 4ª—El primer grupo de la derecha se llama *grupo de las unidades simples;* el segundo, *grupo de los millares;* el tercero, *grupo de los millones;* el cuarto, *grupo de los millares de millón;* el quinto, *grupo de los billones;* el sexto, *grupo de los millares de billón;* y el séptimo, *grupo de los trillones.*

Explicación 5ª—En el tercer grupo, que es el de los millones, no hay centenas, y por esto se escribe un cero, á fin de que no quede vacío ese lugar.

En el cuarto grupo no hay decenas, y por esto se escribe cero, á fin de que no quede vacío ese lugar.

Ejemplo 2º—Sea el número siguiente:

89542069328054100976000923863

Con vista de las explicaciones que anteceden, el número propuesto se escribe así:

89.542^{4}069.328^{3}054.100^{2}976.000^{1}923.863

Explicación 1ª—El séptimo grupo se llama *grupo de los trillones;* el octavo, *grupo de los millares de trillón;* el noveno, *grupo de los cuatrillones;* y el décimo, *grupo de los millares de cuatrillón.*

Explicación 2ª—En el grupo de los millones no hay unidades, decenas, ni centenas, y por esto se escriben tres ceros. Lo mismo se hace en todo grupo donde no hay cifra ó cifras significativas.

El número propuesto se lee así:

Ochenta y nueve mil, quinientos cuarenta y dos cuatrillones; sesenta y nueve mil, *trescientos veintiocho trillones; cincuenta y cuatro mil, cien billones; novecientos setenta y seis mil millones; novecientos veintitrés mil, ochocientos sesenta y tres unidades simples.*

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para leer un número compuesto de varias cifras, se lo divide, de derecha á izquierda, en grupos de á seis. En la derecha del segundo grupo, y hacia la parte superior, se escribe un uno (1), que significa millón. En cada uno de los grupos siguientes, y en el mismo lugar, se escribe un dos (2), un tres (3), etc., que significa billón, trillón, etc. En seguida se divide cada grupo en dos de á tres cifras, por medio de un punto, que significa mil, el cual se escribe á la derecha y en la parte inferior de la cuarta cifra. Por último, se lee el número, de izquierda á derecha, pronunciando las palabras cuatrillón, trillón, billón, millón, donde haya* 4, 3, 2, 1; *y mil, donde haya punto.*

ESCRITURA DE NÚMEROS COMPUESTOS.

Ejemplo 1º—Sea el número veintidós millones; trescientos cuarenta y cinco mil, treinta y siete unidades, el cual se escribe así: $22^{1}345.037$

Ejemplo 2º—Sea el número un millón y medio, el cual se escribe así: $1^{1}500.000$ Decir millón y medio es lo mismo que decir un millón quinientos mil.

Ejemplo 3º—El número quinientos sesenta y dos trillones, cuatrocientos millones, catorce unidades simples, se escribe así:

$$562^{3}000.000^{2}000.400^{1}000.014$$

Explicación.—Como faltan el grupo de los millares de billón, el de los billones y el de los millares de millón, se reemplazan estos tres grupos con nueve ceros, y se escriben el signo del billón y el de mil en los lugares correspondientes.

En el grupo de los millones no hay unidades ni decenas, y por esto se escriben dos ceros; en el grupo de los millares se escriben tres ceros, porque no hay unidades, decenas ni centenas.

En el grupo de las unidades simples no hay centenas, y por esto se escribe un cero.

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para representar un número compuesto de varias cifras, se lo escribe, de izquierda á derecha, en grupos de á tres. En el lugar en que se pronuncien las palabras cuatrillón, trillón, etc., se escribe un 4, un 3, etc., en la derecha del grupo respectivo y en la parte superior. En el lugar en que se pronuncie la palabra mil, se escribe un punto en la derecha del grupo respectivo, y en la parte inferior. Cuando no se dicten cifras significativas, se llenan con ceros los lugares correspondientes.*

PROBLEMAS.

Léanse los número siguientes:

1º 35.860'049.385'321.009

2º 9.600'000.089'700.000

3º 7853.400'725.012

4º 12'345.679

Escríbanse los números siguientes:

1º Dos millones y medio. Rp. $2^{1}500.000$.

2º Setenta y dos trillones, novecientos millones. Rp. $72^{3}000.000^{2}000.900^{1}000.000$.

3º Veinte cuatrillones, cincuenta y cinco billones. Rp. $20^{4}000.000^{3}000.055^{2}000.000^{1}000.000$.

4º Siete quintillones, noventa y dos trillones, cuatro mil unidades simples.[1]

5º Dos sextillones, cuarenta y ocho cuatrillones, doce mil unidades simples.[2]

6º Medio millón. Rp. 500.000.

(1) Rp. $7^{5}000.000^{4}000.092^{3}000.000^{2}000.000^{1}004.000$.

(2) Rp. $2^{6}000.000^{5}000.048^{4}000.000^{3}000.000^{2}000.000^{1}012.000$.

LECCION TERCERA.

CLASIFICACIÓN DEL NÚMERO.

¿Cuántas clases de números resultan de medir una cantidad con una unidad de la misma especie?

Tres: entero, quebrado y mixto.

Qué es número entero?
Una unidad entera ó una colección de unidades enteras, como una vara, tres varas.

De cuántas maneras es el número entero?
De dos: simple y compuesto.

Qué es número simple ó dígito?
El que está representado por una sola cifra, como 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

Qué es número compuesto?
El que está representado por dos ó más cifras, como 12, 13, 428 y 6325.

Qué es número quebrado?
El que expresa una ó más partes iguales de una unidad entera, como un cuarto de hora, tres cuartos de hora. Se escriben así: $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$.

Qué es número mixto?
El que se compone de entero y quebrado, como nueve varas y media, dos horas tres cuartos. Se escriben así: $9^{v}\frac{1}{2}$, $2^{h}\frac{3}{4}$.

Qué es número par?
El que se puede dividir en dos partes iguales y enteras, como 2, 4, 6, 8, etc.

Explicación.—El 2 se divide en uno más uno, etc.

Qué es número impar?
El que no se puede dividir en dos par-

tes iguales y enteras, como 3, 5, 7, 9, etc.

Qué es número concreto?

El que determina la naturaleza de la unidad de que está formado, como tres naranjas, cinco sucres.

Qué es número abstracto?

El que no determina la naturaleza de la unidad de que está formado, como 2, 4.

De cuántas maneras es el número concreto?

De dos: *complejo* é *incomplejo*.

Qué es número complejo ú homogéneo?

El que consta de unidades de diferentes especies, reductibles á una sola.

Ejemplo 1º—Un siglo tiene 100 años; un año, 12 meses; un mes, 4 semanas; una semana, 7 días; un día, 24 horas; una hora, 60 minutos; un minuto, 60 segundos; un segundo, 60 terceros.

Ejemplo 2º—Una tonelada tiene 20 quintales; un quintal, 4 arrobas; una arroba, 25 libras; una libra, 16 onzas.

Qué es número incomplejo ó heterogéneo?

El que no consta de unidades de diferentes especies, reductibles á una sola, como 4 quintales.

Qué otro nombre tienen los números complejos?

Denominados.

DEFINICIÓN DE LA ARITMÉTICA.

Qué es Aritmética?

La ciencia de los números.

¿Cómo se llaman las diversas combinaciones que se hacen con los números?

Operaciones.

¿Cuántas son las principales operaciones que se hacen con los números?

Cuatro: *suma*, *resta*, *multiplicación* y *división*.

Qué se llama axioma?

Una verdad evidente por sí misma, como el todo es mayor que la parte, dos cosas iguales á una tercera son iguales entre sí.

Qué se llama problema?

Una cuestión que se propone para que sea resuelta.

Qué se llama teorema?

Una cuestión que se propone para que sea demostrada.

Qué se llama escolio?

Una observación que se hace sobre un problema ya resuelto ó sobre un teorema ya demostrado; pero también se hace sobre cualquier otro punto.

Qué se llama regla?

La ley que debe seguirse en un procedimiento, para llegar al resultado de un problema ó de un teorema.

PROBLEMAS.

1º ¿Qué clase de números son ocho manzanas, veinte sucres, cinco mesas, doce libros y seis lápices? Rp. Enteros.

2º ¿Qué clase de números son tres reales y medio, cinco reales y cuartillo, dos horas tres cuartos? Rp. Quebrados.

3º Los números 24, 26, 30, 38 y 42, ¿son pares ó impares? Rp. Pares.

4º Los números 11, 15, 19, 23, 45 y 69, ¿son pares ó impares. Rp. Impares.

5º ¿Es complejo ó incomplejo el número 8 sucres, 7 décimos y 5 centavos? Rp. Complejos.

6º ¿Es denominado el número 4 libras esterlinas, 12 chelines y 9 peniques? Rp. Si.

Advertencia.—La libra esterlina es unidad de moneda de oro en Inglaterra, y se divide en 20 chelines, y el chelín en 12 peniques.

LECCION CUARTA.

SUMA DE NÚMEROS ENTEROS.

Qué cosa es sumar?

Reunir en un solo número todas las unidades de una misma especie, contenidas en dos ó más números dados.

Cómo se llama el resultado de esta operacion?

Suma ó total.

Cómo se llaman los números dados?

Sumandos, cantidades ó partidas.

Qué condición deben tener los sumandos?

Deben ser de una misma especie, para poder reunirlos en un solo número.

De qué especie es la suma ó total?

De la misma de la de los sumandos.

Se puede sumar libros con bancas, por ejemplo?

No, porque no son de una misma especie.

Cuál es el signo de la suma?

Una cruz perpendicular +, y se llama *signo más.*

Cuándo se emplea este signo?

Regularmente cuando los sumandos son números dígitos. Se escriben entonces en línea horizontal, y en medio de cada uno el signo más. También se escriben dichos sumandos unos debajo de otros.

¿Qué otro signo se usa con frecuencia en cada una de las cuatro operaciones?

El signo igual, que consiste en dos pequeñas líneas horizontales = La cantidad ó cantidades que están antes del signo, son iguales á la cantidad ó cantidades que están después del signo.

Cuántos casos ocurren en la suma de números enteros?

Tres:

1º *Sumar un dígito con otro dígito.*

2º *Sumar un compuesto con un dígito.*

3º *Sumar números compuestos cualesquiera.*

Advertencia.— El maestro y maestra deben ejercitar bien á los niños y niñas en el cálculo de memoria, según las reglas 1ª y 2ª que quedan expuestas al principio, á fin de resolver sin dificultad los dos primeros casos de la suma. Sin embargo, damos á continuación las explicaciones y reglas respectivas.

Ejemplo.—Se quiere sumar 4 con 3

Explicación.—Se agrega tres veces la unidad al 4, porque el número 3 está formado de la unidad repetida tres veces, así:

$$4+1+1+1=7$$

También se hace esta suma, agregando cuatro veces la unidad al número 3, así:

$$3+1+1+1+1=7$$

De donde:

$$4+3=7, \quad ó \quad 3+4=7$$

ó también:

$$\begin{array}{r} 4 \\ \underline{3} \\ 7 \end{array}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para sumar un dígito con*

otro dígito, se agregan al primero las unidades contenidas en el segundo, ó viceversa.

Ejemplo 1º del segundo caso—Se quiere sumar 7.485 con 3

Explicación.—Se escribe el dígito debajo de la cifra de las unidades del compuesto, y luego se traza una línea horizontal de longitud conveniente:

$$\begin{array}{r} 7.485 \\ \underline{3} \end{array}$$

Ahora se dice: 5 y 3 son 8 unidades; y como esta suma no pasa de 9, se la escribe debajo de la línea, y luego se repiten las decenas, centenas, etc., así:

$$\begin{array}{r} 7.485 \\ \underline{3} \\ 7.488 \end{array}$$

Ejemplo 2º—Se quiere sumar 7.894 con 9

Explicación.—Lo mismo que en el ejemplo anterior, se escribe el dígito debajo del compuesto, y se traza una pequeña línea horizontal, así:

$$\begin{array}{r} 7.894 \\ \underline{9} \end{array}$$

Ahora se dice: 4 y 9 son 13 unidades, en las cuales hay una decena, y sobran 3 unidades. Estas se escriben debajo de la línea, y se agrega la decena á las decenas respectivas, diciendo: 9 y 1 son 10 decenas, en las cuales hay una centena, y no sobra ninguna decena. Se escribe un cero en el lugar de las decenas, y se agrega la centena á las centenas respectivas, diciendo: 8 y 1 son 9. Esta suma se escribe debajo de la línea, y luego se repite el 7, así:

$$\begin{array}{r} 7.894 \\ \underline{9} \\ 7.903 \end{array}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para sumar un compuesto con un dígito, se escribe éste debajo de la cifra de las unidades del compuesto, y luego se traza una línea horizontal de longitud conveniente. Después se agregan las unidades del compuesto á las del dígito; la suma se escribe debajo de la línea, si es que no pasa de nueve; pero si pasa de nueve, entonces se averigua la decena conteni-*

da en dicha suma para agregarla á las decenas, y se repite cada una de las cifras del compuesto.

Ejemplo del tercer caso.—Se quiere sumar 742 con 593 y 78

Explicación.—Se escriben los sumandos unos debajo de otros, de modo que las unidades se correspondan con las unidades, etc., y se traza una pequeña línea horizontal, así:

$$\left.\begin{array}{r} 742 \\ 593 \\ \underline{78} \end{array}\right\} \textit{sumandos.}$$

Ahora se dice: 2 y 3 son 5, y 8 son 13 unidades, en las cuales hay una decena, y sobran 3 unidades. Estas se escriben debajo de la línea, y en frente de la columna de las unidades, y se agrega la decena á las decenas respectivas, diciendo: 4 y 1 son 5, y 9 son 14, y 7 son 21 decenas, en las cuales hay 2 centenas, y sobra 1 decena. Esta se escribe debajo de la línea, y en frente de la columna de las decenas, y se agregan las 2 centenas á las centenas respectivas, diciendo: 7 y 2 son 9, y 5 son 14. Esta suma se escribe debajo de la línea, y en frente de la columna de las centenas, así:

742
593
78
1.413 (total)

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para sumar dos ó más números compuestos, se escriben unos debajo de otros, de modo que las unidades se correspondan con las unidades, las decenas con las decenas, etc., y se traza una línea horizontal de longitud conveniente por debajo del último número, para separarlo de la suma que resulte. Se suma de arriba para abajo, comenzando por la columna de las unidades. Si la suma no pasa de nueve, se la escribe debajo de la línea; pero si pasa de nueve, se averigua entonces la decena ó decenas contenidas en dicha suma, para agregarlas á las decenas respectivas, después de escribir las unidades debajo de la línea, y así sucesivamente.*

Cómo se prueba la suma?
Por la misma suma.
De qué modo?
Sumando de abajo para arriba; y si la suma es igual á la primera, puede asegurarse que la operación está bien hecha.
En cuántos casos se hace uso de la suma?
En uno, esto es, siempre que se trate de reunir en un solo número todas las unidades de una misma especie, contenidas en dos ó más números dados.
Qué se llama prueba de una operación?
Otra operación que tiene por objeto comprobar si la primera ha sido bien ó mal ejecutada.

Escolio.—Desde 10 hasta 19, se lleva 1; desde 20 hasta 29, 2; desde 30 hasta 39, 3; desde 40 hasta 49, 4; desde 50 hasta 59, 5; desde 60 hasta 69, 6; desde 70 hasta 79, 7; desde 80 hasta 89, 8; desde 90 hasta 99, 9; y en 100, se lleva 10.

PROBLEMAS.

1º Un joven ha pasado 8 años en el hogar doméstico; 10 en la Universidad; 6

como abogado; 3 como Ministro de lo Interior; 2 como Senador; 4 como Enviado Extraordinario. Cuántos años tiene en la actualidad? Rp. 33.

2º Un comerciante vende 500 sucres de ropa en un día; en otro vende 326; en otro, 622; y por último, 314. Cuál es el valor total de la venta? Rp. 1762.

3º Un General ha presentado tres batallas: en la primera ha perdido 368 soldados; en la segunda, 479; y en la tercera, 525. Cuál es la pérdida sufrida? Rp. 1372.

4º Tres albañiles empiedran una calle: el 1º empiedra 363 metros; el 2º, 325; y el 3º, 95. Cuántos metros han empedrado todos tres? Rp. 783.

5º Bolívar nació en 1783, y murió á los 47 años de edad. Cuál es el año de la muerte? Rp. 1830.

6º Cristóbal Colón, nacido en 1436, descubrió la América á los 56 años de edad. En qué año se verificó el descubrimiento? Rp. 1492.

7º El mismo Colón, nacido en 1436, murió á los 70 años de edad. Cuál es el año de su muerte? Rp. 1506.

8º Ricaurte, que nació en 1786, murió á los 28 años de edad. Cuál es el año de su muerte? Rp. 1814.

9º Un joven cuenta 18 años de edad. Cuántos tendrá dentro de 12? Rp. 30

10 Un padre contaba 27 años, cuando le nació un hijo; y cuando éste cumplió 18 años, murió el padre. De cuántos años murió el último? Rp. 45.

11 Una persona construye una casa: en las paredes gasta 480 sucres; 320 en compra de madera; 236 en compra de tejas; 199 en ladrillos. ¿A cuánto asciende el gasto hecho hasta aquí? Rp. 1235.

LECCION QUINTA.

RESTA DE NÚMEROS ENTEROS.

Qué se llama sustracción ó resta?

Una operación que tiene por objeto quitar de un número mayor tantas unidades cuantas tenga otro número menor.

agregadas al 3, dan el número 5, así: $3+2=5$; luego el número 2 es la diferencia que hay entre 5 y 3, así: $5-3=2$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para restar un número dígito de otro dígito, se resta del primero tantas veces la unidad cuantas tenga el segundo, ó también, se averigua cuántas unidades faltan á las del sustraendo, para ser éste igual al minuendo, y el número de dichas unidades es la diferencia que se busca.*

Ejemplo del segundo caso.—Se quiere restar de 16 el número 4

Explicación 1ª—Lo mismo que en el ejemplo anterior, se resta cuatro veces la unidad del número 16, así:

$$16-1=15-1=14-1=13-1=12;$$

$$\text{luego } 16-4=12$$

Explicación 2ª—También se averigua cuántas unidades faltan á las del sustraendo 4, para ser éste igual al minuendo 16, y dichas unidades son 12; luego este número expresa la diferencia que hay entre 16 y 4, así: 16—4=12

Explicación 3ª—Igualmente se escribe el sustraendo debajo de la cifra de las unidades del minuendo, y en seguida se traza una pequeña línea horizontal, así:

$$\begin{array}{r} 16 \\ \underline{\ \ 4} \end{array}$$

Ahora se dice: 6 menos 4 son 2. Este resultado se escribe debajo de la línea, y luego se repite la cifra 1, así:

$$\begin{array}{rl} 16 & \text{minuendo} \\ \underline{\ \ 4} & \text{sustraendo} \\ 12 & \text{diferencia} \end{array}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para restar un dígito de un número menor que 20, se resta del minuendo tantas veces la unidad cuantas tenga el sustraendo, para ser éste igual al minuendo, y el número de dichas unidades es la diferencia que se busca.*

Ejemplo del tercer caso.—Se quiere restar 263 de 584

Explicación.—Se escribe el sustraendo debajo del minuendo, de modo que las unidades se correspondan con las unidades, las decenas con las decenas, etc., y luego se traza una pequeña línea horizontal, así:

$$\begin{array}{r} 584 \\ \underline{263} \end{array}$$

Ahora se dice: 4 menos 3, 1; 8 menos 6, 2; 5 menos 2, 3, así:

$$\begin{array}{r} 584 \\ \underline{263} \\ 321 \end{array}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para restar dos números compuestos, cuando todas las cifras del minuendo son mayores que las del sustraendo, se resta cada cifra del sustraendo de la correspondiente del minuendo, comenzando por la columna de las unidades, lo cual equivale á restar un dígito de otro dígito, como en el primer caso.*

Ejemplo del cuarto caso.—Se quiere restar 392 de 748

Explicación.—Lo mismo que en el ejemplo anterior, se escribe el sustraendo debajo del minuendo, así:

$$\begin{array}{r} 748 \\ \underline{392} \end{array}$$

Ahora se dice: 8 menos 2, 6. No puede restarse la columna de las decenas, porque la cifra 4 es menor que la cifra 9. Entonces se toma 1 centena de la cifra 7: esta centena se compone de 10 decenas que, sumadas con las 4, hacen 14 decenas, y se dice: 14 menos 9, 5. En seguida se disminuye á las 7 centenas la centena que se tomó, y se dice 6 menos 3, 3, así:

$$\begin{array}{r} 748 \\ \underline{392} \\ 356 \end{array}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para restar dos números compuestos, cuando no todas las cifras del minuendo son mayores que las del sustraendo, se resta cada cifra del* *sustraendo de la correspondiente del minuendo; pero se agrega una decena, centena, etc., á la respectiva cifra del minuendo, si es menor que la del sustraendo, y se disminuye la decena, centena, etc., á la correspondiente cifra del minuendo.*

Escolio 1º—Cuando en el minuendo figuren uno, dos ó más ceros, entonces valen 9 todos ellos, menos el primero de la derecha, que vale 10, á no ser que sufra modificación dicho cero, y entonces vale 9 como los demás.

Ejemplo 1º

$$\begin{array}{r} 96.000 \\ \underline{74.328} \\ 21.672 \end{array}$$

Explicación.—Se dice 10 menos 8, 2; 9 menos 2, 7; 9 menos 3, 6; 5 menos 4, 1; 9 menos 7, 2

Ejemplo 2º

$$\begin{array}{r} 76.003 \\ \underline{43.876} \\ 32.127 \end{array}$$

Explicación.—Se dice 13 menos 6, 7;

9 menos 7, 2; 9 menos 8, 1; 5 menos 3, 2; 7 menos 4, 3

Escolio 2º— Cuando en el minuendo y en el sustraendo figuren uno ó más ceros, entonces se escriben ceros en el residuo; mas, si el primer cero de la derecha del minuendo llega á valer 9, en virtud de alguna modificación, entonces todos los ceros del minuendo valen 9.

Ejemplo 1º

$$\begin{array}{r} 75.008 \\ \underline{42.006} \\ 33.002 \end{array}$$

Explicación.—Se dice 8 menos 6, 2; cero menos cero, cero; cero menos cero, cero; 5 menos 2, 3; 7 menos 4, 3

Ejemplo 2º

$$\begin{array}{r} 84.005 \\ \underline{32.008} \\ 51.997 \end{array}$$

Explicación.—Se dice 15 menos 8, 7; 9 menos cero, 9; 9 menos cero, 9; 3 menos 2, 1; 8 menos 3, 5

Cómo se prueba la resta?
Por la suma y por la misma resta.

De qué modo por la suma?

Sumando el sustraendo con la diferencia, y el resultado debe ser igual al minuendo, si la operación está bien hecha.

Ejemplo.

$$\begin{array}{r} 4.825 \\ \underline{2.374} \\ 2.451 \end{array}$$

Explicación.—Ahora se suma el sustraendo con la diferencia, y resulta el minuendo, así:

$$\begin{array}{r} 2.374 \\ \underline{2.451} \\ 4.825 \end{array}$$

De qué modo por la misma resta?

Restando la diferencia del minuendo, y el resultado debe ser igual al sustraendo, si la operación está bien hecha.

Ejemplo.

$$\begin{array}{r} 8.345 \\ \underline{2.174} \\ 6.171 \end{array}$$

Ahora se resta la diferencia del minuendo, y resulta el sustraendo, así:

$$\begin{array}{r} 8345 \\ \underline{6171} \\ 2174 \end{array}$$

En cuántos casos se hace uso de la resta?
En dos:

1º *Cuando se quiere saber la diferencia que hay entre dos cantidades.*

2º *Cuando, conociendo una suma compuesta de dos sumandos, y conociendo á la vez uno de éstos, se quiere conocer el otro sumando.*

PROBLEMAS.

1º Diego de Almagro fundó la ciudad de Quito en el año 1534; Fray Jodoco Ricki, Fray Pedro Gosseal y Fray Pedro Rodenas, la Iglesia y el Convento de San Francisco, en 1535; Fray Hernando de Granada, el Convento de la Merced, en 1537; Fernando Santillán, el Hospital que existe hasta hoy, en 1565. ¿Cuántos años han transcurrido hasta el presente, desde las fechas de las respectivas fundaciones?

2º Francisco Orellana descubrió el río Amazonas en 1542.—El Papa Paulo III erigió en Obispado la ciudad de Quito, en 1545. Cuánto tiempo hace ya?

3º De un barril de vino, que contiene 50 botellas, sacan 35. Cuántas quedan? Rp. 15.

4º A un conductor, que lleva 25.463 sucres, se le pierden 9.200. Cuántos le han quedado? Rp. 16.263.

5º ¿Cuál es la diferencia que hay entre las cantidades 9.876 y 5.432? Rp. 4.444.

6º Un individuo nació en 1810, y otro en 1835. Con cuántos años es menor el segundo? Rp. Con 25.

7º Bolívar murió en 1830. ¿Cuántos años han transcurrido hasta el actual?

8º Colón descubrió la América en 1492. Cuánto tiempo hace ya?

9º El Océano Pacífico fué descubierto por Basco Núñez de Balboa en 1513. Cuántos años han transcurrido?

10 Cuál es la diferencia entre 8.500 y 5.300? Rp. 3.200

11 Réstese 5.400 de 9.873. Rp. 4473.

12 La suma de dos números es 9.745, y uno de ellos es 4.322. Cuál es el otro número? Rp. 5423.

13 El sustraendo es 2.006, y el minuendo 5.008. Cuál es la diferencia? Rp. 3002.

14 Un padre tenía 32 años, cuando le nació un hijo. ¿Qué edad tendrá éste, cuando el padre cumpla 65 años? Rp. 33.

LECCION SEXTA.

✗MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

Qué se llama multiplicación?
Una operación que tiene por objeto buscar un número, llamado *producto*, que se componga de un número, llamado *multiplicando*, como otro, llamado *multiplicador*, se compone de la unidad.

Qué quiere decir esto?
Que el multiplicando debe repetirse tantas veces como sumando, cuantas unidades tenga el multiplicador.

Cómo se llaman el multiplicando y el multiplicador juntamente?
Factores del producto.

¿Qué cosa es la multiplicación respecto de la primera de las cuatro operaciones?
Una suma abreviada.

De qué especie deben ser el multiplicando y el multiplicador?
Pueden ser de distinta especie, lo cual no sucede en la suma y en la resta.

De qué especie es el producto?
De la del multiplicando.

Por qué razón?

Porque el multiplicador no indica sino las veces que el multiplicando debe repetirse como sumando, y el multiplicador es siempre abstracto.

Cuál es el signo de la multiplicación?

Una cruz oblicua x, que se lee *multiplicado por.*

Cuándo se emplea este signo?

Regularmente cuando el multiplicando y el multiplicador son números dígitos, y se escribe entre éstos dicho signo.

Cuántos casos ocurren en la multiplicación de números enteros?

Cinco:

1º *Multiplicar un dígito por otro dígito.*

2º *Multiplicar un compuesto por un dígito.*

3º *Multiplicar un número cualquiera por la unidad seguida de uno ó más ceros.*

4º *Multiplicar un número cualquiera por una cifra significativa seguida de uno ó más ceros.*

5º *Multiplicar un compuesto por otro compuesto.*

Ejemplo del primer caso.—Se quiere multiplicar 5 por 3

Explicación.—El multiplicador 3 indica que el multiplicando 5 debe repetirse tres veces como sumando, así:

$$5+5+5=15, \text{ ó también: } \begin{array}{r} 5 \\ 5 \\ \underline{5} \\ 15 \end{array}$$

Para evitar escribir el multiplicando tantas veces como sumando cuantas unidades tenga el multiplicador, se aprende de memoria la siguiente

TABLA DE LA MULTIPLICACIÓN.

Columnas horizontales

Columnas verticales

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Explicación.—Se trazan nueve líneas horizontales y nueve verticales, y resultan nueve columnas. En la primera columna horizontal se escriben las cifras desde 1 hasta 9, y queda formada esta primera columna. Para formar la segunda, se suma consigo misma cada una de las cifras de la primera columna, así: 1 y 1 son 2; 2 y 2 son 4, etc.

Para formar la tercera columna, se suma cada cifra de la primera con la correspondiente de la segunda, así: 1 y 2 son 3; 2 y 4 son 6, etc.

Para formar la cuarta, se suma cada cifra de la primera columna con la correspondiente de la tercera, y así en adelante.

MODO DE APRENDER LA TABLA DE MEMORIA.

Explicación.—Se pronuncia primero el 2 de la 1ª columna vertical, y luego cada una de las cifras de la 1ª columna horizontal, así: 2 por 1 es 2; 2 por 2, 4; 2 por 3, 6; etc.

En seguida se pronuncia el 3 de la 1ª columna vertical, y luego cada una de las cifras de la misma columna horizontal, así:

3 por 1 es 3; 3 por 2, 6; 3 por 3, 9; etc. De la misma manera se aprenden los números siguientes.

Advertencia.—El Institutor ó Institutora debe hacerles todos los ejercicios posibles por medio de la tabla, á fin de que puedan resolver sin dificultad los casos que siguen.

Ejemplo 1º del segundo caso.—Se quiere multiplicar 489 por 3

Explicación.—Se escribe el multiplicador debajo de la cifra de las unidades del multiplicando, y luego se traza una pequeña línea horizontal, así:

$$\left.\begin{array}{rl} 489 & \text{multiplicando} \\ \underline{\quad 3} & \text{multiplicador}\end{array}\right\}\ \text{factores}$$

Ahora se ~~dice: 3 por~~ 9, 27 unidades, en las cuales hay 2 decenas, y sobran 7 unidades. Estas se escriben debajo de la línea, y en seguida se dice: 3 por 8, 24 decenas, y 2 decenas que llevo, son 26 decenas, en las cuales hay 2 centenas, y sobran 6 decenas. Estas se escriben debajo de la línea, y en seguida se dice: 3 por 4, 12 centenas, y 2 centenas que llevo, son 14 centenas, las cuales se escriben debajo de la línea.

Para mayor claridad, la operación se dispone así:

$$\begin{array}{r} 489 \\ \underline{3} \\ 1467 \end{array}$$

En esta operación téngase presente el escolio que está al fin de la suma.

Ejemplo 2º—Se quiere multiplicar $12^{1}345.679$ por 9

Explicación.—Lo mismo que en el ejemplo anterior, se escribe el multiplicador debajo del multiplicando, y luego se traza una pequeña línea horizontal, así:

$$\begin{array}{r} 12345679 \\ \underline{9} \end{array}$$

Ahora se dice simplemente: 9 por 9, 81 y van 8; 9 por 7, 63 y 8, 71 y van 7; 9 por 6, 54 y 7, 61 y van 6; 9 por 5, 45 y 6, 51 y van 5; 9 por 4, 36 y 5, 41 y van 4; 9 por 3, 27 y 4, 31 y van 3; 9 por 2, 18 y 3, 21 y van 2; 9 por 1 es 9 y 2, 11

Para mayor claridad, la operación se dispone así:

$$\begin{array}{r} 12345679 \\ 9 \\ \hline 111^{1}111.111 \end{array}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para multiplicar un número compuesto por un dígito, se escribe éste debajo de la cifra de las unidades del compuesto, y se traza una línea horizontal de longitud conveniente. Luego se multiplica el dígito por cada una de las cifras del compuesto, y se hace la reducción de unidades inferiores á superiores, siempre que ocurra este caso.*

Ejemplo del tercer caso.—Se quiere multiplicar 234 por 100

Explicación.—Se multiplica la cifra 1 por cada una de las del compuesto, lo cual equivale á repetir las cifras del multiplicando, y á la derecha de éstas se escriben los dos ceros, así: 234x100=23.400

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para multiplicar un número cualquiera por la unidad seguida de uno ó más ceros, se escriben á la derecha del número el cero ó ceros que acompañen á la unidad.*

Ejemplo del cuarto caso.—Se quiere multiplicar 568 por 300

Explicación.—Se escribe la cifra 3 del multiplicador debajo de la cifra de las unidades del multiplicando. Se hace la multiplicación, lo mismo que en el segundo caso, y á la derecha del producto se escriben los dos ceros, así:

$$\begin{array}{r} 568 \\ \underline{300} \\ 170.400 \end{array}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para multiplicar un número cualquiera por una cifra significativa seguida de uno ó más ceros, se multiplica la cifra significativa por* *cada una de las del multiplicando, y se agregan á la derecha del producto el cero ó ceros que acompañen á la cifra significativa.*

Ejemplo primero del quinto caso.—Se quiere multiplicar el número 12345679 por 27

Explicación.—Se escribe el multiplicador debajo del multiplicando, y luego se traza una línea horizontal de longitud conveniente. En seguida se multiplica cada cifra del multiplicador por cada una de las del multiplicando, como en el segundo caso, y los productos, que se llaman *parciales*, se escriben debajo de la línea, y en frente de la respectiva cifra multiplicadora, así:

$$\begin{array}{r} 12345679 \\ 27 \\ \hline 86419753 \\ 24691358 \\ \hline 333333333 \end{array}$$

Ejemplo 2º—Se quiere multiplicar 12345679 por 54

Explicación.—Lo mismo que en el ejemplo anterior, la operación se dispone y se ejecuta así:

$$
\begin{array}{r}
12345679 \\
54 \\
\hline
49382716 \\
61728395 \\
\hline
666666666
\end{array}
$$

Ejemplo 3º—Se quiere multiplicar 12345679 por 72. La operación se dispone y se ejecuta así:

$$
\begin{array}{r}
12345679 \\
72 \\
\hline
24691358 \\
86419753 \\
\hline
888888888
\end{array}
$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para multiplicar un número compuesto por otro compuesto, se escribe el multiplicador debajo del multiplicando, de modo que se correspondan las unidades con las unidades, las decenas con las decenas, etc., y se traza en seguida una línea horizontal de longitud conveniente. Luego se multiplica cada cifra del multiplicador* *por cada una de las del multiplicando, haciendo la reducción de unidades inferiores á superiores, siempre que ocurra este caso. Cada producto parcial se escribe en frente de la cifra multiplicadora. Por último, se suman los productos parciales, para obtener el producto total.*

Escolio 1º—Cuando en el multiplicador hay uno ó más ceros, se prescinde de éstos, y se multiplica cada cifra significativa por cada una de las del multiplicando, y el producto se escribe en frente de la cifra multiplicadora.

Ejemplo.

$$\begin{array}{r} 5697 \\ 4002 \\ \hline 11394 \\ 22788 \\ \hline 22799394 \end{array}$$

Escolio 2º—Cuando hay uno ó más ceros en el multiplicando, sucede que, al multiplicar una cifra significativa por dichos ceros, se obtiene cero por producto; pero si hay unidades, decenas, etc., que resulten de una multiplicación anterior, se escriben éstas en el lugar correspondiente.

Ejemplo 1º

```
   2800
     32
 ------
   5600
  8400
 ------
  89600
```

Ejemplo 2º

```
   80073
      24
 -------
  320292
 160146
 -------
 1921752
```

Explicación.—Se dice: 4 por 3, 12 y va 1; 4 por 7, 28 y 1, 29 y van 2; 4 por cero el 2; 4 por cero es cero; 4 por 8, 32. De igual modo se multiplica la otra cifra.

USOS DE LA MULTIPLICACIÓN.

En cuántos casos se hace uso de la multiplicación?

En cuatro:

1º *Cuando se quiere hacer un número varias veces mayor.*

2º *Cuando se conoce el valor de una unidad, cosa ú objeto de cierta especie, y se* *quiere saber el valor de varias unidades, cosas ú objetos de la misma especie.*

3º *Cuando se compran varias cosas con un real ó con un sucre, y se quiere saber las cosas que pueden comprarse con mayor cantidad.*

4º *Cuando hay que reducir unidades superiores de cierta especie á unidades inferiores.*

ABREVIACIONES DE LA MULTIPLICACIÓN.

¿Cuántas son las principales abreviaciones de la multiplicación?

Cuatro:

1ª *Cuando el multiplicador es uno de los números* 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 *y* 19.

2ª *Cuando el multiplicador es uno de los números* 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81 *y* 91.

3ª *Cuando el multiplicador es* 9 *ó un número compuesto de nueves.*

4ª *Cuando el multiplicador es* 11, *y el multiplicando tiene solamente dos cifras.*

Ejemplo 1º—Se quiere multiplicar 426 por 15

Explicación.—Se multiplica el 5 por 6, y del producto 30 se escribe el cero debajo del multiplicando y un lugar hacia la derecha. Se continúa la multiplicación, y se escriben los productos debajo de las correspondientes cifras del multiplicando, y se suman las dos cantidades, así:

$$\begin{array}{r} 426 \\ \underline{2130} \\ 6390 \end{array} \text{ (producto)}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para multiplicar un número cualquiera por* 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 *y* 19, *se multiplica de memoria el* 2, *el* 3, *el* 4, *el* 5, *el* 6, *el* 7, *el* 8 *ó el* 9 *por cada una de las cifras del multiplicando; el producto se escribe debajo de éste y un lugar hacia la derecha, y luego se suman las dos cantidades entre sí.*

Ejemplo 2º—Se quiere multiplicar 548 por 31

Explicación.—Se multiplica el 3 por 8, y del producto 24 se escribe el 4 debajo del multiplicando y un lugar hacia la izquierda. Se continúa la multiplicación, y los productos se escriben debajo de las correspondientes cifras del multiplicando, y se suman las dos cantidades, así:

$$\begin{array}{r} 548 \\ 1644 \\ \hline 16988 \end{array} \text{ (producto)}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para multiplicar un número cualquiera por* 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81 *y* 91, *se multiplica de memoria el* 2, *el* 3, *el* 4, *el* 5, *el* 6, *el* 7, *el* 8 *ó el* 9 *por cada una de las cifras del multiplicando; el producto se escribe debajo de éste y un lugar hacia la izquierda, y luego se suman las dos cantidades entre sí.*

Ejemplo 3º—Se quiere multiplicar 487 por 999

Explicación.—Se agregan tres ceros á la derecha del multiplicando, por la sencilla razón de que el multiplicador tiene tres nueves, y resulta 478.000. De este número se restan las cifras primitivas del multiplicando, así:

$$\begin{array}{r} 478.000 \\ 478 \\ \hline 477.522 \end{array} \quad \text{(producto)}$$

De aquí se duce la siguiente

Regla.—*Para multiplicar un número cualquiera por uno ó más nueves, se agregan á la derecha del multiplicando tantos ceros cuantos nueves tenga el multiplicador, y de dicho número se restan las cifras primitivas del multiplicando.*

Ejemplo 4º—Se quiere multiplicar 43 por 11

Explicación.—Se suman las dos cifras 4 y 3, y el resultado 7 se escribe en medio de dichas cifras, y se obtiene 473

Otro ejemplo.—Se quiere multiplicar 95 por 11

Explicación.—Se suman las cifras 9 y 5, y el resultado 14 se escribe en medio de dichas cifras; pero al 9 se agrega la decena que hay en la suma 14, y se obtiene 1.045

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para multiplicar un número de dos cifras por* 11, *se suman las dos cifras, y la suma se escribe en medio de dichas cifras. Si la suma pasa de nueve, se agrega entonces la decena á la cifra que representa las decenas.*

PROBLEMAS.

1º ¿Cuánto valen 9 varas de paño, á razón de 4 sucres la vara? Rp. s/. 36.

2º Una vara de casimir de chillo importa 3 sucres. Cuánto importarán 156 varas? Rp. s/. 468.

3º Hágase el número 725 seis veces mayor. Rp. 4350.

4º Un caballo de buenas condiciones vale 67 sucres. Cuánto valdrán 80 caballos de iguales condiciones? Rp. s/. 5360.

5º Un Ministro de Estado gana 400 sucres por mes. Cuánto ganará en 12 meses. Rp. s/. 4.800.

6º Una persona compra 8 libras de azúcar con un sucre. Cuántas comprará con 375 sucres? Rp. 2.800.

7º ¿Cuál es el producto de 7.865 multiplicado por 100 y por 1.000, respectivamente? Rp. 786500; 7865000

8º Un negociante compra 300 cabezas de ganado gordo á 26 sucres cada una de de ellas. Cuánto debe pagar por todo? Rp. 7.800.

9º Un libro tiene 80 páginas; cada página, 16 renglones; cada renglón, 8 palabras. Cuál es el número total de éstas? Rp. 10240.

10 Multiplíquense abreviadamente los números 846 y 2568 por 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81 y 91.

11 ¿Cuáles son los productos que resultan de multiplicar 846253 por 99, 999 y 9999?

12 Multiplíquese abreviadamente el número 5.863 por 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 y 19.

LECCION SEPTIMA.

DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

Qué se llama división?

Una operación que tiene por objeto buscar un número, llamado *cociente* que, multiplicado por otro, llamado *divisor*, produzca un tercer número, llamado *dividendo*.

De qué especie deben ser el dividendo y el divisor?

Pueden ser de distinta especie, lo cual no sucede en la suma y en la resta.

Qué representa el dividendo?

Un producto.

Cuáles son los factores de este producto?

El divisor y el cociente.

Cuál es el signo de la división?

Un ángulo formado por una línea vertical y una horizontal |_____

Dónde se escribe el dividendo?

A la izquierda de la línea vertical.

Dónde se escribe el divisor?

Dentro del ángulo.

Dónde se escribe el cociente?

Debajo de la línea horizontal.

Cuál es la línea vertical?

La que viene de arriba hacia abajo, en dirección recta, sin inclinarse á la derecha ni á la izquierda.

Cuál es la línea horizontal?

La que va de izquierda á derecha, en dirección recta, sin inclinarse arriba ni abajo.

Cuántos casos ocurren en la división de números enteros?

Tres:

1º *Dividir un dígito por otro dígito.*
2º *Dividir un compuesto por un dígito.*
3º *Dividir un compuesto por otro compuesto.*

Ejemplo 1º del primer caso.—Se quiere dividir el número 8 por 2

Explicación 1ª—Se resta el divisor 2 del dividendo 8 tantas veces cuantas sean posibles, y el número de veces *es el cociente* que, multiplicado por el divisor 2, da el dividendo 8, que es un producto, así:

$$8-2=6-2=4-2=2-2=0$$

Hemos restado de 8 cuatro veces el número 2; luego 4 *es el cociente.*

Explicación 2ª— También se resuelve este caso, buscando de memoria un número que, multiplicado por el divisor 2, produzca el dividendo 8, ó por lo menos se aproxime á éste, para lo cual debe saberse bien la tabla de multiplicar.

La operación se dispone así: $8 \,\underline{|\, 2\quad}$

Ahora se dice: 4 por 2, 8; y este producto se resta del dividendo 8, así:

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ \cline{2-2} \underline{8} & 4 \\ 0 & \end{array}$$

Por tanto, *el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente, cuando la división es exacta*, así: $8 = 2 \times 4$

Según acabamos de ver, la división no es sino una resta abreviada, en que el divisor es el sustraendo, y el cociente es el residuo.

Explicación 3ª—Se saca la mitad de 8, diciendo: mitad de 8, 4; y este número se escribe debajo del 8, así: 8

4

Este método es el más claro y sencillo para dividir un dígito por otro dígito.

Ejemplo 2º del primer caso.—Se quiere dividir el número 9 por 2

Explicación 1ª—Lo mismo que en el ejemplo anterior, se resta el divisor 2 del dividendo 9 tantas veces cuantas sean posibles, así:

$$9-2=7-2=5-2=3-2=1 \text{ (residuo)}$$

Hemos restado de 9 cuatro veces el número 2, y ha sobrado el residuo 1; luego 4 *es el cociente.*

Explicación 2ª—También se resuelve este caso, buscando de memoria un número que, multiplicado por el divisor 2, produzca el dividendo 9, ó por lo menos se aproxime á éste.

La operación se dispone así:

$$9 \,\underline{|\,2\quad}$$

Ahora se dice: 4 por 2, 8; y este producto se resta del dividendo 9, así:

$$\begin{array}{r|l} 9 & 2 \\ \cline{2-2} \underline{8} & 4 \\ 1 & \end{array}$$

Por tanto, *el dividendo es igual al pro-*

ducto del divisor por el cociente más el residuo, cuando la división no es exacta, así:

$$9 = 2 \times 4 + 1$$

Explicación 3ª—Se saca la mitad de 9, diciendo: mitad de 9, 4, y sobra 1; luego 4 es el *cociente*.

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para dividir un dígito por otro dígito, se saca del dividendo la mitad, la tercera parte, etc., según sea el divisor.*

Ejemplo del segundo caso.—Se quiere dividir el número 486 por 2

Explicación 1ª—Se divide separadamente cada cifra del dividendo por el divisor, lo cual equivale á dividir un dígito por otro dígito, según el primer caso, así:

$$486 \,\underline{|\, 2 \quad}$$

Ahora se dice: 2 por 2, 4; y este producto se resta de la primera cifra 4 de la izquierda del dividendo, y da cero por residuo.

Después se dice: 4 por 2, 8; y este producto se resta de la siguiente cifra 8 del dividendo, y da cero por residuo, la cual se baja para que sirva de segundo dividendo parcial.

En seguida se dice: 3 por 2, 6; y este producto se resta de la última cifra 6 del dividendo, y da cero por residuo.

La operación se dispone así:

$$\begin{array}{r|l} 486 & 2 \\ \cline{2-2} \underline{4} & 243 \\ 08 & \\ \underline{8} & \\ 06 & \\ \underline{6} & \\ 0 & \end{array}$$

De donde: 486=2x243

Explicación 2ª—También se resuelve este caso, sacando la mitad de cada una de las cifras del dividendo, para lo cual se comienza por la izquierda, así:

Mitad de 4, 2, y se escribe este número debajo del 4; mitad de 8, 4, y se escribe este número debajo del 8; mitad de 6, 3, y se escribe este número debajo del 6

Para mayor claridad, la operación se dispone así:

$$\begin{array}{r|l} 486 & 2 \\ 243 & \end{array}$$

Ejemplo 2º—Se quiere dividir el número 9.435 por 3

Explicación.—Para hacer pronto esta división, se saca la tercera parte, diciendo: tercera parte de 9, 3; tercera parte de 4, 1, y sobra 1, el cual, agregado al 3, da 13, y se dice: tercera parte de 13, 4, y sobra 1, el cual, agregado al 5, da 15, y se dice: tercera parte de 15, 5

Para mayor claridad, la operación se dispone así:

9.435	3
3.145	

Escolio.—El mismo método se sigue para sacar la cuarta, la quinta parte, etc., y el cociente es el resultado que se obtiene, el cual se escribe debajo del número dado.

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para dividir un número compuesto por un dígito, se saca la mitad, la tercera parte, etc., según sea el divisor, para lo cual se comienza por la izquierda; y el resultado, que es el cociente, se escribe debajo del número dado.*

En cuántos casos se divide el tercero de la división?

En dos:

1º *Cuando el cociente haya de ser un número dígito.*

2º *Cuando el cociente haya de ser un número compuesto.*

Cómo se sabe si el cociente es un número dígito?

Se agrega un cero á la derecha del divisor; y si éste resulta mayor que el dividendo, entonces el cociente es un número dígito.

Cómo se sabe si el cociente es un número compuesto?

Se agrega un cero á la derecha del divisor; y si éste resulta menor que el dividendo, entonces el cociente es un número compuesto.

Ejemplo 1º—Se quiere dividir el número 486 por 81

Explicación.—Agregando un cero al divisor, resulta 810, mayor que 486; luego el cociente es un número dígito, y es bastantante fácil encontrar este dígito.

La operación se dispone así:

$$486 \,|\, \underline{81\quad}$$

Ahora se busca un número dígito que, multiplicado por 81, produzca el dividendo 486, ó que por lo menos se aproxime á éste, y dicho número es 6

La operación se resuelve así:

$$\begin{array}{r|l} 486 & 81 \\ \cline{2-2} \underline{486} & 6 \\ 000 & \end{array}$$

De donde: $486 = 81 \times 6$

Ejemplo 2º—Se quiere dividir el número 684 por 72

Explicación.—Agregando un cero al divisor, resulta 720, mayor que 684; luego el cociente es un número dígito, el cual es bastante fácil encontrarlo, y es 9

La operación se resuelve así:

$$\begin{array}{r|l} 684 & 72 \\ \cline{2-2} \underline{648} & 9 \\ 36 & \end{array}$$

De donde:

$$684 = 72 \times 9 + 36$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para dividir un compuesto por otro compuesto, cuando el cociente haya de ser un número dígito, se escribe primero el dividendo, y después* *el ángulo, en el cual se escribe el divisor. Luego se averigua el número dígito que, multiplicado por el divisor, produzca el dividendo, ó que por lo menos se aproxime á éste; y por último, se hace la resta.*

Ejemplo del segundo caso.—Se quiere dividir el número 45.687 por 342, esto es,

$$45.687 \,|\, \underline{342}$$

Explicación.—Como la cifra 3 del divisor cabe una vez en la cifra 4 del dividendo, se escribe la cifra 1 debajo de la línea horizontal, y se multiplica dicha cifra 1 por cada una de las del divisor, las cuales se escriben debajo de 456, que es el primer dividendo parcial, y se resta en seguida, así:

$$\begin{array}{l|l} 45.687 & \underline{342} \\ \underline{342} & 1 \\ 114 & \end{array}$$

A la derecha del residuo 114, se escribe la cifra 8 del dividendo, así: 1148

Como la cifra 3 del divisor cabe tres veces en el número 11 del segundo dividendo parcial, se escribe dicha cifra 3 debajo de la línea horizontal, y se la multiplica por cada una de las del divisor; el producto se escribe debajo de 1148, y se resta en seguida, así:

```
45687 | 342
342     13
1148
1026
 122
```

A la derecha del residuo 122 se escribe la cifra 7 del dividendo, así: 1227

Como la cifra 3 del divisor cabe tres veces en el número 12 del dividendo parcial, se escribe dicha cifra 3 debajo de la línea horizontal, y se la multiplica por cada una de las del divisor; el producto se escribe debajo de 1227, que es el tercer dividendo parcial, y se resta en seguida, así:

```
45687 | 342
342     133
1148
1026
1227
1026
 201
```

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para dividir un compuesto por otro compuesto, cuando el cociente haya de ser también compuesto, se averigua cuántas veces cabe la primera cifra de la izquierda del divisor en la primera ó dos primeras de la izquierda del dividendo. La cifra que resulte, después de escribirla debajo de la línea horizontal, se la multiplica por cada una de las del divisor, y el producto se resta del primer dividendo parcial. A la derecha del residuo, si lo hay, se escribe la siguiente cifra del dividendo total, y se averigua cuántas veces cabe la primera cifra de la izquierda del divisor en la primera ó dos primeras de la izquierda del dividendo, y así en adelante.*

ABREVIACIONES DE LA DIVISIÓN.

Cuántas son las principales abreviaciones de la división?

Tres:

1ª *Cuando el divisor es la unidad seguida de uno ó más ceros.*

2ª *Cuando el dividendo y el divisor terminan en uno ó más ceros.*

3ª *Cuando el dividendo termina en ceros, y la unidad, que es el divisor, termina también en ceros.*

Ejemplo 1º—Se quiere dividir 7.842 por 100

Explicación.—Se separan con una coma en el dividendo, de derecha á izquierda, tantas cifras cuantos ceros acompañen á la unidad. La parte de la izquierda de la coma es el cociente, y la de la derecha es el residuo, así:

$$7.842 : 100 = 78,42$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para dividir un número compuesto de varias cifras por la unidad seguida de uno ó más ceros, se separan con una coma en el dividendo, de derecha á izquierda, tantas cifras cuantos ceros acompañen á la unidad. La parte de la izquierda es el cociente, y la de la derecha es el residuo.*

Ejemplo 2º—Se quiere dividir 1.500 por 300

Explicación.—Se suprimen dos ceros en el dividendo y dos en el divisor, y quedan 15 y 3. Dividiendo 15 por 3, se obtiene 5 por cociente, así: 15:3=5

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para dividir un número seguido de uno ó más ceros por otro seguido también de uno ó más ceros, se suprime igual número de ceros en el dividendo y en el divisor, y se dividen las cifras que sobran.*

Ejemplo 3º—Se quiere dividir 53.000 por 100

Explicación.—Se suprimen dos ceros en el dividendo y dos en el divisor, y quedan 530 y 1. Dividiendo 530 por 1, se obtiene el mismo dividendo 530 por cociente, porque la unidad no multiplica ni divide.

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para dividir un número seguido de uno ó más ceros por la uni-*

dad seguida también de uno ó más ceros, se suprime igual número de ceros en el dividendo y en el divisor, y las cifras que quedan en el dividendo representan el cociente.

USOS DE LA DIVISIÓN.

En cuántos casos se hace uso de la división?

En cinco:

1º *Cuando se quiere hacer una cantidad varias veces menor.*

2º *Cuando, conociendo el valor de varias cosas ú objetos de cierta especie, se quiere saber el valor de una cosa ú objeto de la misma especie.*

3º *Cuando, conociendo el producto de dos factores, y uno de éstos á la vez, se quiere conocer el otro factor.*

4º *Cuando, conociendo el valor de varios objetos, y el de uno de éstos á la vez, se quiere conocer el total de objetos.*

5º *Cuando se quiere reducir unidades de especie inferior á superior.*

PRUEBAS DE LA MULTIPLICACIÓN Y DE LA DIVISIÓN.

De cuántos modos se prueba la multiplicación?

De dos: por la división y por la misma multiplicación.

De qué modo por la división?

Dividiendo el producto por el multiplicador, y debe dar el multiplicando, ó viceversa.

De qué modo por la misma multiplicación?

Invirtiendo el orden de los factores, y haciendo la multiplicación.

De cuántos modos se prueba la división?

De dos: por la multiplicación y por la misma división.

De qué modo por la multiplicación?

Multiplicando el cociente por el divisor; y agregando al producto el residuo, si lo hay, debe dar el dividendo.

De qué modo por la misma división?

Dividiendo el dividendo por el cociente, y debe dar el divisor.

PROBLEMAS.

1º Hágase el número 9 tres veces menor. Rp. 3.

2º Hágase el número 588 cuatro veces menor. Rp. 147.

3º 48 varas de paño importan 144 sucres. Cuánto importa una sola vara? Rp. 3/. 3.

4º Cuál es el número que, multiplicado por 28, da por producto 4.984? Rp. 178.

5º Un negociante ha comprado varias mulas en 6.540 sucres, á razón de 60 sucres cada una. Cuántas son las mulas compradas? Rp. 109.

6º Un producto de dos factores es 9.483, y uno de éstos es 87. Cuál es el otro factor? Rp. 109.

7º ¿Cuántos quintales, arrobas y libras habrá en 56.800 onzas, sabiendo que un quintal tiene 4 arrobas, una arroba 25 libras, y una libra 16 onzas? Rp. 35 [illegible]; 144 [illegible]; 3550 un

8º Un ejército se compone de 5.000 hombres, y hay que repartirles 335.000 cápsulas. Cuántas debe darse á cada uno? Rp. 67.

9º ¿Cuál es el cociente que resulta de dividir el número 78'642.000 por 4.800? Rp. 16383,3

10. ¿Cuáles son los cocientes que resultan de dividir el número 3'758.742, sucesivamente por 10, 100 y 1.000?

LECCION OCTAVA.

REGLAS DE PEDAGOGIA

QUE DEBE TENER PRESENTES EL INSTITUTOR Ó INSTITUTORA, PARA ENSEÑAR LOS QUEBRADOS CON FACILIDAD Y CON PROVECHO.

1ª Se toma una tira de papel, y en presencia de los niños ó niñas se la divide en varias partes iguales, por ejemplo, en 6.

En seguida se dan dos partes, verbigracia, á un niño ó niña; tres partes á un segundo niño ó niña, y la última á un tercer niño ó niña.

Verificado esto, se les hace observar que ninguno tiene toda la tira de papel, que es una cosa entera, sino simplemente porciones de ella.

Ahora se les dice que una, dos ó más partes de un entero se llama *quebrado* ó *fracción*.

Luego se les enseña que un quebrado se expresa y se representa con dos números: el que indica el total de las partes del entero, se llama *denominador*, y se escribe debajo de una pequeña línea horizontal; y el que indica la parte ó partes tomadas, se llama *numerador*, y se escribe encima de la línea horizontal.

Igual operación se hace por medio de líneas trazadas en el pizarrón, ó de otra manera análoga.

2ª Se toma una naranja, ó una manzana, ó un pan, ú otro objeto semejante.

En seguida se divide la naranja en dos partes iguales, y se les dice que ambas partes se llaman *mitades*.

Después se divide la manzana en tres partes iguales con una navaja ó con un cuchillo, y se les dice que ellas se llaman *terceras partes*.

Luego se divide el pan en cuatro partes iguales, y se les dice que éstas se llaman *cuartos* ó *cuartas partes*.

Igual operación se hace con otros objetos para enseñarles las quintas partes, las sextas partes, etc.

3ª Se escriben dos quebrados en el pizarrón, por ejemplo, $\frac{2}{4}$ y $\frac{6}{4}$.

En seguida se les hace notar que en el primer quebrado, el numerador es menor que el denominador, y que todo el quebrado es menor que un entero. Por consiguiente, el quebrado cuyo numerador es menor que el denominador, se llama *propio*, como el que sirve de ejemplo.

Después se les dice que el numerador del segundo quebrado es mayor que el denominador, y que todo el quebrado es mayor que un entero. Por consiguiente, el quebrado cuyo numerador es mayor que el denominador, se llama *impropio*, á saber, que no es quebrado propiamente dicho.

Luego se les dice que de dos ó más quebrados que tienen un mismo denominador, es mayor el que tiene mayor numerador.

Por último, se escriben otros quebrados en el pizarrón, y se ejercita á los niños ó niñas en hacerles distinguir los propios de los impropios.

4ª En el primer caso de la suma y en el primero de la resta, se les hace ejercicio con quebrados que tengan un mismo denominador.

NÚMEROS QUEBRADOS.

Qué se llama quebrado ó fracción?

El número que expresa una ó más partes iguales de una unidad.

Ejemplo.—El número dos tercias de vara se escribe así: $\frac{2}{3}$

Explicación.—El 2 se llama *numerador;* y el 3, *denominador.* El numerador y el denominador juntos se llaman *términos del quebrado.*

El denominador indica que la unidad, llamada *vara,* se la ha dividido en tres partes, que se llaman *tercias;* el numerador indica que, de las tres tercias, se han tomado dos.

De cuántas maneras es el número quebrado?

De dos: propio é impropio.

Cuándo es propio?

Cuando el numerador es menor que el denominador, como una tercia, dos cuartas.

$$\frac{1}{3}, \quad \frac{2}{4}$$

Cuándo es impropio?

Cuando el numerador es mayor que el denominador, ó igual á éste, como seis cuartos, tres tercias.

$$\frac{6}{4}, \quad \frac{3}{3}$$

Con cuántos números se expresa un quebrado?

Con dos: el *numerador*, que se escribe encima de una pequeña línea horizontal, y el *denominador* debajo de ésta.

Qué denota el denominador?

El total de partes en que está ó se considera dividida la unidad.

Qué denota el numerador?

La parte ó partes tomadas de la unidad dividida ó supuesta dividida.

REDUCCIÓN DE QUEBRADOS.

Qué se llama reducción de quebrados?

El distinto cambio que se hace en ellos, sin que alteren de valor.

Cuántas son las reducciones principales?

Tres:

1ª *Reducir un entero á quebrado.*

2ª *Reducir un mixto á quebrado.*

3ª *Reducir dos ó más quebrados á un común denominador.*

Ejemplo 1º—Se quiere reducir el entero 4 á octavos.

Explicación.—Se multiplica el número

4 por 8, y el producto 32 se divide por el mismo 8, así:

$$\frac{4 \times 8}{8} = \frac{32}{8}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para reducir un entero á quebrado, se multiplica el entero por el denominador dado, y el producto se divide por el mismo denominador.*

Ejemplo 2º—Se quiere reducir á quebrado el mixto 3 varas $\frac{2}{4}$.

Explicación.—Se multiplica el entero 3 por el denominador 4, y da 12 por producto; á éste se agrega el numerador 2, y se obtiene 14 por suma; á ésta se le pone por denominador el mismo del quebrado, así:

$$3 \times 4 = 12 + 2 = \frac{14}{4}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para reducir un mixto á quebrado, se multiplica el entero por el denominador; al producto se agrega el numerador, y á la suma se pone por denominador el del quebrado.*

Ejemplo 3º—Se quiere reducir á un común denominador los quebrados $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{6}$.

Explicación.—Se multiplica el numerador 3 por los denominadores 5 y 6, menos por 4, así:

$$3 \times 5 \times 6 = 90$$

En seguida se multiplica el numerador 2 por los denominadores 4 y 6, menos por 5, así:

$$2 \times 4 \times 6 = 48$$

Luego se multiplica el numerador 1 por 4 y por 5, menos por 6, así:

$$1 \times 4 \times 5 = 20$$

A los tres productos 90, 48 y 20 se les pone por denominador común el producto de los denominadores 4x5x6, que es 120, así:

$$\frac{90}{120} + \frac{48}{120} + \frac{20}{120}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para reducir dos ó más quebrados á un común denominador, se multiplica el numerador del primer quebrado por los denominadores de los* *demás, menos por el de él; después se multiplica el numerador del segundo quebrado por los denominadores de los demás, menos por el de él, etc., y á los productos se les pone por denominador común el producto de los denominadores.*

Cuándo un número es divisible por 2? Cuando la cifra de las unidades es 0, 2, 4, 6 ú 8.

Ejemplo.—Los números 580, 432, 624, 936 y 338 son divisibles por 2.

Explicación.—Se saca la mitad del número 580, comenzando por la izquierda, así:

Mitad de 5, 2 y sobra 1; éste se escribe antes del 8, y se dice: mitad de 18, 9 y no sobra nada; mitad de 0, cero, esto es, 290 La operación se dispone así:

580
290

El número 290 es también divisible por 2, y da 145 por cociente, así:

290
145

De igual modo se saca la mitad de cada uno de los otros números.

Qué cosa es simplificar un quebrado?

Reducir los términos á su más simple expresión, sin que el quebrado cambie de valor.

Cómo se simplifica un quebrado?

Dividiendo los términos por 2 hasta donde sea posible.

Ejemplo.

$$\frac{244}{48}$$

Explicación.—Se divide el numerador por 2, para lo cual se saca la mitad, comenzando por la izquierda, así: mitad de 2, 1; mitad de 4, 2; mitad de 4, 2, esto es, 122

En seguida se saca la mitad del denominador, así: mitad de 4, 2; mitad de 8, 4, esto es, 24. El quebrado que resulta se escribe así:

$$\frac{122}{24} \text{ avos.}$$

Luego se saca la mitad del numerador y del denominador de este último quebrado, lo cual equivale á dividir los términos por 2, así: mitad de 12, 6; mitad de 2, 1, esto es, 61

Mitad de 2, 1; mitad de 4, 2, esto es, 12
El quebrado que resulta, se escribe así: $\frac{61}{12}$. No puede simplificarse más este quebrado.

Qué se llama quebrado irreductible?
El que no puede ser simplificado.

Ejemplo.

$$\frac{61}{12} \text{ avos}$$

Cómo se sacan los enteros de un quebrado impropio?
Dividiendo el numerador por el denominador.

Ejemplo.

$$\frac{61}{12}$$

De donde:

$$\begin{array}{r|l} 61 & 12 \\ \hline 1 & 5 \text{ enteros} \end{array}$$

Cómo se escribe todo residuo en el cociente?
En forma de quebrado, poniendo por numerador el residuo, y por denominador el divisor.

El residuo del ejemplo anterior se escribe así:

$$\begin{array}{r|l} 61 & 12 \\ \hline 1 & 5 + \frac{1}{12} \text{ avo} \end{array}$$

COMPARACIÓN DE QUEBRADOS.

¿Cuál es el mayor quebrado de dos ó más que tienen un mismo denominador?

El que tiene mayor numerador.

Ejemplo.

$$\frac{2}{4} \quad y \quad \frac{6}{4}$$

Explicación.—De estos quebrados, el mayor es el segundo, porque hay cuatro cuartos más que en el primero.

¿Cuál es el mayor quebrado de dos ó más que tienen un mismo numerador y distinto denominador?

El que tiene menor denominador.

Ejemplo.

$$\frac{6}{3} \quad y \quad \frac{6}{4}$$

Explicación.—Multiplicándolos en cruz, se tiene:

$\frac{6\times4}{3\times4}$ y $\frac{3\times6}{3\times4}$, esto es, $\frac{24}{12}$ y $\frac{18}{12}$; luego $\frac{24}{12}$ avos es mayor, el cual equivale al quebrado $\frac{6}{3}$

¿Cuál es el mayor quebrado de dos ó más que tienen distinto numerador y distinto denominador?

El que tenga mayor numerador, después de reducirlos á un común denominador.

Ejemplo.

$$\frac{3}{4} \text{ y } \frac{2}{5}$$

Explicación.—Multiplicándolos en cruz, se tiene:

$\frac{3\times5}{4\times5}$ y $\frac{4\times2}{4\times5}$, esto es, $\frac{15}{20}$ y $\frac{8}{20}$; luego $\frac{15}{20}$ avos es mayor, y equivale al quebrado $\frac{3}{4}$

SUMA DE QUEBRADOS.

Cuántos casos ocurren en la suma de quebrados?

Tres:

1º *Sumar dos ó más quebrados.*

2º *Sumar un entero con un quebrado, ó viceversa.*

3º *Sumar números mixtos.*

Ejemplo del primer caso.—Se quiere sumar $\frac{3}{4}$ con $\frac{6}{7}$

Explicación.—Se multiplican en cruz, para reducirlos á un común denominador, esto es, para hacerlos de una misma especie, así:

$$\frac{3}{4}+\frac{6}{7}=\frac{3\times7}{4\times7}+\frac{4\times6}{4\times7}=\frac{21}{28}+\frac{24}{28}$$

Ahora se suman los numeradores, puesto que ya son de una misma especie, y á la suma se pone por denominador el denominador común, así:

$$21+24=\frac{45}{28}$$

Como el quebrado es impropio, se sacan los enteros, así:

$$\begin{array}{l|l} 45 & 28 \\ \hline 17 & 1+\frac{17}{28} \end{array} \text{ avos.}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para sumar dos ó más que-*

brados que tienen un mismo denominador, se suman los numeradores, y á la suma se pone por denominador el denominador común. Si el quebrado es impropio, se sacan los enteros, dividiendo el numerador por el denominador. Si no tienen un mismo denominador, se reducen á éste, y luego se suman los numeradores.

Ejemplo del segundo caso.—Se quiere sumar el entero 8 con $\frac{4}{5}$

La operación se dispone así:

$$8+\frac{4}{5}$$

Explicación.—Se reduce el entero á quintos, para lo cual se multiplica y se divide el número 8 por el denominador 5, así:

$$\frac{8\times 5}{5}=\frac{40}{5}$$

Ahora se suma $\frac{40}{5}$ con $\frac{4}{5}$, así:

$$\frac{40}{5}+\frac{4}{5}=\frac{44}{5}=8+\frac{4}{5}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para sumar un entero con un quebrado ó viceversa, se multiplica* *el entero por el denominador; al producto se agrega el numerador, y á la suma se pone por denominador el del quebrado.*

Ejemplo del tercer caso.—Se quiere sumar $4\frac{2}{3}$ con $6\frac{1}{5}$

Explicación.—Se reduce cada mixto á quebrado, así:

$4\times 3+2=\frac{14}{3}$; $6\times 5+1=\frac{31}{5}$, esto es, $\frac{14}{3}+\frac{31}{5}$

Ahora se multiplican en cruz, para reducirlos á un común denominador, así:

$$\frac{14\times 5}{3\times 5}+\frac{3\times 31}{3\times 5}=\frac{70}{15}+\frac{93}{15}=\frac{163}{15}=10+\frac{13}{15}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para sumar números mixtos, se reduce cada uno de éstos á quebrado; los que resulten, se reducen á un común denominador; luego se suman los numeradores, y á la suma se pone por denominador el denominador común.*

RESTA DE QUEBRADOS.

Cuántos casos ocurren en la resta de quebrados?

Tres:

1º *Restar un quebrado de otro quebrado.*

2º *Restar un quebrado de un entero ó viceversa.*

3º *Restar números mixtos.*

Ejemplo del primer caso.—Se quiere restar $\frac{5}{4}$ de $\frac{12}{4}$

Explicación.—Como los quebrados tienen un mismo denominador, es decir, son de una misma especie, se resta el numerador del quebrado sustraendo del numerador del quebrado minuendo, y á la diferencia se pone por denominador el denominador común, así:

$$\frac{12}{4}-\frac{5}{4}=\frac{7}{4}=1+\frac{3}{4}$$

Otro ejemplo.—Se quiere restar $\frac{3}{8}$ de $\frac{6}{5}$

Explicación.—Como los quebrados no son de una misma especie, puesto que no tienen un denominador común, se reducen á éste, multiplicándolos en cruz, así:

$$\frac{6}{5}-\frac{3}{8}=\frac{6\times8}{5\times8}-\frac{5\times3}{5\times8}=\frac{48}{40}-\frac{15}{40}$$

Ahora se procede como en el ejemplo anterior, y se sacan los enteros si el quebrado es impropio, así:

$$\frac{48-15}{40}=\frac{33}{40}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para restar un quebrado de otro quebrado, se reducen á un común denominador, si no lo tienen, para hacerlos de una misma especie. Después se resta el numerador del quebrado sustraendo del numerador del quebrado minuendo, y á la diferencia se pone por denominador el denominador común. Si el quebrado es impropio, se sacan los enteros.*

Ejemplo 1º del segundo caso.—Se quiere restar $\frac{3}{4}$ de 16 enteros.

Explicación.—Se reduce el número 16 á cuartos, multiplicándolo y dividiéndolo por 4, así:

$$\frac{16 \times 4}{4}=\frac{64}{4}$$

De este quebrado se resta ahora el quebrado $\frac{8}{4}$, y se procede luego como en el primer caso, así:

$$\frac{64-8}{4}=\frac{56}{4}=14$$

Este procedimiento equivale á multiplicar el entero 16 por el denominador 4, y restar del producto 64 el numerador 8

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para restar un quebrado de un entero, se multiplica el entero por el denominador del quebrado; del producto se resta el numerador, y á la diferencia se pone por denominador el mismo del quebrado. Si es impropio, se sacan los enteros.*

Ejemplo 2º—Se quiere restar el entero 3 del quebrado $\frac{16}{4}$

Explicación.—Se reduce el entero 3 á cuartos, multiplicándolo y dividiéndolo por 4, así:

$$\frac{3\times4}{4}=\frac{12}{4}$$

Este quebrado se resta de $\frac{16}{4}$, y se procede luego como en el primer caso, así:

$$\frac{16}{4} - \frac{12}{4} = \frac{16-12}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para restar un entero de un quebrado, se multiplica el entero por el denominador; el producto se resta del numerador, y á la diferencia se pone por denominador el del quebrado. Si es impropio, se sacan los enteros.*

Ejemplo del tercer caso.—Se quiere restar 5¼ de 8⅔

Explicación.—Se reducen ambos mixtos á quebrados, así:

$$\frac{8 \times 3 + 2}{3} = \frac{26}{3}, \text{ y } \frac{5 \times 4 + 1}{4} = \frac{21}{4}$$

Los quebrados se reducen ahora á un

común denominador, para hacerlos de una misma especie, así:

$$\frac{26}{3}-\frac{21}{4}=\frac{26\times4}{3\times4}-\frac{3\times21}{3\times4}=\frac{104}{12}-\frac{63}{12}=$$
$$\frac{41}{12}=3+\frac{5}{12}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para restar un mixto de otro mixto, se reducen ambos á quebrados, y luego se aplica la regla del primer caso.*

MULTIPLICACIÓN DE QUEBRADOS.

Cuántos casos ocurren en la multiplicación de quebrados?

Tres:

1º *Multiplicar un quebrado por otro quebrado.*

2º *Multiplicar un quebrado por un entero, ó viceversa.*

3º *Multiplicar números mixtos.*

Ejemplo del primer caso.—Se quiere multiplicar $\frac{6}{4}$ por $\frac{4}{3}$

Explicación.—Se multiplica numerador por numerador, y denominador por denominador, así:

$$\frac{6 \times 5}{4 \times 3} = \frac{30}{12} = 2 + \frac{6}{12}, \text{ esto es, } 2 + \tfrac{1}{2}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para multiplicar un quebrado por otro quebrado, se multiplica numerador por numerador, y denominador por denominador. Si el quebrado producto es impropio, se sacan los enteros.*

Ejemplo del segundo caso.—Se quiere multiplicar $\frac{6}{4}$ por 2

Explicación.—Se multiplica el numerador por el entero, y al producto 12 se pone por denominador el del quebrado, así:

$$\frac{6}{4} \times 2 = \frac{12}{4} = 3$$

O también:

$$2 \times \frac{6}{4} = \frac{2 \times 6}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para multiplicar un quebrado por un entero ó viceversa, se multiplica el numerador por el entero, y al producto se pone por denominador el del quebrado. Si es impropio, se sacan los enteros.*

Ejemplo del tercer caso.—Se quiere multiplicar $2\frac{1}{4}$ por $3\frac{1}{2}$

Explicación.—Se reducen ambos mixtos á quebrados, y luego se multiplica numerador por numerador, y denominador por denominador, así:

$$\frac{2\times4+1}{4}=\frac{9}{4},\ \text{y}\ \frac{3\times2+1}{2}=\frac{7}{2}$$

Ahora se multiplica $\frac{9}{4}$ por $\frac{7}{2}$, así:

$$\frac{9\times7}{4\times2}=\frac{63}{8}=7+\frac{7}{8}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para multiplicar un mixto por otro mixto, se reducen ambos á quebrados, y luego se multiplica nu-*

merador por numerador, y denominador por denominador. Si el quebrado producto es impropio, se sacan los enteros.

DIVISIÓN DE QUEBRADOS.

Cuántos casos ocurren en la división de quebrados?

Cuatro:

1º *Dividir un quebrado por un entero.*

2º *Dividir un entero por un quebrado.*

3º *Dividir un quebrado por otro quebrado.*

4º *Dividir un mixto por otro mixto.*

Ejemplo del primer caso.—Se quiere dividir $\frac{12}{4}$ por 3

Explicación.—Se multiplica el entero 3 por el denominador 4, y al producto 12 se pone por numerador el del quebrado, y luego se sacan los enteros si es impropio, así:

$$\frac{12}{4} : 3 = \frac{12}{4 \times 3} = \frac{12}{12} = 1$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para dividir un quebrado*

por un entero, se multiplica el entero por el denominador; al producto se pone por numerador el del quebrado, y se sacan los enteros si es impropio.

Ejemplo del segundo caso.—Se quiere dividir 16 por ⅔

Explicación.—Se multiplica el entero 16 por el denominador 3, y al producto 48 se pone por denominador el numerador 2 del quebrado, así:

$$16 : \frac{2}{3} = \frac{16 \times 3}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para dividir un entero por un quebrado, se multiplica el entero por el denominador, y al producto se pone por denominador el numerador del quebrado. Si es impropio, se sacan los enteros.*

Ejemplo del tercer caso.—Se quiere dividir $\frac{12}{3}$ por $\frac{2}{5}$

Explicación.—Se multiplican en cruz, esto es, el numerador 12 por el denominador 5; después el denominador 3 por el numerador 2, así:

$$\frac{12}{3} : \frac{2}{5} = \frac{12 \times 5}{3 \times 2} = \frac{60}{6} = 10$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para dividir un quebrado por otro, se multiplica el numerador del quebrado dividendo por el denominador del quebrado divisor, y se tiene el numerador del quebrado cociente; después se multiplica el denominador del quebrado dividendo por el numerador del quebrado divisor, y se tiene el denominador del quebrado cociente. Si es impropio, se sacan los enteros.*

Ejemplo del cuarto caso.—Se quiere dividir $5\frac{1}{4}$ por $2\frac{1}{3}$

Explicación.—Se reducen ambos mixtos á quebrados, así:

$$\frac{5 \times 4 + 1}{4} = \frac{21}{4}, \text{ y } \frac{2 \times 3 + 1}{3} = \frac{7}{3}$$

Ahora se dividen los quebrados, según

la regla del tercer caso, así:

$$\frac{21}{4} : \frac{7}{3} = \frac{63}{28} = 2 + \frac{7}{28} \text{ avos}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para dividir un mixto por otro mixto, se reducen ambos á quebrados; éstos se multiplican en cruz, y se sacan los enteros si el quebrado es impropio.*

PROBLEMAS.

1º Un viajero gasta cuatro días para ir de Quito á Tulcán: en el primer día camina 7 leguas y $\frac{2}{4}$ de legua; en el segundo, 5 leguas y $\frac{1}{2}$; en el tercero, 6 leguas y $\frac{1}{4}$; y en el cuarto, 8 leguas y $\frac{3}{4}$. Cuánto trayecto ha recorrido?

2º Un individuo paga 384 sucres $\frac{3}{4}$, y al día siguiente paga 97 sucres $\frac{1}{4}$. A cuánto asciende el todo?

3º Una persona piadosa da 304 sucres á un Hospital, y $195\frac{3}{4}$ á un Hospicio. Cuánto da por todo?

4º A un bulto, que contiene papel de imprenta, le faltan 15 libras y $\frac{1}{2}$ para pesar 80 libras. Cuánto pesa dicho bulto?

5º Un guarda de una Colecturía Fiscal tiene que cobrar 386 sucres $\frac{6}{9}$, y sólo ha cobrado 243 sucres $\frac{4}{9}$. Cuánto le falta por cobrar?

6º ¿Cuánto valen siete varas y $\frac{1}{3}$ de casimir negro, á 4 sucres la vara?

7º ¿Cuánto valen 82 varas de zaraza y $\frac{3}{4}$, á 2 reales y $\frac{1}{2}$ la vara?

8º Un albañil gana 6 reales $\frac{3}{4}$ en un día. Cuánto ganará en 12 días?

9º Multiplíquese $14\frac{2}{3}$ por $6\frac{4}{5}$.

10. El producto de dos factores es $8.945\frac{2}{3}$, y uno de los factores es 34. Cuál es el otro factor?

LECCION NOVENA.

Con el fin de que el Institutor ó Institutora no tenga dificultad en la enseñanza de las fracciones decimales, damos las siguientes reglas de

PEDAGOGIA.

1ª Se traza en el pizarrón una línea horizontal bastante larga; en presencia de los niños ó niñas se la divide en diez partes iguales; en seguida se les dice que cada parte ó todas juntas se llaman *décimas* ó *décimos*.

Luego se les hace observar que si de estas diez partes se toman cuatro, se tiene la fracción *cuatro décimos* ó *décimas*, que se escribe así: $\frac{4}{10}$ ó 0,4. Esta última fracción se lee así: cero enteros, cuatro décimos.

2ª Cada porción de la línea se divide en diez partes iguales, y resultan ciento. En seguida se les dice que cada parte ó todas juntas se llaman *centésimas* ó *centésimos*.

Luego se les hace observar que si de estas 100 partes se toman 8, se tiene la fracción decimal *ocho centésimos*, que se escribe así: $\frac{8}{100}$ ú 0,08. Esta última fracción se lee así: cero enteros, ocho centésimos.

3ª Se divide cada centésima en diez partes iguales, y resultan mil.

En seguida se les dice que cada parte ó ó todas juntas se llaman *milésimas* ó *milésimos.*

Luego se les hace observar que si de estas mil partes se toman seis, se tiene la fracción decimal *seis milésimos*, que se escribe así:

$$\frac{6}{1000} \text{ ó } 0{,}006$$

Esta última fracción se lee así: cero enteros, seis milésimos.

4ª Se traza otra línea horizontal en el pizarrón, y se les dice que al dividirla en diez mil partes iguales, éstas se llaman *diezmilésimas* ó *diezmilésimos.*

FRACCIONES DECIMALES.

Qué se llama fracción decimal?

La representación especial de un quebrado que tiene por denominador la unidad seguida de uno ó más ceros.

Ejemplos. $\frac{4}{10}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{5}{1000}$, y se leen: cuatro décimos, tres centésimos y cinco milésimos, respectivamente.

¿Qué diferencia hay entre las fracciones decimales y las fraciones ordinarias?

En que las fracciones decimales tienen siempre por denominador la unidad seguida de uno ó más ceros, mientras que las fracciones ordinarias tienen por denominador un número distinto.

De qué otro modo se escriben las fracciones anteriores?

En línea horizontal, así: 0,4; 0,03; 0,005.

Qué lugar ocupan los décimos, los centésimos y los milésimos?

Partiendo de la coma para la derecha, los décimos ocupan el primer lugar; los centésimos, el segundo lugar; y los milésimos, el tercer lugar.

Cuántos valores representa toda cifra colocada á la derecha de otra.

Representa valores diez veces menores ó mejor dicho, va disminuyendo de diez en diez.

Cómo se llama la parte que está antes de la coma?

Parte entera, haya cero ó haya cifra ó cifras significativas.

Cómo se llama la parte que está después de la coma?

Parte decimal.

Ejemplo 1º—La fracción ocho enteros dos milésimos, esto es, 8 sucres dos milésimos de sucre, se escribe así:

8,002

Explicación.—Por no haber cifras significativas, que representen los décimos y los centésimos, se escriben dos ceros en los lugares respectivos.

Ejemplo 2º—La fracción cuatro enteros tres centésimos, ó mejor dicho, 4 sucres 3 centavos, se escribe así: 4,03

Explicación.—Se escribe un cero antes del 3, para llenar el lugar de los décimos ó reales.

Cómo se escribe una fracción decimal?

Se escribe primeramente el número que se enuncia antes de la palabra "enteros"; después se escribe una coma, y en seguida la parte decimal, de modo que la última cifra ocupe el lugar correspondiente al orden de unidades. Si no se dictan cifras significativas, se llenan con ceros los lugares respectivos.

Cómo se lee una fracción decimal?

Se pronuncia primero la parte que está

antes de la coma, y después la palabra "enteros"; en seguida se pronuncia la parte decimal, y se concluye mencionando el orden de unidades que representa la última cifra de la derecha.

En cuántas partes se divide un sucre?

En diez, que se llaman *décimos* ó *reales*.

En cuántas partes se divide un décimo?

En diez, que se llaman *centavos ó centésimos*.

En cuántas partes se divide un centavo?

En dos medios centavos.

¿Cambia de valor una fracción decimal, si á la derecha se le agregan uno ó más ceros?

No, porque la cifra ó cifras significativas permanecen en el mismo lugar, y por consiguiente, representan el mismo valor.

Ejemplo.—La fracción 3,25, que se lee: tres enteros, veinticinco centésimos, ó sea, tres sucres, veinticinco centavos, es igual á 3,250, como también á 3,2500 y á 3,25000

Explicación.—En las tres últimas fracciones, la cifra 2 permanece en el mismo lugar, y representa décimos ó reales; la ci-
5 permanece en el mismo lugar, y resenta centavos ó centésimos; luego to-

das tres fracciones son iguales en valor á la primera.

¿Cambia de valor una fracción decimal, si se le suprimen uno ó más ceros de la derecha?

No, porque la cifra ó cifras significativas permanecen en el mismo lugar, y por consiguiente, representan el mismo valor.

¿Cuántas veces se hace mayor una fracción decimal, si se corre la coma uno, dos ó tres lugares á la derecha?

Se hace diez, ciento ó mil veces mayor.

Ejemplo. 5,324, y se lee: 5 enteros, trescientos veinticuatro milésimos, ó sea, cinco sucres, trescientos veinticuatro milésimos de sucre.

Explicación 1ª—Corriendo la coma un lugar á la derecha, se tiene 53,24, y se lee: cincuenta y tres enteros, veinticuatro centésimos, ó sea, cincuenta y tres sucres, veinticuatro centavos.

El 5, que antes representaba las unidades, ahora representa las decenas, y se ha hecho diez veces mayor.

El 3, que antes representaba los décimos, ahora representa las unidades, y se ha hecho diez veces mayor.

El 2, que antes representaba los centésimos ó centavos, ahora representa los décimos, y se ha hecho diez veces mayor.

El 4, que antes representaba los milésimos, ahora representa los centésimos ó centavos, y se ha hecho diez veces mayor; luego toda la fracción se ha hecho diez veces mayor.

Explicación 2ª—Corriendo la coma dos lugares á la derecha de la fracción primitiva, se tiene 532,4. Se lee: quinientos treinta y dos enteros, cuatro décimos. Haciendo el mismo análisis, resulta que cada cifra se ha hecho cien veces mayor.

Explicación 3ª—Corriendo la coma tres lugares á la derecha de la fracción primitiva, se tiene 5324, y se lee: cinco mil trescientas veinticuatro unidades. Haciendo el mismo análisis, resulta que cada cifra se ha hecho mil veces mayor.

¿Cuántas veces se hace menor una fracción decimal, si se corre la coma uno, dos ó tres lugares para la izquierda?

Se hace diez, ciento ó mil veces menor.

Ejemplo. 8.325,4. Se lee: ocho mil,

trescientos veinticinco enteros, cuatro décimos.

Explicación 1ª—Corriendo la coma un lugar á la izquierda, se tiene 832,54. Se lee así: ochocientos treinta y dos enteros ó sucres, cincuenta y cuatro centésimos ó centavos.

El 5, que antes representaba las unidades, ahora representa los décimos, y se ha hecho diez veces menor.

El 2, que antes representaba las decenas, ahora representa las unidades, y se ha hecho diez veces menor.

El 3, que antes representaba los millares, ahora representa las decenas, y se ha hecho diez veces menor.

El 8, que antes representaba las unidades de millar, ahora representa las centenas, y se ha hecho diez veces menor; luego toda la fracción se ha hecho diez veces menor.

Explicación 2ª—Corriendo la coma dos lugares á la izquierda de la fracción primitiva, se tiene 83,254. Se lee: ochenta y tres enteros ó sucres, doscientos cincuenta y cuatro milésimos. Haciendo el mismo análisis, resulta que cada cifra se ha hecho cien veces menor; luego toda la fracción se ha hecho cien veces menor.

Explicación 3ª—Corriendo la coma tres lugares á la izquierda de la fracción primitiva, se tiene 8,3254. Se lee: ocho enteros, tres mil doscientos cincuenta y cuatro diez milésimos. Haciendo el mismo análisis, resulta que cada cifra se ha hecho mil veces menor; luego toda la fracción se ha hecho mil veces menor.

SUMA DE FRACCIONES DECIMALES.

Ejemplo.—Un comerciante debe 68 sucres 32 centavos, por una parte; por otra debe 75 sucres 4 milésimos; y por otra debe 837 sucres 9 centavos. Se pregunta cuál es la deuda total.

Para mayor claridad, la operación se dispone así:

$$\begin{array}{r} 68{,}32 \\ 75{,}004 \\ \underline{837{,}09} \end{array}$$

Explicación.—Agregando un cero al

primer sumando, y otro al tercero, se tiene:

$$
\begin{array}{r}
68,320 \\
75,004 \\
837,090 \\
\hline
980,414
\end{array}
$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para sumar fracciones decimales, se escriben los sumandos unos debajo de otros, de modo que las comas formen columna; en seguida se traza una línea horizontal por debajo del último sumando; luego se hace la suma, y se escribe una coma en frente de las de los sumandos.*

SUSTRACCIÓN Ó RESTA DE FRACCIONES DECIMALES.

¿Cuántos casos ocurren en la resta de fracciones decimales?

Tres:

1º *Restar una fracción decimal de otra fracción decimal.*

2º *Restar un número entero de una fracción decimal.*

3º *Restar una fracción decimal de un número entero.*

Ejemplo 1º—Un individuo debe 678 sucres 45 centavos; de éstos ha pagado 326 sucres 22 centavos. Cuánto debe todavía?

La operación se dispone así:

$$\begin{array}{r} 678{,}45 \\ \underline{326{,}22} \end{array}$$

Explicación.—Haciendo la resta como si fueran números enteros, y escribiendo una coma en la diferencia, de modo que forme columna con las del minuendo y sustraendo, respectivamente, se tiene:

$$\begin{array}{r} 678{,}45 \\ \underline{326{,}22} \\ 352{,}23 \end{array}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para restar fracciones decimales, se escribe el sustraendo debajo del minuendo, de modo que las comas formen columna. Si no hay igual número de cifras decimales en el minuendo y en el sustraendo, se escriben ceros á la derecha del que tenga me-*

nos, y luego se hace la resta como si fueran números enteros.

Ejemplo 2º—Una persona debe 8.457 sucres 96 centavos, y paga 345 sucres. Cuál es el resto de la deuda?

La operación se dispone así:

$$\begin{array}{r} 8.457{,}96 \\ \underline{345} \end{array}$$

Explicación.—Se escribe una coma después de la última cifra de la derecha del sustraendo; en seguida, dos ceros debajo de las cifras decimales del minuendo, y luego se hace la resta como si fueran números enteros, así:

$$\begin{array}{r} 8.457{,}96 \\ \underline{345{,}00} \\ 8.112{,}96 \end{array}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para restar un número entero de una fracción decimal, se escribe una coma después de la última cifra de la derecha del sustraendo, de modo que forme columna con la del* *minuendo; en seguida se escriben tantos ceros cuantas cifras decimales tenga el minuendo, y luego se hace la resta como si fueran números enteros.*

Ejemplo 3º—Un Colector Fiscal tiene que cobrar 846 sucres, y sólo ha cobrado 521 sucres 75 centavos. Cuánto debe cobrar todavía?

La operación se dispone así:

$$\begin{array}{r} 846 \\ \underline{521{,}75} \end{array}$$

Explicación.—Se escribe una coma después de la última cifra de la derecha del minuendo; en seguida, dos ceros encima de las dos cifras decimales del sustraendo, y luego se hace la resta como si fueran números enteros, así:

$$\begin{array}{r} 846{,}00 \\ \underline{521{,}75} \\ 324{,}25 \end{array}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para restar una fracción decimal de un entero, se escribe una coma después de la última cifra de la* *derecha del minuendo, de modo que forme columna con la del sustraendo; en seguida se escriben tantos ceros cuantas cifras decimales tenga el sustraendo, y luego se hace la resta como si fueran números enteros.*

MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES DECIMALES.

¿Cuántos casos ocurren en la multiplicación de fracciones decimales?

Dos:

1º *Multiplicar una fracción decimal por otra fracción decimal.*

2º *Multiplicar una fracción decimal por un entero, ó viceversa.*

Ejemplo del primer caso.—Se quiere multiplicar la fraccion 8 enteros 42 centésimos por 6 enteros 3 décimos.

La operación se dispone así:

$$\begin{array}{r} 8{,}42 \\ \underline{6{,}3} \end{array}$$

Explicación.—Se prescinde de las comas, y se hace la multiplicación como si fueran números enteros, así:

$$\begin{array}{r} 842 \\ 63 \\ \hline 2526 \\ 5052 \\ \hline 53046 \end{array}$$

De derecha á izquierda se separan tres cifras con una coma, en virtud de que el multiplicando tiene dos cifras decimales, y una el multiplicador, así:

$$\begin{array}{r} 842 \\ 63 \\ \hline 2526 \\ 5052 \\ \hline 53{,}046 \end{array}$$

El producto se lee así: cincuenta y tres enteros, cuarenta y seis milésimos.

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para multiplicar fracciones decimales, se prescinde de las comas, y se hace la multiplicación como si fueran números enteros; en el producto se separan con una coma, de derecha á izquierda, tantas cifras cuantas decimales tengan los dos factores.*

Ejemplo 1º del segundo caso.—Se quiere multiplicar la fracción 9 enteros 7 centésimos por 5 enteros.

La operación se dispone así:

$$\begin{array}{r} 9{,}07 \\ \underline{5} \end{array}$$

Explicación.—Se prescinde de la coma, y se hace la multiplicación como si fueran números enteros, así:

$$\begin{array}{r} 907 \\ \underline{5} \\ 4535 \end{array}$$

En el producto se separan dos cifras con una coma, en virtud de que el multiplicando tiene dos decimales, así:

$$\begin{array}{r} 907 \\ \underline{5} \\ 45{,}35 \end{array}$$

Se lee así: cuarenta y cinco enteros, treinta y cinco milésimos.

Ejemplo 2º del segundo caso.—Se quiere multiplicar el número entero 38 por la fracción decimal 4 enteros 2 décimos.

La operación se dispone así:

$$\begin{array}{r} 38 \\ \underline{4{,}2} \end{array}$$

Explicación.—Se prescinde de la coma, y se hace la multiplicación como si fueran números enteros, así:

$$\begin{array}{r} 38 \\ \underline{42} \\ 76 \\ \underline{152} \\ 1.596 \end{array}$$

En el producto se separa una cifra, en virtud de que el multiplicador tiene una sola decimal, así:

$$\begin{array}{r} 38 \\ \underline{42} \\ 76 \\ \underline{152} \\ 159{,}6 \end{array}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para multiplicar una fracción decimal por un número entero, ó viceversa, se prescinde la coma, y se hace la multiplicación como si fueran números enteros; en el producto se se-*

paran con una coma, de derecha á izquierda, tantas cifras cuantas decimales tenga el multiplicando ó el multiplicador.

DIVISIÓN DE FRACCIONES DECIMALES.

¿Cuántos casos ocurren en la división de fracciones decimales?

Dos:

1º *Dividir una fracción decimal por otra decimal.*

2º *Dividir una fracción decimal por un entero.*

Ejemplo del primer caso.—Se quiere dividir la fracción 6 enteros 5 décimos por 3 enteros 25 centésimos.

La operación se dispone así:

$$6{,}5 \mid \underline{3{,}25}$$

Explicación.—Se escribe un cero á la derecha de la cifra decimal del dividendo, á fin de igualar el número de cifras decimales con las del divisor; en seguida se prescinde de las comas, y se hace la división como si fueran números enteros, así:

$$\begin{array}{r|l} 650 & 325 \\ \hline 000 & 2 \end{array}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para dividir una fracción decimal por otra, se iguala el número de cifras en el dividendo y en el divisor, agregando ceros á la que tenga menos; se suprimen las comas, y se hace la división como si fueran números enteros.*

Ejemplo del segundo caso.—Se quiere dividir la fracción decimal 43 enteros 2 décimos por 4 enteros.

La operación se dispone así:

$$\begin{array}{r|l} 43{,}2 & 4 \\ \hline \end{array}$$

Explicación.—Se suprime la coma, y se hace la división como si fueran números enteros, así:

$$\begin{array}{r|l} 432 & 4 \\ \hline 032 & 108 \\ 00 & \end{array}$$

En el cociente se separa una cifra con

una coma, en virtud de que el dividendo tiene una sola cifra decimal, así: 10,8

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para dividir una fracción decimal por un entero, se prescinde de la coma, y se hace la división como si fueran números enteros; pero en el cociente se separan con una coma, de derecha á izquierda, tantas cifras cuantas decimales tenga el dividendo.*

PROBLEMAS.

1º El Gobierno ha dado 5 becas: 3 á unos niños huérfanos, y 2 á unas niñas de padres muy pobres. La primera beca vale 10 sucres 80 centavos; la segunda, 11 sucres 40 centavos; la tercera, 12 sucres 50 centavos; la cuarta, 9 sucres 70 centavos; y la quinta, 7 sucres 90 centavos. Cuánto debe pagar cada mes? Rp. 52,30.

2º El Tesorero de Hacienda tenía que satisfacer 4896 sucres 79 centavos á los Institutores, y sólo ha satisfecho 2173 sucres 35 centavos. Cuánto le falta que satisfacer? Rp. s/1.123,44.

3º Un comerciante ha vendido 48 varas de paño fino á 6 sucres 60 centavos la vara. Qué cantidad le ha entregado el comprador? Rp. s/. 316,80.

4º Un individuo paga 316 sucres 80 centavos por 48 yardas de buen casimir negro. Cuánto vale la yarda? Rp. s/6,60.

LECCION DECIMA.

NÚMEROS COMPLEJOS Ó DENOMINADOS.

Ejemplo.—Se quiere reducir á libras el número 6 quintales, 2 arrobas y 13 libras.

Explicación.—Se multiplica el número 6 por 4 arrobas que tiene un quintal; al producto 24 se agregan las 2 arrobas, así:

$6 \times 4 = 24 + 2 = 26$ arrobas

Estas se multiplican por 25 libras que tiene una arroba; al producto 650 libras se agregan las 13 libras, así:

$$26 \times 25 = 650 + 13 = 663 \text{ libras}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para reducir un número complejo á la última especie, se multiplica el número de la especie superior por el número de unidades de la especie inmediatamente inferior, y al producto se agregan las unidades de la misma especie inferior, y así en adelante.*

Ejemplos.

1º Una tonelada tiene 20 quintales; un quintal, 4 arrobas; una arroba, 25 libras; una libra, 16 onzas.

2º Un siglo ó centuria tiene 100 años; un año, 12 meses; un mes comercial, 30 días; un día, 24 horas; una hora, 60 minutos; un minuto, 60 segundos; un segundo, 60 terceros.

3º Una libra esterlina tiene 20 chelines; un chelín, 12 peniques.

4º Un sucre tiene 10 décimos ó reales; un décimo ó real, 2 medios ó 10 centavos; un medio, 2 cuartillos ó 5 centavos; un cuartillo, 2½ centavos.

5º Una circunferencia se divide en 360 grados; un grado, en 60 minutos; un minuto, en 60 segundos; un segundo, en 60 terceros.

6º Una caballería tiene 16 cuadras cuadradas; una cuadra, 4 solares; un solar, 2.500 varas cuadradas.

SUMA DE NÚMEROS COMPLEJOS.

Ejemplo.—Se quiere sumar 10 quintales, 3 arrobas y 16 libras con 7 quintales, 2 arrobas y 12 libras.

La operación se dispone así:

10qq	3@	16℔
7 ,,	2 ,,	12 ,,

Explicación.—Se suma la primera columna de la derecha, y se obtienen 28 libras. De éstas se deducen 25 libras, que hacen 1@, y las 3℔ que sobran se escriben debajo de la misma columna de las libras.

En seguida se suma la columna de las arrobas, que da 5. A éstas se agrega la arroba que resultó de la suma de las libras, y son 6 arrobas.

De éstas se deducen 4, que hacen 1 quintal, y las 2 arrobas sobrantes se escriben debajo de la misma columna de las arrobas.

Después se suma la columna de los quintales, que da 17; á éstos se agrega el quintal que resultó de la suma de las arrobas, y hacen 18 quintales, así:

10qq	3@	16℔
7	2	12
18qq	2@	3℔

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para sumar números complejos ó denominados, se escriben unos debajo de otros, de modo que se correspondan las unidades de una misma especie. Se comienza á sumar por la primera columna de la derecha, y se hace la reducción de unidades inferiores á superiores.*

RESTA DE NÚMEROS COMPLEJOS.

Ejemplo.—Se quiere restar 12 libras esterlinas, 9 chelines y 3 peniques de 25 libras, 6 chelines y 5 peniques.

La operación se dispone así:

25 £	6 ch.	5 p.
12	9	3

Explicación.—No puede restarse la segunda columna, porque el minuendo es menor que el sustraendo. Entonces se toma una libra, que vale 20 chelines, los cuales, sumados con los 6, dan 26. Haciendo la resta, se obtienen 17 por diferencia.

En seguida se resta la tercera columna, disminuyendo una libra á las 25, y se obtienen 12 por diferencia, así:

24 £	26 ch.	5 p.
12	9	3
12	17	2

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para restar números complejos ó denominados, se escribe el* *sustraendo debajo del minuendo, de modo que se correspondan las unidades de una misma especie. Se resta separadamente cada columna, comenzando por la primera de la derecha. Si alguna especie del minuendo es menor que la del sustraendo, se toma una unidad de la especie superior inmediata y se la reduce á la inferior; pero al restar la siguiente columna, se disminuye la unidad tomada.*

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS COMPLEJOS.

Ejemplo. — Un comerciante vende 2 quintales de azúcar, 3 arrobas y 6 libras á 2 reales, ó sean 20 centavos la libra. Cuánto debe recibir del comprador?

La operación se dispone así:

2qq	2@	6lb
		2

Explicación.—Se multiplican los 2 quintales por 4 arrobas que tiene un quintal, y al producto 8 se agregan las 3 arrobas, así:

$$2 \times 4 + 3 = 11$$

Las 11 arrobas se multiplican por 25 libras que tiene una arroba, y al producto 275 se agregan las 6 libras, así:

$$11 \times 25 + 6 = 281$$

Las 281 libras se multiplican ahora por 2 reales que vale una libra, y resultan 562 reales, así:

$$281 \times 2 = 562$$

Dividiendo 562 por 10 reales que tiene un sucre, se obtienen 56 sucres 20 centavos, así:

$$\begin{array}{l|l} 562 & 10 \\ \hline 62 & 56 + 20 \end{array}$$

2 reales ó sean 20 ctvs.

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para multiplicar un complejo por un incomplejo, se reduce el complejo á la última especie, y el resultado se multiplica por el incomplejo, para obtener el valor del complejo.*

DIVISIÓN DE NÚMEROS COMPLEJOS.

Ejemplo.—Una señora ha comprado 2 quintales de azúcar, 3 arrobas y 6 libras por 56 sucres 20 centavos. Cuánto importa la libra?

Explicación. —Se reduce el complejo á la última especie, y resultan 281 libras. El número 56 se reduce á centavos, multiplicándolo por 100 centavos que tiene un sucre; al producto 5600 se agregan los 20 centavos, así:

$$56 \times 100 = 5600 + 20 = 5620$$

Ahora se divide 5620 por 281, y se obtienen 20 centavos por cociente, importe de una libra, así:

$$\begin{array}{l|l} 5620 & \underline{281\quad} \\ 0000 & 20 \text{ centavos.} \end{array}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para dividir un complejo por otro complejo, se reducen ambos á la última especie, y luego se averigua cuál es el dividendo y cuál el divisor. En seguida se divide el primero por* *el segundo, para obtener el cociente, que es de la misma especie de la del dividendo.*

LECCION UNDECIMA.

SISTEMA MÉTRICO.

¿Qué se llama sistema métrico en general?

El sistema que se ha adoptado, tomando el *metro* por base.

¿Cuántas condiciones debe reunir todo sistema métrico, para que sea perfecto?

Dos:

1ª *Debe tener una unidad para cada especie de cantidades que haya que medir.*

2ª *Debe tener los múltiplos y submúltiplos necesarios de cada unidad, para medir cualesquiera cantidades en un momento dado.*

Qué se llama múltiplo ó multíplice?

El número que contiene exactamente á otro.

Ejemplo.—El número 24 contiene al número 3 ocho veces exactas; luego el dividendo 24 es el múltiplo.

Qué se llama submúltiplo ó submultíplice?

El número que cabe exactamente en otro.

Ejemplo.—El número 7 cabe 5 veces exactas en el número 35; luego el número 7 es el submúltiplo.

Haciendo la división en uno y otro ejemplo, se tiene:

1º $24 : 3 = 8$; 2º $35 : 7 = 5$

Qué se llama metro?

La diezmillonésima parte de la distancia que hay del Ecuador al Polo norte ó al Polo sur.

Qué se llama Ecuador?

Un círculo máximo que sigue en dirección de Oriente á Occidente, y divide la Tierra en dos partes exactamente iguales.

Qué se llaman Polos?
Las extremidades de la Tierra.
¿Cuántos millones de metros hay del Ecuador á cualquiera de los dos Polos?
Hay diez millones de metros.
Qué se llama Oriente?
La parte por donde se levanta el sol.
Qué se llama Occidente?
La parte por donde se oculta el sol.

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL FRANCÉS.

Qué se llama Sistema Métrico decimal francés?
El que tiene por base el metro, y sigue la ley decimal en las divisiones y subdivisiones.
Por qué sigue la ley decimal?
Porque aumenta ó disminuye de diez en diez.
Cuántas son las ventajas de este Sistema Métrico?
Cuatro:

1ª *La base es un elemento invariable.*
2ª *Está conforme con el sistema de numeración decimal.*

3ª *Hay uniformidad en todas las divisiones y subdivisiones.*

4ª *Todas las unidades tienen relación con el metro.*

De cuántas unidades se compone el Sistema Métrico?

De cinco: del *metro*, para medir las longitudes; del *metro cuadrado*, para medir las superficies; del *metro cúbico*, para medir los volúmenes; del *litro*, para medir las capacidades; y del *gramo*, para medir los pesos.

Cómo se forman los múltiplos del metro?

Escribiendo la palabra *metro* á la derecha de las palabras griegas *deca*, *hecto*, *kilo* y *miria*, y resultan estas otras palabras: *decámetro*, *hectómetro*, *kilómetro* y *miriámetro*, que significan diez, ciento, mil y diez mil metros, respectivamente.

Cómo se forman los submúltiplos del metro?

Escribiendo la palabra *metro* á la derecha de las palabras latinas *deci*, *centi* y *mili*, y resultan estas otras palabras: *decímetro*, *centímetro* y *milímetro*, que significan décimo, centésimo y milésimo del metro, respectivamente.

Para qué sirven los múltiplos del metro?
Para medir longitudes más ó menos considerables.

Para qué sirven los submúltiplos del metro?
Para medir longitudes relativamente pequeñas.

A qué equivalen las palabras deca, hecto, kilo y miria?
A las decenas, centenas, millares y unidades de millar, en el orden respectivo.

A qué equivalen las palabras deci, centi y mili?
A las décimas, centésimas y milésimas, en el orden respectivo.

Y qué se llaman medidas de longitud?
Las que sirven para medir la extensión considerada como *línea*.

Ejemplo 1º—El número 6 hectómetros, 4 decámetros y 5 metros, se escribe así: 645 metros.

Ejemplo 2º—El número 6 decámetros, 3 metros, 9 decímetros y 7 centímetros, se escribe así: 63,97 ó sean, 63 metros y 97 centímetros.

Ejemplo 3º—El número 8 metros, 6 decímetros, 5 centímetros y 4 milímetros, se escribe así: 8,654 ó sean, 8 metros y 654 milímetros.

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para escribir un número cualquiera, se escriben con una sola cifra los múltiplos y submúltiplos del metro, como si fueran cantidad decimal, esto es, se escribe coma antes de los submúltiplos. En el lugar correspondiente se escriben los múltiplos y submúltiplos, y se expresa al fin la especie de unidades que representa la última cifra de la derecha.*

MEDIDAS DE SUPERFICIE.

Qué se llaman medidas de superficie?

Las que sirven para medir la extensión considerada en sus dos dimensiones: *longitud* y *latitud*.

X **Cuáles son las medidas de superficie?**

Las siguientes: ***el metro cuadrado ó centiárea; el decámetro cuadrado ó área; el hectómetro cuadrado ó hectárea; el kilóme-***

tro cuadrado y el miriámetro cuadrado. Estos cuatro son múltiplos del primero. ✕

Cuántos metros cuadrados tiene el decámetro cuadrado?

Cien metros cuadrados.

Cuántos metros cuadrados tiene el hectómetro cuadrado?

Diez mil metros cuadrados.

Cuántos metros cuadrados tiene el kilómetro cuadrado?

Un millón de metros cuadrados.

Cuántos metros cuadrados tiene el miriámetro cuadrado?

Cien millones de metros cuadrados.

Cuáles son los submúltiplos del metro cuadrado?

Los siguientes: el decímetro cuadrado, el centímetro cuadrado y el milímetro cuadrado.

Escolio 1º—Según la extensión que se trate de medir, se usa uno de los múltiplos ó de los submúltiplos.

Escolio 2º—Los múltiplos aumentan de ciento en ciento, y los submúltiplos disminuyen de ciento en ciento.

Ejemplo 1º—El número 19 hectómetros

cuadrados, 4 decámetros cuadrados, y 26 metros cuadrados, se escribe así: 19,0426 m. c.

Explicación.—Todo número se expresa con dos cifras; pero como el número 4 decámetros está expresado con una sola cifra, se lo completa escribiendo un cero antes de él.

Ejemplo 2º—El número 6 metros cuadrados, 32 decímetros cuadrados y 45 centímetros cuadrados, se escribe así:

6,3245

Ejemplo 3º—El número 3 decímetros cuadrados se escribe así:

0,03

Explicación.—Se escribe un cero antes del 3, porque este número está expresado con una sola cifra. El cero que está antes de la coma, ocupa el lugar de los metros cuadrados.

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para escribir un número cualquiera, se escriben con dos cifras* *los múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado, ó se escriben ceros en los lugares respectivos, si no hay cifras significativas; y cuando la cifra es una sola, se escribe un cero antes de ella. Por último, se escribe coma después de los metros cuadrados, y se expresa al fin la especie de unidades que representan las dos últimas cifras de la derecha.*

MEDIDAS DE VOLUMEN.

Qué se llaman medidas de volumen?

Las que sirven para medir la extensión considerada en sus tres dimensiones: *longitud, latitud* y *profundidad.*

Cuáles son las medidas de volumen?

Las siguientes: *el metro cúbico, el decámetro cúbico, el hectómetro cúbico, el kilómetro cúbico y el miriámetro cúbico. Estos cuatro son múltiplos del primero.*

Cuáles son los submúltiplos del metro cúbico?

El decímetro cúbico, el centímetro cúbico y el milímetro cúbico.

Qué cosa es el cubo?

Un cuerpo sólido que tiene la forma de un dado, y consta de seis caras cuadradas é iguales.

Qué cosa es el metro cúbico?

Un cubo que tiene un metro por cada lado.

Cuántos metros cúbicos tiene el decámetro cúbico?

Mil metros cúbicos.

El hectómetro cúbico tiene un millón de metros cúbicos; el kilómetro cúbico tiene mil millones de metros cúbicos.

Cuántos decímetros cúbicos tiene el metro cúbico?

Mil decímetros cúbicos.

Escolio 1º—Los múltiplos aumentan de mil en mil, y los submúltiplos disminuyen de mil en mil. Por esta razón se escriben con tres cifras todos los números que expresan múltiplos ó submúltiplos.

Escolio 2º—Si los números se expresan con una sola cifra, entonces se escriben dos ceros antes de dicha cifra; si los números se expresan con dos cifras, entonces se escribe un cero antes de ellas, menos antes de la primera ó dos primeras de la izquierda.

Ejemplo 1º—El número 26 hectómetros, 2 decámetros y 124 metros cúbicos, se escribe así:

26002124

Explicación.—Se escriben dos ceros antes de los 2 decámetros, porque este número está expresado con una sola cifra.

Ejemplo 2º—El número 7 hectómetros, 16 decámetros y 135 metros cúbicos, se escribe así:

7016135

Explicación.—Se escribe un cero antes de los 16 decámetros, porque este número está expresado con dos cifras.

Ejemplo 3º—El número 38 kilómetros y 236 decámetros cúbicos, se escribe así:

38000236

Explicación.—Se escriben tres ceros en el lugar de los hectómetros, porque no se han dictado cifras significativas.

Ejemplo 4º—El número 2 metros y 4

decímetros cúbicos, se escribe así:

2,004

Explicación.—Se escriben dos ceros antes del 4, porque este número está expresado con una sola cifra.

Advertencia.—Los múltiplos del metro cúbico se emplean rara vez, porque ni es posible formarlos. En cuanto á los submúltiplos, se aplica uno de éstos, según el volumen que se trate de medir.

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para escribir un número cualquiera, se escriben con tres cifras los múltiplos y submúltiplos del metro cúbico, ó bien se escriben uno, dos ó tres ceros en los lugares correspondientes, si no hay cifra ó cifras significativas.*

MEDIDAS DE CAPACIDAD.

Qué se llaman medidas de capacidad?
Las que sirven para medir los líquidos

como el agua, la leche, el vino, el aguardiente, etc.

Cuáles son las medidas de capacidad?

Las siguientes: *el litro, el decalitro, el hectolitro, el kilolitro y el mirialitro. Estos cuatro son múltiplos del primero.*

Qué cosa es el litro?

La capacidad de un decímetro cúbico, esto es, de un cubo hueco que tenga un decímetro por cada lado interior.

Cuáles son los submúltiplos del litro?

El decilitro, el centilitro y el mililitro.

Escolio.—Según la capacidad que se trate de medir, se usa uno de los múltiplos ó de los submúltiplos.

Ejemplo 1º—El número 42 hectolitros y 6 decalitros, se escribe así:

426 decalitros

Ejemplo 2º—El número 6 decalitros, 4 litros, 3 decilitros y 1 centilitro, se escribe así:

64,31 centilitros

Ejemplo 3º—El número 3 kilolitros, 5 litros y 2 decilitros, se escribe así:

3005,2

Explicación.—Se escribe un cero en el lugar de los hectolitros, y otro en el de los decalitros.

Ejemplo 4º—El número 103 litros y 4 mililitros, se escribe así:

103,004

Explicación.—Se escriben dos ceros en los lugares de los decilitros y centilitros, respectivamente.

De aquí se deduce la siguiente

Regla. — *Para escribir un número cualquiera, se escriben con una sola cifra los múltiplos y sumúltiplos del litro, y se escribe una coma antes de los submúltiplos. Cuando no se dictan cifras significativas, se escriben ceros en los lugares respectivos, y se expresa al fin la especie de unidades que representa la última cifra de la derecha.*

MEDIDAS DE PESO.

Qué se llaman medidas de peso?
Las que sirven para pesar las cosas.

Cuáles son las medidas de peso?

Las siguientes: el gramo, el decagramo, el hectogramo, el kilogramo y el miriagramo. Estos cuatro son múltiplos del primero.

Qué cosa es el gramo?

El peso en el vacío, y al nivel del mar, de un centímetro cúbico de agua destilada, á la temperatura de cuatro grados centígrados sobre cero.

Cuáles son los submúltiplos del gramo?

El decigramo, el centigramo y el miligramo.

Escolio.—Según la capacidad que se trate de medir, se usa uno de los múltiplos ó de los submúltiplos.

Ejemplo 1º—El número 6 kilogramos, 2 hectogramos, 5 decagramos y 3 gramos, se escribe as: 6253

Ejemplo 2º—El número 48 kilogramos y 3 decagramos, se escribe así: 48,03

Explicación. — Se escribe coma después del 8, porque se considera el kilogramo como unidad de peso; y se escribe un cero antes del 3, para que ocupe el lugar de los hectogramos que no se dictaron.

Ejemplo 3º—El número 6 gramos, 3 decigramos y 5 centigramos, se escribe así: 6,35

De aquí se deduce la siguiente

Regla. — *Para escribir un número cualquiera, se escriben con una sola cifra los múltiplos y submúltiplos del gramo, y se escribe coma antes de los submúltiplos. Cuando no se dictan cifras significativas, se escriben ceros en los lugares respectivos, y se expresa al fin la especie de unidades que representa la última cifra de la derecha.*

MEDIDAS MONETARIAS.

Qué se llaman medidas monetarias?

Las que sirven para valuar el precio de las cosas.

Cuál es la unidad de la moneda de plata en el Ecuador?

El sucre, que vale 10 décimos, ó sean 100 centavos.

Cuáles son los submúltiplos del sucre?

El medio sucre, que vale 5 décimos ó 50

centavos; los 2 décimos, que valen 20 centavos; el décimo, que vale 10 centavos; y el medio décimo, que vale 5 centavos.

Qué se llaman monedas de vellón?

Las que son de cobre, y hay medios décimos, y vale 5 centavos cada uno.

También hay centavos, y medios centavos de cobre.

¿Cuántos milésimos de plata y cuántos de cobre tiene el sucre?

900 milésimos de plata y 100 de cobre para la liga.

Cuántos gramos pesa un sucre?

25 gramos.

MONEDAS DE FRANCIA.

Cuál es la unidad de moneda de plata en Francia?

El franco, que vale 20 centavos de sucre.

En qué se divide el franco?

En 10 décimos, y el décimo en 10 céntimos.

Cuántos gramos pesa el franco?

Cinco gramos, y contiene 900 milésimos de plata y 100 de cobre para la liga.

Cuáles son las otras piezas del franco?

Las siguientes: la de 5 francos, la de 2 francos, la de 50 céntimos, y la de 20 céntimos.

PROBLEMAS.

1º Escríbase el número 6 metros cuadrados y 7 centímetros cuadrados.

2º Léase el número $20m^2,00530012$

3º Escríbase el número 23 metros cúbicos, 4 centímetros cúbicos y 8 diezmilímetros cúbicos.

4º Escríbase el número 14 hectáreas, 6 áreas y 15 centímetros cuadrados.

5º Escríbase el número 32 litros, 5 centilitros y 6 mililitros.

6º Escríbase el número 5 kilolitros, 3 litros y 2 centilitros.

7º Escríbase el número 27 kilogramos y 22 gramos.

8º Escríbase el número 8 kilogramos, 4 decagramos y 7 miligramos.

LECCION DUODECIMA.

RAZONES Y PROPORCIONES.

Qué se llama razón?

El resultado de la comparación de dos cantidades.

La razón se llama también *relación.*

De cuántas maneras se hace la comparación?

De dos: por medio de la *sustracción,* y por medio de la *división.*

Cuándo se emplea la sustracción?

Cuando se averigua la diferencia que hay entre dos cantidades, y el resultado se llama *razón por diferencia.*

Cuándo se emplea la división?

Cuando se averigua cuántas veces una cantidad contiene á otra, y el resultado se llama *razón por cociente.*

Ejemplo 1º

$$24-8=16$$

ó bien:

$$24 . 8=16$$

Explicación.—El minuendo 24 se llama *antecedente;* y el sustraendo 8 se llama *consecuente.* La diferencia 16 es la *razón ó relación.* El minuendo y el sustraendo juntos se llama *términos de la razón,* y se leen así:

24 es á 8

El signo menos ó el punto se traduce por la expresión *es á.*

Ejemplo 2º

$$60 : 12 = 5$$

ó bien:

$$\frac{60}{12} = 5$$

Explicación.—El dividendo 60 se llama *antecedente,* y el divisor 12 se llama *consecuente.* El cociente 5 es la *razón ó relación.* El dividendo y el divisor juntos se llaman *términos de la razón,* y se leen así:

60 es á 12

Los dos puntos ó la línea horizontal se traducen por la expresión *es á.*

Qué se llama equidiferencia?
La igualdad de dos razones.

Ejemplo. $16 : 9 = 12 : 5$, y se lee: 16 es á 9 como 12 es á 5. También se escribe de este modo: $16-9=12-5$, y se lee de igual manera.

Explicación.—El signo *igual* se traduce por el adverbio *como*. Los números 16 y 9 son los términos de la primera razón; y los números 12 y 5 son los términos de la segunda razón. Haciendo las restas indicadas, se ve que las razones son iguales, así:

$$\left.\begin{array}{l}16-9=7\\12-5=7\end{array}\right\}\text{ de donde: } 7=7$$

Los términos 16 y 5 se llaman *términos extremos*, y dan 21 por suma; los términos 9 y 12 se llaman *términos medios*, y dan 21 por suma. Luego en toda equidiferencia, *la suma de los extremos es igual á la suma de los medios.*

Qué se llama proporción?

La igualdad de dos razones por cociente.

Ejemplo.

$$12:4=6:2$$

ó bien:

$$\frac{12}{4}=\frac{6}{2}$$

y se lee:

12 es á 4 como 6 es á 2

Explicación.—Los números 12 y 4 son los términos de la primera razón; los números 6 y 2 son los términos de la segunda razón. Haciendo las divisiones indicadas, se ve que las razones son iguales, así:

$$\left.\begin{array}{r} 12:4=3 \\ 6:2=3 \end{array}\right\} \text{ de donde: } 3=3$$

Hé aquí la proporción.

Los términos 12 y 4 se llaman *antecedente* el primero, y *consecuente* el segundo; los términos 12 y 2 se llaman *términos extremos;* los términos 4 y 6 se llaman *términos medios.*

De cuántas maneras es la proporción?

De dos: *continua* y *discontinua.*

Cuándo es continua?

Cuando los términos medios son iguales.

Cuándo es discontinua ó discreta?

Cuando los términos medios son desiguales.

Ejemplo de proporción continua.

$$\frac{16}{8}=\frac{8}{4}$$

Explicación.—El término 8, que está repetido, se llama *medio proporcional.*

Multiplicando 16 por 4, que son los términos extremos, se obtiene 64 por producto. Multiplicando igualmente 8 por 8, que son los términos medios, se obtiene también 64 por producto.

Para mayor claridad, la operación se dispone así:

16x4=64
8x8=64 De donde: 64=64

Como se ve, *el producto de los extremos es igual al producto de los medios.*

Ejemplo de proporción discontinua:

$$\frac{24}{8}=\frac{12}{4}$$

Explicación.—Multiplicando 24 por 4, que son los términos extremos, se obtiene 96 por producto. Multiplicando igualmente 8 por 12, que son los términos medios, se obiene 96 por producto.

Para mayor claridad, la operación se dispone así:

24x4=96
8x12=96 De donde: 96=96

Como se ve, *el producto de los extremos es igual al producto de los medios.*

Problema 1º de proporción discontinua.— Buscar un medio cualquiera, cuando se conocen el otro medio y los extremos.

Sea la proporción:

$$\frac{12}{x} = \frac{6}{2},$$

y se lee:

12 es á equis como 6 es á 2

Explicación.—Se multiplica 12 por 2, y el producto 24 se divide por 6, que es el medio conocido. así,

$$12 \times 2 = 24 : 6 = 4$$

Poniendo el número 4 en lugar de la equis, que figura en la proporción, se tiene:

$$\frac{12}{4} = \frac{6}{2}$$

de donde:

$$12 \times 2 = 4 \times 6$$

esto es,

$$24 = 24$$

Como se ve, en toda proporción discontinua, *el producto de los extremos es siempre igual al producto de los medios.*

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para buscar el valor de un*

medio cualquiera, en una proporción discontinua, se multiplican los términos extremos, y el producto se divide por el medio conocido.

Problema 2º de proporción discontinua.—Buscar un extremo cualquiera, cuando se conocen el otro extremo y los medios.

Sea la proporción:

$$\frac{12}{4}=\frac{6}{x}$$

Explicación.—Se multiplica 4 por 6, y el producto 24 se divide por 12, que es el extremo conocido, así:

$$4\times6=24:12=2$$

Poniendo el número 2 en lugar de la equis, que figura en la proporción, se tiene:

$$\frac{12}{4}=\frac{6}{2}$$

de donde:

$$12\times2=4\times6$$

esto es,

$$24=24$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para buscar el valor de un extremo cualquiera, en una proporción discontinua, se multiplican los términos medios, y el producto se divide por el extremo conocido.*

REGLA DE TRES.

Qué se llama regla de tres?
Una operación que tiene por objeto buscar el cuarto término de una proporción, cuando se conocen los otros tres.

De cuántas maneras es la regla de tres?
De dos: simple y compuesta.

Cuándo es simple?
Cuando en ella figuran cuatro términos: tres conocidos, y uno por conocer.

Cuándo es compuesta?
Cuando en ella figuran más de tres términos conocidos, y uno por conocer.

Cómo se divide la regla de tres simple?
En directa é inversa.

Cuándo es directa?
Cuando las relaciones van de más á más,

ó de menos á menos, y entonces las relaciones son directamente proporcionales.

Cuándo es inversa?

Cuando las relaciones van de más á menos, ó de menos á más, y entonces las relaciones son inversamente proporcionales.

Y qué se llama relación?

El cociente que resulta de dividir una cantidad por otra.

Ejemplo de regla de tres simple directa.—Un comerciante ha comprado 25 quintales de azúcar en 375 sucres, y quiere saber cuánto valen 17 quintales.

La operación se plantea así:

$$\frac{25}{17} = \frac{375}{x} = \frac{375 \times 17}{25}$$

de donde:

$$x = \frac{17 \times 375}{25} = \frac{6375}{25} = 255 \text{ sucres}$$

A medida que disminuye el número de quintales, disminuye también el precio; luego la relación es directamente proporcional.

Ejemplo 2º—Un hacendado compra 40

cabezas de ganado en 800 sucres, y quiere saber cuánto valen 328 cabezas.

La operación se plantea así:

$$\frac{40}{328} = \frac{800}{x}$$

de donde:

$$x = \frac{328 \times 800}{40} = \frac{262.400}{40} = 6.560 \text{ sucres}$$

A medida que aumenta el número de cabezas de ganado, aumenta también el precio; luego la relación es directamente proporcional.

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para resolver una regla de tres simple directa, cuando el termino desconocido es un extremo ... multiplican los medios entre sí, el producto se divide por el extre... conocido.*

Ejemplo de regla de tres simple inversa. 6 albañiles empiedran una plaza en 20 días. ¿En cuántos días empedrarán 10 albañiles la misma plaza?

La operación se plantea así:

$$\frac{6}{10} = \frac{20}{x}$$

Explicación.—Para resolver este problema, se invierten solamente los términos 6 y 10, y entonces la operación se plantea de este modo:

$$\frac{10}{6} = \frac{20}{x}$$

de donde:

$$x = \frac{6 \times 20}{10} = \frac{120}{10} = 12 \text{ días}$$

A medida que aumenta el número de albañiles, disminuye el número de días; luego la relación es inversamente proporcional.

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para resolver una regla de tres simple inversa, se cambian solamente los términos de la primera razón, y se convierte en regla de tres simple directa; en seguida se multiplican los medios entre sí, y el producto se divide por el extremo conocido.*

MÉTODO DE LA UNIDAD.

Qué se llama método de la unidad?

El procedimiento de introducir el número 1, que es la relación más fácil de todas, en el análisis de la respectiva regla ó problema.

Sean los mismos ejemplos:

$$1^{\circ} \qquad \frac{25}{17} = \frac{375}{x}$$

Explicación.—Para resolver esta regla de tres simple directa por el método de la unidad, se hace el siguiente raciocinio:

Si 25 quintales de azúcar cuestan 375 sucres, claro está que 1 solo quintal costará una cantidad 25 veces menor, esto es, 375 partido por 25, así:

$$\frac{375}{25};$$

luego los 17 quintales costarán una cantidad 17 veces mayor, así:

$$\frac{17 \times 375}{25} = \frac{6.375}{25} = 255 \text{ sucres}$$

2º $\frac{40}{328} = \frac{800}{x}$

Explicación.—Para resolver esta otra regla de tres simple directa por el método de la unidad, se hace el siguiente raciocinio:

Si 40 cabezas de ganado valen 800 sucres, claro está que 1 sola cabeza valdrá una cantidad 40 veces menor, esto es, 800 partido por 40, así:

$$\frac{800}{40};$$

luego las 328 cabezas valdrán una cantidad 328 veces mayor, así:

$$\frac{328 \times 800}{40} = \frac{262.400}{40} = 6.560 \text{ sucres}$$

3º $\frac{10}{6} = \frac{20}{x}$

Explicación.—Para resolver esta regla de tres simple inversa por el método de la unidad, se hace el siguiente raciocinio:

Si 6 albañiles empiedran una plaza en 20 días, claro está que 1 solo albañil empedrará la misma plaza en un tiempo 6 ve-es mayor, esto es, 6 multiplicado por 20, así:

$$6 \times 20;$$

luego 10 albañiles empedrarán la misma plaza en un tiempo 10 veces menor, así:

$$\frac{6 \times 20}{10} = \frac{120}{10} = 12 \text{ días}$$

Escolio.—Cuando se dice 25 veces menor, como en el ejemplo 1º, se escribe dicha cantidad 25 como denominador; y cuando se dice 17 veces mayor, se escribe esta cantidad como numerador.

PROBLEMAS.

1º El Gobierno gasta 250 sucres diarios en sostener la tropa de Tulcán, que se compone de 500 hombres. Cuánto gastará, si el número se aumenta á 860?

2º Un negociante de ganado emplea 4.500 sucres en 180 cabezas, comprada por 25 sucres cada una. Cuánto importan las 134?

3º Un individuo compra 60 quintales

de azúzar por 1.200 sucres. Cuánto valen los 43?

4º La construcción de 6 metros de la pared de un templo cuesta 11 sucres. Cuánto costarán 14 metros y 50 centímetros?

5º 10 operarios emplean 240 días en construír una casa. ¿Cuántos días emplearán 22 operarios en construír la misma casa?

6º 6 carpinteros tardan 60 días en labrar varios pilares, varias puertas y varias ventanas. Se pregunta ahora si 9 carpinteros tardarán más ó menos días, y cuántos, en ejecutar los mismos trabajos.

LECCION DECIMATERCERA.

INTERÉS.

Qué se llama interés?

Un tanto por ciento que se paga ó se cobra por una cantidad de dinero, pedida ó dada prestada, la cual se llama *capital ó principal*.

Escolio.—El tanto por ciento se llama también *rata*, *tasa*, *rédito ó tipo*.

Qué se llama tanto por ciento?

La cantidad que se paga ó se cobra por cada cien sucres ó por cada cien partes de una cosa.

Qué se llama cantidad centesimal?

La parte que se toma de un número dado.

Qué se llama base?

El número del cual se toma la cantidad centesimal.

Qué se llama monto?

El total que resulta de sumar la base con la cantidad centesimal.

Escolio.—Cuando se dice 8 por ciento, verbigracia, se significa 8 centavos por cada cien centavos, 8 sucres por cada cien sucres, etc.

Así, pues, 1 por ciento, 2 por ciento, etc., equivalen á 1 centésimo, á 2 centésimos, y se escriben así:

$\frac{1}{100}$, ó 0,01

$\frac{2}{100}$, ó 0,02

El *tanto por ciento* se escribe así: $^{o}/_{o}$

El *tanto por mil* se escribe así: $^{o}/_{oo}$

Ejemplo 1º—¿Cuál es el 4 $^{o}/_{o}$ de la cantidad 500 sucres?—20

Explicación.—Si la base fuera cien sucres, el tanto por ciento sería 4 sucres; si la base fuera un sucre, el tanto por ciento sería 100 veces menor, esto es, 4 partido por 100, así: $\frac{4}{100}$; pero como la base es 500 sucres, claro está que el tanto por ciento será 500 veces mayor, así:

$$\frac{500 \times 4}{100} = \frac{2.000}{100} = 20 \text{ tanto por ciento}$$

Restando 20 de 500, se tiene:

500 base
20 tanto por ciento ó cantidad centesimal
480 diferencia

Sumando la base 500 con el tanto 20, resulta el monto 520, así:

500 base
20 tanto por ciento
520 monto

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para encontrar la cantidad centesimal, cuando se conocen la base y el tanto, se multiplica la base por el tanto, y el producto se divide por* 100.

Ejemplo 2º—¿Cuál es el tres por mil de la cantidad 62.000 sucres?—186

Explicación.—Si la base fuera 1.000 sucres, el tanto por mil sería 3 sucres; si la base fuera 1 sucre, el tanto por mil sería 1.000 veces menor, esto es, 3 partido por 1.000, así: $\frac{3}{1000}$; pero como la base es 62.000 sucres, claro está que el tanto por mil será 62.000 veces mayor, así:

$$\frac{62.000 \times 3}{1.000} = \frac{186.000}{1.000} = 186$$

El número 186 es el 3 ‰ de 62000, que es la base.

Restando 186 de 62.000, se tiene:

62.000	base
186	tanto por mil
61814	diferencia

Sumando la base 62.000 con el tanto por

mil, resulta el monto 62.186, así:

62.000	base
186	tanto por mil
62.186	monto

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para encontrar el tanto por mil, cuando se conocen la base y el tanto, se multiplica la base por el tanto, y el producto se divide por* 1000.

Qué se llama base del interés?

La utilidad que produce el capital 100 en un mes ó en un año.

Cuántas condiciones debe reunir el interés?

Dos:

1ª Debe ser proporcional al capital, siendo uno mismo el tiempo, es decir, á medida que aumenta el capital, aumenta también el interés, ó á medida que disminuye el capital, disminuye igualmente el interés.

2ª Debe ser proporcional al tiempo, siendo uno mismo el capital, es decir, á medida que aumenta el tiempo, aumenta también el interés, ó á medida que disminuye el tiempo, disminuye igualmente el interés.

De cuántas maneras es el interés?
De dos: *simple y compuesto.*

Qué se llama interés simple?
El tanto por ciento que se paga ó se cobra por sólo el capital pedido ó prestado.

Qué se llama interés compuesto?
El tanto por ciento que produce el capital, cuando, al fin de un tiempo determinado, se añade el interés caído al capital, y se forma al principio de cada período de tiempo un nuevo capital, que gana nuevo interés.

¿Cómo se llama la agregación sucesiva de los intereses al capital?
Capitalización.

Ejemplo de interés simple.—Si un comerciante presta 300 sucres á una persona, por el tiempo de 5 meses, al 1 % mensual, la persona favorecida pagará al prestamista tan sólo los intereses que ganen los 300 sucres, en los 5 meses, al 1 % mensual.

Explicación.—Cada 100 sucres gana en un mes, 1 sucre de interés; luego los 300 sucres ganan 3 sucres en un mes; y en 5 meses, los 300 ganarán 3x5, es decir, 15 sucres.

De cuántas maneras se resuelven los problemas de interés?

De dos: *por medio de reglas*, *y por el método de la unidad*.

Ejemplo 1º—¿Qué interés producirá el capital 500 sucres, en 6 meses, al 1 % mensual?

Explicación.—Se multiplica el número 500 por 6 y por 1, y el producto se divide por 100, así:

$$\frac{500 \times 1 \times 6}{100} = \frac{3.000}{100} = 30 \text{ sucres de interés.}$$

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE LA UNIDAD.

$$\left.\begin{array}{llllll} 100 \text{ sucres,} & 1 \text{ mes,} & 1 \text{ sucre de interés} \\ 500 \quad ,, & 6 \text{ meses,} & x \quad ,, \quad ,, \quad ,, \end{array}\right\} \text{ planteo.}$$

Análisis.—Si 100 sucres producen 1 sucre de interés, en 1 mes, claro está que un solo sucre producirá, en el mismo mes, un interés 100 veces menor, esto es, 1 partido por 100, así: $\frac{1}{100}$; luego el capital 500 producirá, en igual tiempo, un interés 500 veces mayor, así;

$$\frac{500 \times 1}{100};$$

y en 6 meses, el mismo capital 500 producirá un interés 6 veces mayor, así:

$$\frac{500 \times 1 \times 6}{100} = \frac{3.000}{100} = 30 \text{ sucres de interés}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para averiguar ó buscar el interés, se multiplica el capital por la rata y por el tiempo, y el producto se divide por* 100.

Ejemplo 2º—¿Qué capital debe colocarse á interés, para que produzca 30 sucres, en 6 meses, al 1 % mensual?

Explicación.—Se multiplica el número 30 por 100; y el resultado 3.000 se divide por el producto 6, que proviene de multiplicar la rata 1 por el tiempo 6, así:

$$\frac{30 \times 100}{1 \times 6} = \frac{3.000}{6} = 500 \text{ (capital)}$$

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE LA UNIDAD.

$$\left.\begin{array}{llll} 1 \text{ sucre,} & 1 \text{ mes,} & 100 \text{ de capital} \\ 30 \text{ sucres,} & 6 \text{ meses,} & x \quad ,, \end{array}\right\} \text{planteo.}$$

Análisis.—Si un sucre de interés proviene de un capital 100, en un mes, claro está que el interés 30 provendrá de un capital 30 veces mayor, esto es, 30 multiplicado por 100, así:

$$30 \times 100;$$

pero como el capital debe colocarse por el tiempo de 6 meses, claro está que el interés será 6 veces menor, así:

$$\frac{30 \times 100}{6} = \frac{3.000}{6} = 500 \text{ (capital)}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para averiguar ó buscar el capital, se multiplica por* 100 *la ganancia ó interés, y el resultado se divide por el producto que proviene de multiplicar la rata por el tiempo.*

Ejemplo 3º—¿A qué tanto por ciento mensual debe colocarse el capital 500 sucres, para que, en 6 meses, produzca 30 sucres de interés?

Explicación.—Se multiplica el número 30 por 100, y el resultado 3.000 se divide por el producto 3.000, que proviene de multiplicar el capital 500 por el tiempo 6 meses, así:

$$\frac{30 \times 100}{500 \times 6} = \frac{3.000}{3.000} = 1\ \%\ \text{mensual}$$

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE LA UNIDAD.

$$\left.\begin{array}{llll} 500 \text{ sucres}, & 6 \text{ meses}, & 30 & \text{de interés} \\ 100 \quad ,, & 1 \text{ mes}, & x & \quad ,, \end{array}\right\} \text{planteo}$$

Análisis.—Buscar el tanto, equivale á buscar el interés de 100 sucres, en un mes. Por consiguiente, si el capital 500 produce, en 6 meses, 30 sucres de interés, claro está que 1 sucre producirá, en el mismo tiempo, un interés 500 veces menor, esto es, 30 partido por 500, así: $\frac{30}{500}$; luego el capital 100 producirá, en los 6 meses, un interés 100 veces mayor, así:

$$\frac{30 \times 100}{500}$$

Si el capital hubiera sido impuesto durante 12 meses, el interés habría sido 12 veces mayor; pero como el capital ha sido impuesto durante 6 meses, claro está que producirá un interés 6 veces menor, así:

$$\frac{30 \times 100}{500 \times 6} = \frac{3.000}{3.000} = 1 \% \text{ mensual}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para averiguar ó buscar el tanto por ciento, se multiplica por* 100 *la ganancia ó interés, y el resultado se divide por el producto que proviene de multiplicar el capital por el tiempo.*

Ejemplo 4º—¿Por cuántos meses debe colocarse el capital 500 sucres, para que produzca 30 sucres, al 1 % mensual?

Explicación.—Se multiplica el número 30 por 100, y el resultado 3.000 se divide por el producto 500, que proviene de multiplicar el capital 500 por la rata 1, así:

$$\frac{30 \times 100}{500 \times 1} = \frac{3.000}{500} = 6 \text{ meses}$$

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE LA UNIDAD.

$$\left.\begin{array}{llll} 1 \text{ sucre de interés,} & & 100,\ 1 & \text{mes} \\ 30 \quad ,, & ,, & 500,\ x & \text{meses} \end{array}\right\} \text{planteo}$$

Análisis.—Si un sucre de interés proviene del capital 100, en 1 mes, claro está que 30 sucres de interés provendrán, en el mismo tiempo, de un capital 30 veces mayor, esto es, 30 multiplicado por 100, así:

$$30 \times 100;$$

luego el capital 500, para que produzca 30 sucres, tardará un tiempo 500 veces menor, así:

$$\frac{30 \times 100}{500} = \frac{3.000}{500} = 6 \text{ meses}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para averiguar ó buscar el tiempo, se multiplica por* 100 *la ganancia ó interés, y el resultado se divide por el producto que proviene de multiplicar el capital por la rata.*

PROBLEMAS.

1º Seis individuos cuentan, respectivamente, con 500, 700, 980, 3.250, 25.000 y 28.400 sucres, y convienen en contribuír con el 6 por ciento, para la construcción de una casa de beneficencia.—Cuánto debe dar cada uno?

2º A los dueños de tres almacenes, cuyos valores ascienden á 30.840, 50.900 y 62.580 sucres, se les exige el 25 por ciento, para socorrer á 10 familias infelices. Cuánto corresponde á cada uno?

3º Seis haciendas están avaluadas, cada una, en 12.800, 15.600, 26.340, 32.850, 42,960 y 64.000 sucres, y los dueños tienen que satisfacer la contribución del 3 por mil. ¿Cuánta cantidad debe consignar cada propietario?

4º A dos comerciantes, que poseen 50.700 y 80.960 sucres, les exige el Gobierno el 8 por mil, por vía de empréstito forzoso. Cuánto deben dar uno y otro?

5º Un negociante consigue en un Banco la cantidad de 12.600 sucres, con el plazo de 2 años, al 9 por ciento anual, y con la condición de pagar adelantado el interés. Cuál es este interés?

6º ¿Qué capital debe colocarse al 8 por ciento anual, para que, en 6 meses, produzca 64 sucres de interés?

7º ¿A qué tanto por ciento mensual debe prestarse la cantidad de 300 sucres, para que, en 50 días, produzca 40 sucres de interés?

8º ¿Por cuántos meses debe colocarse la cantidad de 3.000 sucres, para que produzca 140 sucres de interés, al 8 por ciento anual?

9º Un individuo, que consigue 800 sucres en la Sucursal del Banco Agrícola, al 10 por ciento anual, por el tiempo de 6 meses, quiere saber cuánto debe pagar por cuenta del interés anticipado.

LECCION DECIMACUARTA.

DESCUENTO.

Antes de definir el descuento, vamos á hacer la siguiente exposición, para darle la mayor claridad posible.

En el comercio se hacen las compras al contado ó á plazo. Se hacen al contado, cuando el comprador paga al vendedor el importe de las mercaderías, inmediatamente que se celebra la compra. Se hacen á plazo ó á crédito, cuando el comprador no paga inmediatamente al vendedor el importe de las mercaderías, y entonces firma un documento por el cual se compromete á pagar la cantidad expresada en él, al cabo de cierto tiempo.

Ejemplo.—Un individuo toma una factura de mercancías por el valor de 600 sucres, para pagarlos dentro de 5 meses.

Explicación.—A fin de asegurar al dueño de las mercancías el cumplimiento del pago, el comprador se obliga á satisfacer los 600 sucres al terminar los 5 meses, y para esto firma un documento.

Pero sucede que el comprador consigue el dinero al cabo de 2 meses, y al mismo tiempo necesita el comerciante los 600 sucres. Como faltan todavía 3 meses para cumplirse el plazo, el comerciante consiente en rebajar un tanto por ciento, y propone al deudor que le entregue lo demás del dinero; y en efecto se verifica el convenio, el cual da origen á lo que se llama *des-*

cuento, por la sencilla razón de efectuarse el pago antes de cumplirse el plazo.

Qué se llama descuento?

La rebaja que se hace al valor nominal de un pagaré, antes de cumplirse el plazo.

Qué se llama pagaré?

Una obligación que se contrae para pagar una cantidad en un tiempo determinado. El pagaré se llama también *documento.*

Cuántos valores representa un pagaré?

Dos: uno *nominal*, y otro *real.*

Qué se llama valor nominal?

La cantidad inscrita en el documento, la cual debe pagarse cuando se cumpla el plazo.

Qué se llama valor real?

La cantidad que se paga antes del vencimiento del plazo.

El valor real se llama también *actual ó efectivo.*

Qué se llama vencimiento?

El cumplimiento del plazo en que debe pagarse la cantidad expresada en el documento.

De cuántas maneras es el descuento?

De dos: *interno y externo.* El interno se llama también *descuento por dentro*, y el externo se llama *descuento por fuera ó comercial.*

Qué se llama descuento interno?

El que afecta al valor real del pagaré.

Qué se llama descuento externo?

El que afecta al valor nominal del pagaré.

Cuántas condiciones debe reunir el descuento?

Dos:

1ª *Debe ser proporcional al valor nominal del pagaré, siendo uno mismo el tiempo de la anticipación.*

2ª *Debe ser proporcional al tiempo de la anticipación, siendo uno mismo el valor nominal del pagaré.*

De cuántas maneras se resuelven los problemas de descuento?

De dos: *por medio de reglas, y por el método de la unidad.*

Ejemplo 1º—¿Cuál es el descuento por fuera de un pagaré de 600 sucres, que deben satisfacerse al cabo de 2 meses, y se verifica hoy, al 9 % anual?

Explicación.-Se multiplica el número 600 por la rata 9 y por el tiempo 2 meses, así:

600x9x2,

y este producto se divide por 100, así:

$$\frac{600 \times 9 \times 2}{100}$$

Ahora, como el tanto por ciento es anual, y el tiempo indica meses, se divide el número de meses por 12 que tiene el año, es decir, este número 12 se multiplica por 100, así:

$$\frac{600 \times 9 \times 2}{12 \times 100} = 9 \text{ sucres de descuento por fuera.}$$

Restando el descuento 9 del valor nominal 600, se obtiene la cantidad líquida que debe pagarse en este momento, así:

600 valor nominal
 9 descuento ó rebaja
591 Valor real que debe pagarse actualmente, y quedan 9 sucres en favor del deudor, por habérsele recibido la cantidad, 2 meses antes de cumplirse el plazo.

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE LA UNIDAD.

$$\left.\begin{array}{llll} 100, & 9, & 2 & \text{meses} \\ 600, & x, & 12 & ,, \end{array}\right\} \text{planteo.}$$

Análisis.—Si del valor nominal 100 se descuentan 9 sucres, claro está que de 1 sucre se descontará una cantidad 100 veces menor, esto es, 9 partido por 100, así:

$$\frac{9}{100}$$

El descuento que representa este quebrado, se verifica en 12 meses ó en un año; luego en 1 mes se descontará una cantidad 12 veces menor, así:

$$\frac{9}{12 \times 100};$$

y en 2 meses se descontará una cantidad 2 veces mayor, así:

$$\frac{9 \times 2}{12 \times 100};$$

luego del valor nominal 600 se descontará una cantidad 600 veces mayor, así:

$$\frac{600 \times 9 \times 2}{12 \times 100} = 9 \text{ sucres de descuento.}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para averiguar ó buscar el descuento por fuera, se multiplica el* *valor nominal por la rata y por el tiempo de la anticipación, y el producto se divide por 100; en seguida se resta el descuento del valor nominal, y la diferencia indica el valor real.*

Ejemplo 2º—¿Cuál es el descuento por dentro de un pagaré de 8.000 sucres al 6 % anual, y que deben satisfacerse al cabo de 2 años?

Explicación.—Se multiplica el valor nominal 8.000 por la rata 6 y por el tiempo 2 años, así:

$$8.000 \times 6 \times 2$$

Este producto se divide por la cantidad 100, sumada con el producto que proviene de multiplicar la rata 6 por el tiempo 2 años, así:

$$\frac{8.000 \times 6 \times 2}{100 + 6 \times 2} = \frac{96.000}{112} = 857{,}14 \left\} \begin{array}{l} \text{descto.} \\ \text{p. dentro} \end{array} \right.$$

Restando ahora el descuento 857,14 de 8.000, que es el valor nominal, se obtiene el valor real ó efectivo, así:

8.000,00 valor nominal
857,14 descuento
7.142,86 Valor real que debe entregarse al acreedor.

Pero si se cumplieran los 2 años, entonces habría que pagar toda la cantidad, esto es, los 8.000 sucres.

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para averiguar ó buscar el descuento por dentro, se multiplica el valor nominal por la rata y por el tiempo; el resultado se divide por la la cantidad* 100, *sumada con el producto de la rata y del tiempo; el cociente se resta del valor nominal, y la diferencia indica el valor real.*

Escolio 1º—El descuento externo ó por fuera es injusto, porque perjudica al dueño del pagaré en una cantidad igual al interés que produce el descuento por dentro, y sin embargo es el que se usa en el comercio.

Escolio 2º—El descuento interno ó por

dentro es justo, porque no perjudica al deudor ni al acreedor.

COMPARACION

DE LOS DOS DESCUENTOS.

$$\frac{8.000 \times 6 \times 2}{100} = 960 \text{ (descuento por fuera ó injusto)}$$

$$\frac{960 \times 6 \times 2}{100} = 115{,}20 \text{ (interés del dscto. por fuera)}$$

$$\frac{8.000 \times 6 \times 2}{100 + 6 \times 2} = 857{,}14 \text{ (dscto. por dentro ó justo)}$$

$$\frac{857{,}14 \times 6 \times 2}{100} = 102{,}86 \text{ (ints. del dscto. por dentro)}$$

8.000	valor nominal
960	descuento por fuera
7.040	valor real

8.000,00	valor nominal
857,14	descuento por dentro
7.142,86	valor real

7.142,86	
7.040,00	
102,86	diferencia de los valores reales

115,20 interés del descuento por fuera
102,86 „ „ „ dentro
12,34 diferencia de los intereses

Según vemos, si el dueño del pagaré, que es el comerciante, consiente que se haga el descuento por fuera, recibirá tan sólo 7.040 sucres, y perderá 102,86; pero si el descuento se hace por dentro, entonces recibirá 7.142,86, en los que están incluídos los 102,87, que son el interés que produce el descuento por dentro 857,14, al 6 % anual, hasta que se cumpla el plazo de los 2 años.

PROBLEMAS.

1º Un negociante ha tomado á crédito una factura de mercaderías por 840 sucres, con 7 meses de plazo, previo el respectivo documento. Al cabo de 3 meses, el acreedor, en virtud de necesitar dinero, resuelve descontar por fuera el 1 % mensual, por los 4 meses que faltan para cumplirse el plazo, con tal de que el deudor le pague lo demás del importe de la factura. ¿Cuál es el descuento, y cuál la cantidad que debe recibir después de 3 meses?

2º Un pagaré de 6.400 sucres, cuyo plazo era de 10 meses, ha sido vendido á un Banquero á los 6 meses cabales, mediante el 9% anual de descuento por dentro. ¿Cuál es este descuento, y cuál el valor efectivo?

3º ¿Qué diferencia habrá entre el descuento por fuera y el descuento por dentro de un pagaré de 10.500 sucres, en 3 años, 4 meses de plazo, descontado al 6% anual?

LECCION DECIMAQUINTA.

CAMBIO.

Qué se llama cambio?

El aumento ó disminución que, en la compra ó venta, sufre el oro ó la plata.

También se llama *cambio* el valor comparativo de dos unidades monetarias.

Se llama igualmente *cambio* el tanto por ciento que se paga ó se cobra por una letra de giro.

Qué se llama letra de giro ó de cambio?

Una libranza que, de un lugar á otro, gira un comerciante ó un banquero (*) contra un individuo que tiene fondos en otro punto, para que, en un tiempo determinado, pague á un tercero la cantidad mencionada en ella.

Qué se llama agio?

El premio que se paga ó se cobra sobre el oro ó la plata, cuando se cambia con papel-moneda, ó con monedas de otro país.

Qué se llama billete?

El papel-moneda puesto en circulación por los Bancos (**) legalmente autorizados.

Qué se llama endosar una letra ó pagaré?

Ceder su valor á favor de otra persona.

De cuántas maneras es el cambio?

De dos: *interior y exterior.*

(*) Banquero es el Jefe de una casa de comercio de banca. Banca es una clase de comercio, que consiste en operaciones de giro, de cambio, descuento, etc.

(**) Banco es un establecimiento público de crédito, formado por acciones, y constituído en SOCIEDAD ANÓNIMA.

Qué es cambio interior ó nacional?

El que se refiere á la relación que hay entre la moneda de dos ciudades de un mismo país, como entre Tulcán y Quito, ó entre Quito y Guayaquil.

Qué es cambio exterior ó extranjero?

El que se refiere á la relación que hay entre la moneda de las ciudades de dos países distintos, como entre Quito y París, ó entre Guayaquil y Londres.

Qué se llama premio?

El interés que se paga ó se cobra en la operación del cambio.

Bajo cuántas formas puede presentarse el precio del cambio?

Bajo tres formas: á la par, con premio y con descuento.

Cuándo se dice que el cambio está á la par?

Cuando se hace sin premio ni descuento.

Cuándo se dice que el cambio está con premio ó alza?

Cuando se hace con aumento del precio de la moneda.

Cuándo se dice que el cambio está con descuento ó baja?

Cuando se hace con disminución del precio de la moneda.

Ejemplo de cambio á la par.—Si un comerciante de Quito compra á otro de aquí mismo una letra que le importa 500 sucres, para remitirla á Guayaquil, y entrega los 500 sucres en dinero sonante ó en billetes, ó una parte en metálico y otra en billetes, claro está que la compra es á la par. Este cambio se llama *interior ó nacional*, por verificarse entre dos ciudades del Ecuador.

Ejemplo de cambio con premio.—¿Cuál es el premio que debe pagarse por una letra de 500 sucres, comprada en Quito, para remitirla á Guayaquil, á razón del 8 %?

Explicación.—Como el premio que tienen las letras es un interés que gana la cantidad inscrita en ellas, se averigua dicho premio, aplicando la regla del interés, es decir, se multiplica el número 500 por 8, y el producto se divide por 100, así:

$$\frac{500 \times 8}{100} = \frac{4.000}{100} = 40 \text{ sucres de premio}$$

Sumando la cantidad 500, que es el valor nominal de la letra, con 40, que es el 8 por ciento de premio, se obtiene el monto 540.

Como se ve, el comprador tiene que consignar 500 sucres por la letra, más 40 sucres de premio.

Ejemplo de cambio con descuento.—¿Cuál es el descuento ó rebaja que debe hacerse á una letra de 500 sucres, á razón del 8°/o?

Explicación.—Se aplica la misma regla del interés, es decir, se multiplica el número 500 por 8, y el producto 4.000 se divide por 100, así:

$$\frac{500 \times 8}{100} = \frac{4.000}{100} = 40 \text{ sucres de descuento}$$

Restando el número 40 del valor nominal 500, se obtiene el valor real 460.

Como se ve, el vendedor de la letra tiene que perder 40 sucres, y recibir solamente 460 sucres.

Ejemplo de cambio exterior.—¿Cuántos francos valdrá en París una letra de 2.400 sucres, comprada en Guayaquil, al 20°/o, esto es, á razón de 100 fuertes franceses por 120 sucres? (10.000 francos)

Explicación.—Aplicando el método de la unidad, se raciocina de esta manera:

Si 120 sucres valen 100 fuertes franceses, claro está que un sucre valdrá 120 veces menos, esto es, 100 partido por 120, así:

$$\frac{100}{120},$$

luego 2.400 sucres valdrán 2.400 veces más, así:

$$\frac{2.400 \times 100}{120} = \frac{240.000}{120} = 2.000 \text{ fuertes}$$

Multiplicando ahora el número 2.000 por 5 francos que vale un fuerte francés, se obtienen 10.000 francos.

Escolio.—La cantidad 120 proviene de sumar la base 100 con 20, que es el tanto por ciento de cambio. Como se ve, hay que consignar en Guayaquil 2.000 sucres por la compra de la letra, más 400 sucres á que asciende el 20% de cambio, para que en París entreguen 2.000 fuertes, ó sean 10.000 francos.

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para reducir sucres á francos, se multiplica por* 100 *el número de sucres; el producto se divide por* *la base* 100, *sumada con el tanto por ciento de cambio; el cociente expresa fuertes franceses, los cuales se multiplican por* 5 *francos que vale un fuerte, y el producto indica francos.*

PROBLEMAS.

1º Un individuo compra una letra en la "Sucursal del Banco Comercial y Agrícola" por 800 sucres, con premio del 4 °/o, para remitirla á Guayaquil. Cuál es dicho premio?

2º Otro individuo compra una letra á un comerciante de Quito por 1.200 sucres, mediante el 7 °/o de premio. Cuál es este premio?

3º Un acreedor al Tesoro Nacional tiene unos vales cuya cantidad asciende á 1.634 sucres, y los vende á un usurero al 9 °/o de rebaja. Cuál es esta rebaja?

4º Un individuo, que va á desempeñar el Consulado General en París, compra una letra en Guayaquil por 948 sucres, con el 6 °/o de cambio. Cuántos francos debe recibir en París á su llegada?

5º Un negociante vende una letra por 2.000 sucres en Tulcán, mediante el 8 °/o de pérdida, y con la condición de que el comprador le entregará el dinero en Quito. Cuál es dicha pérdida, y cuánto debe recibir?

6º ¿Cuánto debe pagarse de premio por 972 sucres dados por otra cantidad igual de papel-moneda, á razón del 12 °/o?

COMISIÓN.

Qué se llama comisión?

Un tanto por ciento que un comerciante paga á su corresponsal, cuando éste se encarga de comprar ó vender cualesquiera efectos, ó cobrar deudas.

A qué cantidad equivale la comisión?

A la cantidad centesimal, ó lo que es lo mismo, al interés.

¿Cómo se llama la cantidad que emplea el corresponsal en comprar cualesquiera efectos mercantiles?

Base ó capital.

¿Cómo se llama la cantidad que manda el comerciante al corresponsal, y que com-

prende el precio de las compras y la comisión?

Se llama monto.

¿Cuántas especies de cantidades hay que considerar en toda venta?

Tres: *el producto bruto*, *los gastos y el producto neto.*

Qué cosa es el producto bruto?

El producto primitivo de la venta.

En qué consisten los gastos?

En todos los cargos hechos al comerciante ó comprador.

Qué cosa es el producto neto?

El producto líquido de la venta, después de deducidos la comisión y los gastos.

Ejemplo 1º—Un corresponsal, que reside en Guayaquil, ha comprado una factura de mercancías por 1.650 sucres, para remitirlas á un comerciante de Quito, quien ha mandado \$ 1732,50 al corresponsal. Cuál es la comisión que le toca, á razón del 5 %?

Explicación.—Aplicando la regla dada en la lección del interés, para encontrar la cantidad centesimal, ó bien, aplicando la regla del interés, se tiene:

$$\frac{1.650 \times 5}{100} = \frac{8.250}{100} = 82,50$$

La cantidad 1.732,50 es el monto; la cantidad 1.650 es la base ó capital; la cantidad 82,50 es la comisión.

El corresponsal, una vez que recibe los 1.732,50, deduce el 5 °/o de comisión, que son 82,50, así:

$$\begin{array}{rl} 1.732,50 & \text{monto} \\ 82,50 & \text{comisión} \\ \hline 1.650,00 & \text{base ó capital} \end{array}$$

Ejemplo 2º—Un comerciante, que reside en Babahoyo, ha vendido pieles curtidas al 2 °/o de comisión. El valor de la venta asciende á 4.081,63; pero ésta ha ocasionado unos 60 sucres de gastos. Cuál es el producto neto, y cuál la comisión?

Explicación.—Aplicando la misma regla de la lección del interés, se tiene:

$$\frac{4.081,63 \times 2}{100} = \frac{8.163,26}{100} = 81,63 \Big\} \text{ comisión}$$

Restando el número 81,63 de 4.081,63,

se obtiene la diferencia 4.000, así:

4.081,63	producto bruto
81,63	comisión
4.000,00	

De esta cantidad 4.000 se deducen ahora los 60 sucres de gastos, y quedan 3.940 sucres, como producto neto, así:

4.000
60
3.940 Producto neto que el corresponsal, residente en Babahoyo, debe remitir al comerciante que vive en Quito.

PROBLEMAS.

1º Un comerciante de Tulcán recomienda á otro de Quito que le venda 160 quintales de azúcar, mediante el 4 % de comisión. El producto de la venta asciende á 3.200 sucres. Cuál es la comisión?

2º Un corresponsal que reside en Guayaquil, ha vendido 98 cabezas de ganado por 2.940 sucres, al 5 % de comisión. Cuál es el monto, y cuál la comisión?

3º La compra de varias mercancías ha importado 5.900 sucres; pero ella ha ocasionado unos 128 sucres de gastos en pago de los derechos de aduana. ¿Cuál es el producto neto, cuál el 5 °/o de comisión, deducidos uno y otro de 5.900?

4º ¿Cuál es la comisión de 2.320 sucres, de 1.540 id., de 1.280 id. y de 936 id., á razón del 3 °/o?

LECCION DECIMASEXTA.

PARTICION

ó REPARTIMIENTOS PROPORCIONALES.

Qué se llama regla de partición?

Una operación que tiene por objeto dividir un número en partes proporcionales á dos ó más números dados.

Escolio.—El primer número se llama *nú-*

mero propuesto, y los demás se llaman *números proporcionales.*

De cuántas maneras es la regla de partición?

De dos: *directa* é *inversa.*

Cuándo es directa?

Cuándo la partición es directamente proporcional, esto es, cuando va de más á más, ó de menos á menos.

Cuándo es inversa?

Cuando la partición es inversamente proporcional, esto es, cuando va de más á menos, ó de menos á más.

Ejemplo 1º de partición directa.—Se quiere partir el número 60 proporcionalmente á los números 5, 3 y 2.

Explicación.—Sumando 5 con 3 y con 2, se obtiene 10.

Multiplicando cada uno de ellos por 6, que es el número propuesto, resultan 300, 180 y 120, respectivamente, por productos. Dividiendo éstos por 10, que es la suma de los números proporcionales, se obtienen los cocientes 30, 18 y 12. Para mayor claridad, la operación se dispone así:

$$\left.\begin{array}{l} 5\times60=300:10=30 \\ 3\times60=180:10=18 \\ 2\times60=120:10=12 \end{array}\right\}\text{cocientes}$$

10

Para comprobar que la operación está bien hecha, se suman los cocientes, y el resultado debe ser igual al número propuesto 60, así:

$$\begin{array}{r} 30 \\ 18 \\ 12 \\ \hline 60 \end{array}$$

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE LA UNIDAD.

Análisis.—Si el número por partir fuera 10, claro está que la 1ª parte sería 5, la 2ª sería 3, y la 3ª sería 2.

Ahora, si el número por partir fuera 1, es claro que la 1ª parte, lo mismo que la 2ª y la 3ª, sería 10 veces menor, esto es, 5, 3 y 2 partidos por 10, así:

$$\frac{5}{10},\ \frac{3}{10},\ \frac{2}{10};$$

pero como el número por partir es 60, claro está que la 1ª parte, lo mismo que la 2ª y la 3ª, será 60 veces mayor, así:

$$\frac{5 \times 60}{10} = \frac{300}{10} = 30 \quad 1^{a} \text{ parte}$$

$$\frac{3 \times 60}{10} = \frac{180}{10} = 18 \quad 2^{a} \text{ parte}$$

$$\frac{2 \times 60}{10} = \frac{120}{10} = 12 \quad 3^{a} \text{ parte}$$

Ejemplo 2º—Un padre de familia, al morir, deja un capital de 2.000 sucres, para que lo distribuyan entre dos hijos, y dispone que al primero le den las tres cuartas partes, y al segundo las dos octavas partes. Cuánto debe darse á cada hijo?

La operación se dispone así:

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{8} = \frac{24}{32} + \frac{8}{32} = \frac{32}{32}$$

Explicación.—Para sumar los dos quebrados, se reducen á un común denominador, multiplicándolos en cruz, así:

$$3 \times 8 = 24, \text{ y } 4 \times 2 = 8$$

A estos productos se les pone por denominador común el producto de los denominadores, que es 32, y luego se suman los numeradores, que dan 32.

Ahora se prescinde del denominador común, de acuerdo con el axioma que dice: "Si de cantidades iguales se quita una misma cantidad, los resultados son iguales", y la operación se dispone de la misma manera que en la del ejemplo anterior, así:

$$\begin{array}{l} 24\times 2.000 = 48.000 : 32 = 1.500 \\ \underline{\ 8\times 2.000} = 16.000 : 32 = \underline{\quad 500} \\ 32 \qquad\qquad\qquad\qquad\quad\ 2.000 \end{array} \left.\begin{array}{l}\text{al 1er. hijo}\\ \text{al 2º hijo}\end{array}\right.$$

Ejemplo 3º—Se quiere partir el número 50 proporcionalmente á los números 4 y $\frac{2}{6}$.

Explicación.—Al entero 4 se pone por denominador la unidad, y la operación se dispone de esta manera:

$$\frac{4}{1}+\frac{2}{6}=\frac{24}{6}+\frac{2}{6}=\frac{26}{6}$$

Se prescinde del denominador común, y se dispone la operación de esta otra manera:

$$\left.\begin{array}{l} 24\times 50 = 1.200 : 26 = 46+\frac{2}{13} \\ \ 2\times 50 = \quad 100 : 26 = \underline{\ \ 3+\frac{11}{13}} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad\ 50 \quad ,, \end{array}\right\} \text{cocientes}$$

De aquí se deduce la siguiente

Regla—*Para partir un número en partes directamente proporcionales á dos ó más números dados, se suman los números que indican la proporcionalidad; en seguida se multiplica cada uno de ellos por el número propuesto; luego se dividen los productos por la suma de los números proporcionales; y los cocientes, sumados entre sí, deben dar el número propuesto.*

Ejemplo de partición inversa.—Un padre de familia, al morir, deja 400 sucres, para que los distribuyan entre dos hijos, pero en partes inversamente proporcionales á sus edades, sabiendo que el primero tiene 5 años, y el segundo 3.

Explicación.—Se divide la unidad por cada uno de los números 5 y 3, y luego se reducen los quebrados á un común denominador, así:

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{3}=\frac{3}{15}+\frac{5}{15}=\frac{8}{15}$$

Se prescinde ahora del denominador común, y la operación se dispone en definitiva, así:

$3 \times 400 = 1.200 : 8 = 150$	para el hijo de 3 años
$\underline{5} \times 400 = 2.000 : 8 = \underline{250}$	,, ,, 5 ,,
8 $\qquad\qquad\qquad\qquad 400$	

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para partir un número en partes inversamente proporcionales á dos ó más números dados, se divide la unidad por cada uno de dichos números; los quebrados que resultan, se reducen á un común denominador, y se continúa la operación, como lo enseña la regla de partición directa.*

SOCIEDAD Ó COMPAÑÍA.

Qué se llama regla de sociedad ó de compañía?

Una operación que tiene por objeto repartir, entre varias personas que se han asociado para emprender negocios, la ganancia ó pérdida obtenida.

Escolio.—La regla de compañía es la misma que la de los repartimientos proporcionales, aplicada á un caso particular.

Cuántas condiciones debe reunir la regla de compañía?

Dos:

1ª *La ganancia ó pérdida debe ser proporcional al capital de cada socio, siendo uno mismo el tiempo, es decir, á medida que aumenta ó disminuye el capital, aumenta ó disminuye también la ganacia ó pérdida.*

2ª *Debe ser proporcional al tiempo, siendo uno mismo el capital de cada socio, es decir, á medida que aumenta ó disminuye el tiempo, aumenta ó disminuye también la ganancia ó pérdida.*

De cuántas maneras es la regla de compañía?

De dos: *simple y compuesta.*

Cuándo es simple?

Cuando los capitales han permanecido empleados un mismo tiempo en los negocios.

Cuándo es compuesta?

Cuando los capitales no han permanecido empleados un mismo tiempo en los negocios.

Cuántos casos ocurren en la regla de compañía?

Tres:

1º *Cuando los capitales son desiguales, y los tiempos iguales.*

2º *Cuando los capitales son iguales, y los tiempos desiguales.*

3º *Cuando tanto los capitales como los tiempos son desiguales.*

Ejemplo del primer caso.—Dos individuos han hecho compañía, para trabajar en negocios de azúcar de Colombia: el primero ha puesto 300 sucres; el segundo, 500 id., durante un mismo tiempo ambos. Habiendo obtenido una ganancia de 200 sucres, desean saber cuánto corresponde á cada uno.

Explicación.—Puesto que la ganancia debe repartirse proporcionalmente al capital de cada socio, una vez que el tiempo se supone que es igual, la operación se dispone de este modo:

$$\left.\begin{array}{l} 300 \times 200 = 60.000 : 800 = 75 \\ \underline{500} \times 200 = 100.000 : 800 = \underline{125} \\ 800 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad\; 200 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{gcia. del 1º} \\ \text{gcia. del 2º} \\ \end{array}$$

Los capitales 300 y 500 son los *números proporcionales*, y la ganancia 200 es el *número propuesto*. Este caso no es sino una regla de partición directa.

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para resolver el primer caso, esto es, cuando los capitales son desiguales, y los tiempos iguales, se multiplica el capital de cada socio por la ganancia ó pérdida; los productos se dividen por la suma de los capitales; y los cocientes, sumados entre sí, deben dar la ganancia ó pérdida, como prueba de que está bien hecha la operación.*

Ejemplo del segundo caso.—Dos individuos han hecho compañía para trabajar en negocios de ganado: el primero ha puesto 2.000 sucres, por 6 meses; el segundo, igual capital, pero solamente por 2 meses. Habiendo obtenido una ganancia de 1.600 sucres, quieren saber cuánto corresponde á cada uno.

Explicación.—Puesto que la ganancia debe repartirse proporcionalmente á los tiempos, ya que es igual el capital de cada socio, la operación se dispone de este modo:

6x1.600=9.600 : 8=1.200 } ganancia del 1º
2x1.600=3.200 : 8= 400 } id. id. 2º
8   1.600

Los tiempos 6 y 2 son los *números proporcionales*, y la ganancia 1.600 es el *número propuesto.*

Este caso, que también se llama *regla de compañía compuesta ó con tiempo*, es otra regla de partición directa.

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para resolver el segundo caso, esto es, cuando los capitales son iguales, y los tiempos desiguales, se multiplica cada tiempo por la ganancia ó pérdida; los productos se dividen por la suma de los tiempos; y los cocientes, sumados entre sí, deben dar la ganancia ó pérdida, como prueba de que está bien hecha la operación.*

Ejemplo del tercer caso.—Dos individuos han hecho compañía, para emprender negocios de anís y de café: el primero ha puesto 1.800 sucres, por el tiempo de 4 meses; el segundo, 1.600 id., por 8 meses. Habiendo obtenido una ganancia de 3.000 sucres, quieren saber cuánto corresponde á cada uno.

Explicación.—Teniendo en cuenta á la vez los capitales y los tiempos, la operación se dispone de este modo:

1.800x4= 7.200
1.600x8=12.800

Hemos multiplicado cada capital por cada tiempo, y hemos obtenido los nuevos capitales 7.200 y 12.800

Los números proporcionales son los *nuevos capitales*, y el número propuesto es la *ganancia* 3.000

Por consiguiente, este caso queda reducido al primero, y la operación se dispone, en definitiva, de este modo:

7.200×3 000=21'600.000 : 20.000=1.080
12.800×3.000=38'400.000 : 20.000=1.920
20.000 3.000

1.080 ganancia del primero
1.920 ganancia del segundo

De aquí se deduce la siguiente

Regla.—*Para resolver el tercer caso, esto es, cuando los capitales y los tiempos son desiguales, se multiplica cada capital por cada tiempo, y resultan nuevos capitales. Estos se multiplican por la ganancia ó pérdida; los productos se dividen por la suma de los nuevos capitales; y los cocientes, sumados entre sí, deben dar la ganancia ó pérdida, como prueba de que está bien hecha la operación.*

PROBLEMAS.

1º Divídase el número 120 en partes directamente proporcionales á los números 2, 6 y 4.

2º Un padre de familia, al morir, dispone en su testamento que se reparta la cantidad de 6.000 sucres entre tres hijos, pero en partes directamente proporcionales á sus edades. El primero tiene 10 años; el segundo, 6; y el tercero, 4. Cuánto corresponde á cada hijo?

3º Una persona piadosa da 200 sucres á tres mendigos, pero distribuye el dinero en partes inversamente proporcionales á los números 2, 4 y 6. Cuál es la parte que corresponde á cada uno?

4º Dos comerciantes emprendieron juntos el negocio de sacar caucho, con un capital de 20.000 sucres. El primero puso 9.852, por 10 meses; el segundo, 10.148, por 8 meses. Habiendo obtenido una ganancia de 12.000 sucres, se pregunta cuánto corresponde á cada uno.

5º Tres comerciantes han reunido un capital de 50.000 sucres, para comprar toda clase de vinos. Pero una vez disuelta la compañía, el primero recibe 2.0[illegible]6 sucres de ganancia; el segundo 3.516; y el tercero, 4.448. Cuánto ha puesto cada socio?

6º Una sociedad comercial de dos individuos, que pusieron iguales capitales, duró cierto tiempo. Al cabo de éste, se repartieron una ganancia de 10.000 sucres. El 1º recibió 6.740 sucres; y el 2º, 3.260 id. Cuántos meses duró cada individuo en la compañía?

INDICE.

PÁGS.

LNEARA

ARITMETICA