

Mundo Siglo XXI

Revista del Centro de Investigaciones Económicas,
Administrativas y Sociales del Instituto Politécnico Nacional

**UNA NUEVA LECTURA DE LA HISTORIA:
DEL SISTEMA DE LOS QUINIENTOS
AL SISTEMA DE LOS DOSCIENTOS AÑOS**

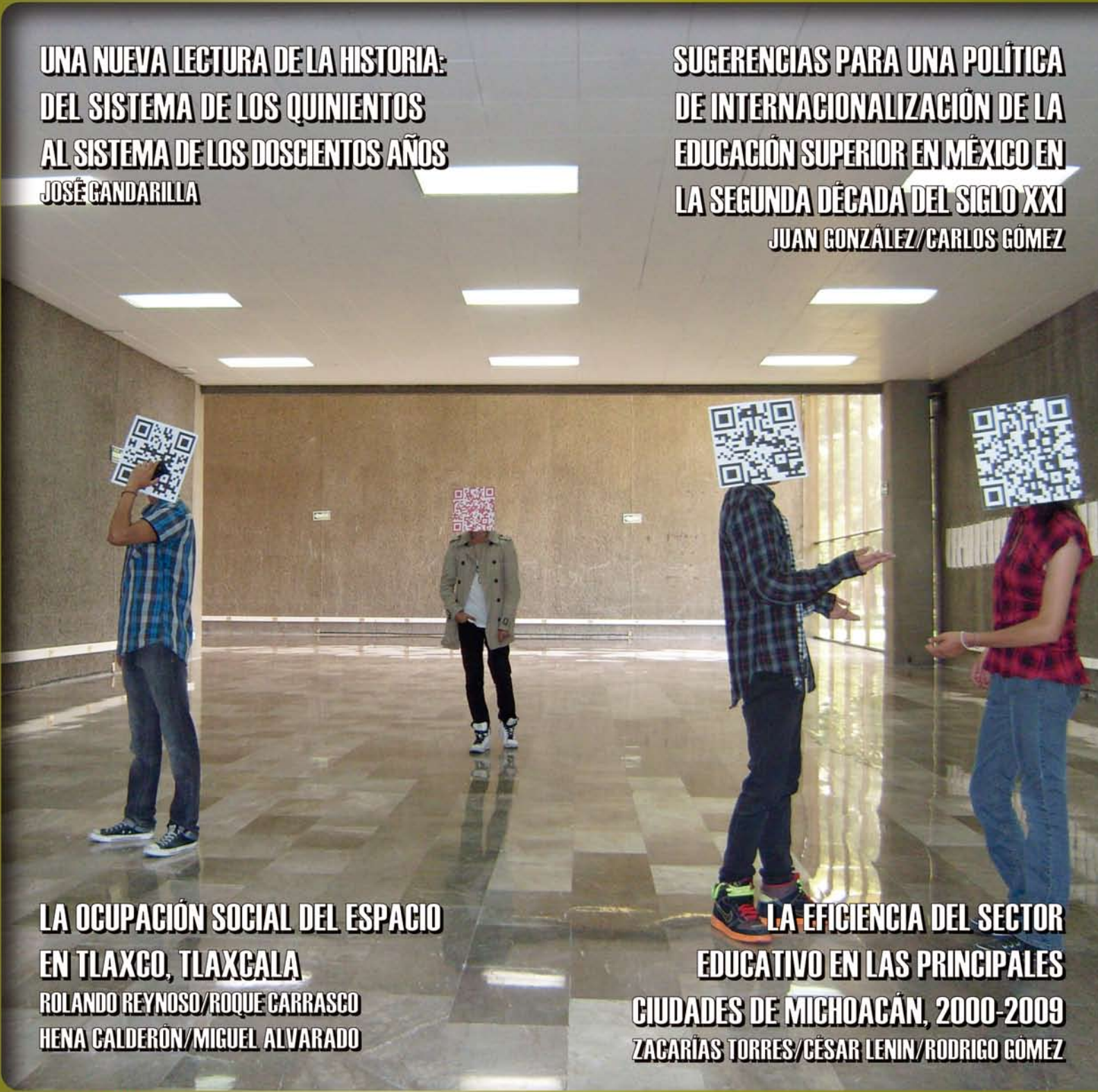
JOSÉ GANDARILLA

**SUGERENCIAS PARA UNA POLÍTICA
DE INTERNACIONALIZACIÓN DE LA
EDUCACIÓN SUPERIOR EN MÉXICO EN
LA SEGUNDA DÉCADA DEL SIGLO XXI**

JUAN GONZÁLEZ/CARLOS GÓMEZ

ISSN 1870-2872

www.ipn.mx



**LA OCUPACIÓN SOCIAL DEL ESPACIO
EN TLAXCO, TLAXCALA**

**ROLANDO REYNOSO/ROQUE CARRASCO
HENA CALDERÓN/MIGUEL ALVARADO**

**LA EFICIENCIA DEL SECTOR
EDUCATIVO EN LAS PRINCIPALES**

**CIUDADES DE MICHOACÁN, 2000-2009
ZACARÍAS TORRES/CÉSAR LENIN/RODRIGO GÓMEZ**



No. 27, Vol. VII, 2012

“La Técnica al Servicio de la Patria”





**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
DIRECTORIO**

Yoloxóchitl Bustamante Díez
Directora General

Juan Manuel Cantú Vázquez
Secretario General

Daffny J. Rosado Moreno
Secretario Académico

Jaime Álvarez Gallegos
Secretario de Investigación y Posgrado

Óscar Jorge Súchil Villegas
Secretario de Extensión e Integración Social

Ernesto Mercado Escutia
Secretario de Servicios Educativos

Fernando Arellano Calderón
Secretario de Gestión Estratégica

Emma Frida Galicia Haro
Secretaria de Administración

Cuauhtémoc Acosta Díaz
Secretario Ejecutivo de la Comisión de Operación y Fomento de Actividades Académicas

Salvador Silva Ruvalcaba
Secretario Ejecutivo del Patronato de Obras e Instalaciones

Adriana Campos López
Abogada General

José Arnulfo Domínguez Cordero
Coordinador de Comunicación Social

Francisco Rodríguez Ramírez
Director de Publicaciones

Zacarías Torres Hernández
Director del Centro de Investigaciones Económicas, Administrativas y Sociales

SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA



Mundo Siglo XXI

Luis Arizmendi
Director

CONSEJO EDITORIAL

Carlos Aguirre (Instituto de Investigaciones Sociales, UNAM) (México)

Crecencio Alba (Universidad Mayor de San Simón) (Bolivia)

Jorge Beinstein (Universidad de Buenos Aires) (Argentina)

Julio Boltvínik (El Colegio de México) (México)

Víctor Flores Oléa (Centro de Investigaciones Interdisciplinarias en Ciencias y Humanidades, UNAM) (México)

Alejandro Gálvez (Universidad Autónoma Metropolitana, Xochimilco) (México)

Jorge Gasca (Instituto Politécnico Nacional) (México)

Arturo Guillén Romo (Universidad Autónoma Metropolitana, Iztapalapa) (México)

Rolando Jiménez (Centro de Investigaciones Económicas, Administrativas y Sociales, IPN) (México)

María del Pilar Longar (Centro de Investigaciones Económicas, Administrativas y Sociales, IPN) (México)

Francis Mestries (Universidad Autónoma Metropolitana, Azcapotzalco) (México)

Humberto Monteón (Centro de Investigaciones Económicas, Administrativas y Sociales) (México)

Blanca Rubio (Instituto de Investigaciones Sociales, UNAM) (México)

Carlos Walter Porto (Universidad Federal Fluminense) (Brasil)

COMISIÓN CONSULTIVA

Jaime Aboites (Universidad Autónoma Metropolitana, Iztapalapa) (México)

Víctor Acevedo (Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo) (México)

Francisco Almagro (Instituto Politécnico Nacional) (Cuba)

Guillermo Almeyra (Universidad de Buenos Aires) (Argentina)

Elmar Altvater (Universidad Libre de Berlín) (Alemania)

Joel Bonales (Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo) (México)

Erika Celestino (Instituto Politécnico Nacional) (México)

Michel Chossudovsky (Profesor Emérito de la Universidad de Otawa) (Canadá)

Axel Didriksson (Centro de Estudios sobre la Universidad, UNAM) (México)

Bolívar Echeverría † (Ecuador)

Magdalena Galindo (Universidad Nacional Autónoma de México) (México)

Héctor Guillén (Universidad de París VIII) (Francia)

Michel Husson (Instituto de Investigaciones Económicas y Sociales) (Francia)

Michel Lowy (Universidad de París) (Francia)

Gabriela Riquelme (Centro de Investigaciones Económicas, Administrativas y Sociales) (México)

John Saxe-Fernández (Centro de Investigaciones Interdisciplinarias en Ciencias y Humanidades, UNAM) (Costa Rica)

Enrique Semo (Profesor Emérito de la UNAM) (México)

Asunción St. Clair (Universidad de Bergen) (Noruega)

Kostas Vergopoulos (Universidad de París VIII) (Francia)

INDIZACIÓN

OEI (Organización de Estados Iberoamericanos), **CREDI** (Centro de Recursos Documentales Informáticos)

Latindex (Sistema Regional de Información en Línea para Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal)

Clase (Base de Datos Bibliográfica de Revistas de Ciencias Sociales y Humanidades)

EQUIPO EDITORIAL

Diseño Gráfico y Formación: **David Márquez**

Corrección de Estilo: **Octavio Aguilar**

Relaciones Públicas y Comercialización: **Nallely Garcés**

Mundo Siglo XXI es una publicación del Centro de Investigaciones Económicas, Administrativas y Sociales del Instituto Politécnico Nacional. Año 2012, número 27, revista cuatrimestral, abril 2012. Certificado de Reserva de Derechos al Uso Exclusivo del Título Número 04-2005-062012204200-102, Certificado de Licitud de Título Número 13222, Certificado de Licitud de Contenido Número 10795, ISSN 1870 - 2872. Impresión: Estampa artes gráficas, privada de Dr. Márquez No. 53. Tiraje: 1,000 ejemplares. *Establecimiento de la publicación, suscripción y distribución:* Centro de Investigaciones Económicas, Administrativas y Sociales, IPN, Lauro Aguirre No. 120, Col. Agricultura, C.P. 11360, México D.F., Tel: 5729-60-00 Ext. 63117; Fax: 5396-95-07. e-mail. ciecas@ipn.mx. Precio del ejemplar en la República mexicana: \$40.00. Las ideas expresadas en los artículos son responsabilidad exclusiva de los autores. Se autoriza la reproducción total o parcial de los materiales, siempre y cuando se mencione la fuente. No se responde por textos no solicitados.

Índice / Content

Editorial / Editorial

1

Fundamentos y Debate / Foundations and Debate



José Guadalupe Gandarilla Salgado

Una nueva lectura de la historia: Del sistema de los quinientos al sistema de los doscientos años

5

A new reading of history: from the system of five hundred to the system of two hundred years



Patricia Nettel

Nueva España, la crisis del siglo XVII y la modernidad barroca en Sor Juana Inés de la Cruz

17

New Spain, the crisis of the seventeenth century and baroque modernity in Sor Juana Ines de la Cruz

Artículos y Miscelánea / Articles and Miscellany



Juan González García / Carlos Gómez Chiñas

Sugerencias para una política de internacionalización de la educación superior en México en la segunda década del siglo XXI

25

Suggestions for a policy of internationalization of mexican higher education in the second decade of the XXI century



Zacarías Torres Hernández / José César Lenin Navarro Chávez/ Rodrigo Gómez Monge

La eficiencia del sector educativo en las principales ciudades de Michoacán, 2000-2009

35

The efficiency of the education sector in major cities of Michoacan, 2000-2009



María Concepción Martínez Rodríguez

La educación de los mexicanos desde un punto de vista económico

53

The education of mexicans from an economic point of view



Rolando Reynoso Pérez / Roque Juan Carrasco Aquino / Hena Andrés Calderón / Miguel Alvarado Cardona

La ocupación social del espacio. Estrategia del capital en la planeación del territorio municipal Tlaxco, Tlaxcala

79

The social occupation of space. Capital strategy in the planning of the municipal territory Tlaxco, Tlaxcala



Alexander Galicia Palacios / Miguel Flores Ortega

Modelo alternativo para caracterizar la producción del sector eléctrico en México

89

Alternative production model to characterize the electrical sector in Mexico

Colaboraciones / Collaborations

100

Mundo Siglo XXI cumple su compromiso de ilustrar su portada e interiores proyectando a los ganadores del Concurso de Fotografía Digital *Captura tu entorno tecnológico y social* CIECAS 2011. La portada corresponde al 1er lugar del tema *Entorno tecnológico*, cuyo ganador fue Aldo Sebastián González Lara.

Modelo alternativo para caracterizar la producción del sector eléctrico en México

ALEXANDER GALICIA PALACIOS*/MIGUEL FLORES ORTEGA**

FECHA DE RECEPCIÓN: 03/12/2011; FECHA DE APROBACIÓN: 30/03/2012

RESUMEN: En este trabajo se presenta un modelo de la función de producción translogarítmica para el sector eléctrico en México; el procedimiento para estimar esta función parte de un análisis estructural de las principales características de la función de producción neoclásica, se realiza la comparación con la función Cobb-Douglas y se evalúa de forma empírica la sensibilidad de los parámetros de la función y su relación con los factores de la producción. Se examinan los métodos para estimar la función de producción translogarítmica y se propone un modelo general, basado en una función inversa de demanda que adiciona la tecnología de producción. La función de producción describe la relación que existe entre los niveles de los factores productivos de entrada y los niveles de producción de los productos de salida. Los resultados caracterizados muestran, que si un análisis estadístico presenta resultados negativos las pruebas de especificación paramétrica han sido estimadas erróneamente.

PALABRAS CLAVE:

- función de producción
- función translogarítmica
- factores de la producción
- función de costos
- función Cobb-Douglas

Clasificación JEL: C1, C2, C14, E13, E23

Alternative production model to characterize the electrical sector in Mexico

ABSTRACT: This paper presents a model of the production function translog for the electricity sector in Mexico; the procedure to estimate this function is based on a structural analysis of the main features of the neoclassical production function, performs the comparison with the Cobb-Douglas function and assesses empirically the sensitivity of parameters of the function and its relationship with the factors of production. Discusses methods for estimating the translog production function and proposes a general model, based on an inverse function of demand that adds production technology. The production function describes the relationship that exists between the factors of production input levels and output products production levels. Characterized results show that if a statistical analysis presented negative results parametric specification tests have been estimated wrongly.

KEYWORDS:

- production function
- translog function
- factors of production
- cost function
- Cobb-Douglas

JEL Classification: C1, C2, C14, E13, E23.

* Doctorante en Ciencias Económicas, Escuela Superior de Economía del Instituto Politécnico Nacional.

** Profesor Investigador de la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, de la Escuela Superior de Economía del Instituto Politécnico Nacional.

1. Introducción

En el estudio de la ciencia económica el análisis de la producción se efectúa con modelos de carácter dinámico y resulta relevante analizar la conformación de las dotaciones de factores productivos que repercuten en los costos y precios, tanto en términos absolutos como relativos. En este contexto es deseable obtener una función de producción que represente la combinación óptima de factores de la producción que permitan obtener de forma eficiente la cantidad de un producto al mínimo costo que representa la condición del nivel máximo de producción.

Cuando se utiliza un modelo reducido, donde las variables de la función de producción se expresan en unidades de trabajo se está frente a un modelo de crecimiento neoclásico; la función de producción sirve de base para determinar qué parte del aumento de la producción se debe al crecimiento de un factor en particular y qué parte corresponde al progreso tecnológico, tanto endógeno como exógeno. En este sentido, la función de producción se utiliza como base para estimar la producción potencial y la estructural del uso de los factores de la producción; para lograr esto se utiliza un modelo que es una generalización del que utilizaron Christensen, Jorgenson y Lau,¹ y se mantiene el supuesto teórico de la dualidad que introdujo Diewert.²

El trabajo se estructura en siete apartados, se inicia con una introducción, al que sigue un segundo apartado donde se presentan los conceptos principales de la teoría sobre la función de producción neoclásica; en el tercer apartado se resumen los aspectos de la función de producción Cobb-Douglas y se deja en la cuarta sección el desarrollo de la función translogarítmica; en el quinto se analizan los argumentos teóricos de la función translogarítmica de producción y la transformación para obtener los costos de producción; en la sección seis se presenta la metodología para caracterizar de forma empírica el modelo de la función translogarítmica de producción y los costos de producción para el sector eléctrico Mexicano, por último se presentan las conclusiones de la investigación.

¹ Christensen Laurits R., Dale W. Jorgenson, Lawrence J. Lau, "Association Transcendental Logarithmic Utility Functions", en *The American Economic Review*, Vol. 65, No. 3, 1975, pp. 367-383.

² W. Diewert, "An Application of The Shephard Duality Theorem: A Generalized Leontief Production Function", en *Journal of Political Economy*, 79, 1971, pp. 481-507.

2. Fundamentos de la función de producción neoclásica

Una función de producción se define por la relación de tecnológica que hay entre los insumos utilizados y los bienes producidos a partir de los insumos; representa la cantidad máxima de producción que se puede obtener empleando eficientemente una cantidad dada de los factores de la producción. En una economía donde la oferta Y_t se encuentra determinada por tres factores productivos que son el trabajo L_t , la suma total invertida en el proceso productivo, el capital K_t que es la suma de todos los bienes físicos que se utilizan en la producción, y la tecnología A_t que es un factor no tangible en el proceso de producción, la combinación óptima de los tres factores se relacionan mediante la expresión matemática que se conoce como función de producción neoclásica:

$$Y_t = F(K_t, L_t, A_t) \quad (2)$$

La función de producción de la expresión 2 cumple con las siguientes propiedades:

- **Homogeneidad de grado uno**, se conoce como rendimientos constantes a escala si se incrementan en las mismas proporciones el capital K_t y el trabajo L_t , se duplica la producción; esta propiedad se expresa de forma matemática como:

$$F(\lambda K, \lambda L, A) = \lambda F(K, L, A) = \lambda F(K, L, A) \quad (2.1)$$

Se debe señalar que el factor tecnológico es el conocimiento que lleva a la mezcla óptima de los factores: capital K_t y trabajo L_t , por esta razón, para obtener el doble del producto no es necesario duplicar el uso de los factores, sólo utilizarlos en la proporción adecuada.

- **La productividad marginal de los factores es positiva pero decreciente**: la tecnología presenta rendimientos decrecientes del capital y del trabajo cuando se incrementa la producción. Un incremento del factor trabajo sin cambiar el monto del capital, incrementa la producción en una proporción que no cambia con el tiempo. Por otro lado, si se incrementa el monto del capital se incrementa la producción pero lo hace invariante a lo largo del tiempo. Esto significa que la productividad marginal del capital y del trabajo son positivos pero diferentes. Esto significa que la productividad marginal de un factor se obtiene de la derivada parcial de la

producción con respecto al factor en cuestión y se expresa de la forma siguiente:

$$\left[\frac{\partial F}{\partial K} > 0, \frac{\partial F}{\partial L} > 0 \right] \quad (2.2)$$

La segunda derivada presenta resultados negativos; por lo tanto existen rendimientos decrecientes y se expresa por:

$$\left[\frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0, \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0 \right] \quad (2.3)$$

- **Condiciones de Inada**³: implica que la productividad marginal del capital se aproxima a cero cuando el capital tiende a infinito y tiende a infinito cuando el capital se aproxima a cero:

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \frac{\partial F}{\partial K} = 0, \lim_{K \rightarrow 0} \frac{\partial F}{\partial K} = \infty \quad (2.4)$$

De forma análoga cuando la función representa al factor trabajo se escribe como:

$$\lim_{L \rightarrow 0} \frac{\partial F}{\partial L} = 0 \text{ y } \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{\partial F}{\partial L} = \infty \quad (2.5)$$

3. Aspectos generales de la función de producción Cobb-Douglas

La función Cobb-Douglas satisface las propiedades de una función de producción neoclásica ($0 < \alpha < 1$), que se escribe como:

$$y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (3)$$

La función presenta las siguientes propiedades:

- Rendimiento de capital = (Producto marginal del Capital)
- Rendimiento del trabajo = (Producto marginal del trabajo)

Donde:

$\alpha = \text{constante que mide el rendimiento del capital}$

Y toma la forma:

$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha} \quad (3.1)$$

Donde:

$\alpha = \text{producto marginal del capital}$

La función Cobb-Douglas presenta las características siguientes:

- Rendimientos de escala constantes:

$$A(\lambda K)^\alpha (\lambda L)^{1-\alpha} = \lambda AK^\alpha L^{1-\alpha} = \lambda Y \quad (3.2)$$

- La producción marginal del capital y del trabajo es positiva:

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha AK^{\alpha-1} L^{1-\alpha} > 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = (1-\alpha)AK^\alpha L^{-\alpha} > 0 \quad (3.4)$$

- La producción marginal es decreciente:

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} = \alpha(\alpha-1)AK^{\alpha-2} L^{1-\alpha} < 0 \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial L^2} = (1-\alpha)(-\alpha)AK^\alpha L^{-\alpha-1} < 0 \quad (3.6)$$

Cumple con los requisitos de Inada:

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \frac{\partial AK}{\partial K} = \alpha AK^{\alpha-1} L^{1-\alpha} = 0, \lim_{K \rightarrow 0} \frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha AK^{\alpha-1} L^{1-\alpha} = \infty \quad (3.7)$$

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \frac{\partial Y}{\partial L} = (1-\alpha)AK^\alpha L^{-\alpha} = 0, \lim_{L \rightarrow 0} \frac{\partial Y}{\partial L} = (1-\alpha)AK^\alpha L^{-\alpha} = \infty \quad (3.8)$$

³ Conjunto de hipótesis que hacen referencia sobre la forma que presenta una función de producción y que garantizan la ruta de estabilidad de un crecimiento económico en el modelo de crecimiento neoclásico; fueron propuestas por el economista japonés Ken-Ichi Inada y son seis: 1) el valor de la función en 0 es = 0, 2) la función es continuamente diferenciable, 3) la función es estrictamente creciente en X, 4) la derivada de la función es decreciente, por lo tanto; la función es cóncava, 5) el límite de la derivada cercana a 0 es infinito positivo, y 6) el límite de la derivada hacia el infinito positivo es 0.

4. Función translogarítmica

Al realizar el análisis del grado de sustitución entre los factores de la producción, mediante la estimación de las formas funcionales tradicionales de Cobb-Douglas y la Función de Producción Sustitución de Elasticidad Constante (CES), se encontró que en particular la última resulta ser muy restrictiva para las elasticidades de sustitución analizadas, para la función Cobb-Douglas las elasticidades de sustitución son iguales a uno, mientras que la función de elasticidad de sustitución constante (CES) admite la posibilidad de elasticidades de sustitución diferentes a uno, pero no permite que existan elasticidades de sustitución negativas que corresponde a la condición de complementos entre insumos.

Algunas de las características del modelo estructural de la función translogarítmica se describen como sigue:

$$\frac{\partial C}{\partial X_i} = X_i \quad (4)$$

El resultado es interpretado con el Lema de Shephard⁴ y en términos de la función translogarítmica se expresa de la forma:

$$\frac{\partial \ln C_i}{\partial \ln P_i} = \frac{P_i X_i}{C_i} = S_i \quad (4.1)$$

Donde:

P_i Producción

C_i Consumo

S_i Proporción del factor de entrada

Por otro lado, se formula la función translogarítmica de factores compartidos y se expresa de la forma siguiente:

$$S_i = \alpha_0 + \alpha_i + \gamma_{yi} \ln Y + C_{ci} \ln C + \sum_j \gamma_{ij} \ln P_j C_j \quad (4.2)$$

Con estos argumentos un modelo generalizado de una función translogarítmica se escribe como:

$$\begin{aligned} \ln S_i = & \alpha_0 + \alpha_i + \alpha_l \ln l + \alpha_c \ln C + \alpha_K \ln K + \beta_L \ln L + \alpha_A \ln A + \alpha_{ci} \ln C + \gamma_{yi} \ln Y + \\ & \frac{1}{2} \gamma_{YY} (\ln Y)^2 + \sum_i \alpha_i \ln P_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \gamma_{ij} \ln P_i \ln P_j \ln C_i \ln C_j + \sum_i \gamma_{Yi} \ln Y_i \ln P_i \ln C_i \end{aligned} \quad (4.3)$$

La forma funcional de la ecuación logarítmica que propuso Christensen, Jorgenson y Lau,⁵ permite estimar el grado de sustitución de los factores productivos de forma flexible y se expresa de forma matemática como:

$$\begin{aligned} \ln F = & \alpha_0 + \alpha_l \ln l + \alpha_c \ln C + B_K \ln K + \beta_L \ln L + \alpha_A \ln A + \frac{\gamma_{AA}}{2} (\ln A)^2 + \frac{\gamma_{ll}}{2} (\ln l)^2 \\ & + \frac{\gamma_{CC}}{2} (\ln C)^2 + \gamma_{lC} \ln C + \gamma_{lA} \ln l \ln A + \gamma_{CA} \ln C \ln A + \frac{\epsilon_{KK}}{2} (\ln K)^2 \\ & + \frac{\epsilon_{LL}}{2} (\ln L)^2 + \epsilon_{KL} \ln K \ln L + \epsilon_{KA} \ln K \ln A + \epsilon_{LA} \ln L \ln A \\ & + \delta_{IK} \ln l \ln K + \delta_{lL} \ln l \ln L + \delta_{CK} \ln C \ln K + \delta_{CL} \ln C \ln L = 0. \end{aligned} \quad (4.4)$$

⁴ R. Shephard, *Cost and Production Functions*, Princeton University Press, 1953, p. 104.

⁵ L. Christensen, Dale J. Jorgenson and Lawrence Lau, "Conjugate Duality and the Transcendental Logarithmic Production Function", en *Econometrica*, 39, 1971, pp. 255-256.

Donde:

- I - cantidad de la investigación
- C - cantidad de consumo
- K - cantidad de capital
- L - cantidad de trabajo
- A - índice de productividad

La función propuesta por Christensen, Jorgenson y Lau,⁶ asume que la maximización de los beneficios conduce a la productividad marginal condicional del tipo:

$$\frac{p_I I}{p_K K} = \frac{\frac{\partial \ln F}{\partial \ln I}}{\frac{-\partial \ln F}{\partial \ln K}} \quad (4.5)$$

$$= \frac{\alpha_I + \gamma_{II} \ln I + \gamma_{IC} \ln C + \delta_{IK} \ln K + \delta_{IL} \ln L + \gamma_{IA} \ln A}{-(\beta_K + \delta_{IK} \ln I + \delta_{CK} \ln C + \varepsilon_{KK} \ln K + \varepsilon_{KL} \ln L + \varepsilon_{KA} \ln A)}$$

Por lo tanto una función de utilidad translogarítmica se expresar como:

$$\ln(\pi + 1) = \alpha_0 + \alpha_I \ln p_I + \alpha_C \ln p_C + \beta_K \ln p_K + \beta_L \ln p_L + \alpha_A \ln A + \frac{1}{2} \gamma_{AA} (\ln A)^2 + (\ln A)^2$$

$$+ \frac{\gamma_{II}}{2} (\ln p_I)^2 + \frac{\gamma_{CC}}{2} (\ln p_C)^2 + \gamma_{IC} \ln p_I \ln p_C + \gamma_{IA} \ln p_I \ln A + \gamma_{CA} \ln p_C \ln A$$

$$+ \frac{\varepsilon_{KK}}{2} (\ln p_K)^2 + \frac{\varepsilon_{LL}}{2} (\ln p_L)^2 + \varepsilon_{KL} \ln p_K \ln p_L + \varepsilon_{KA} \ln p_K \ln A$$

$$+ \varepsilon_{LA} \ln p_L \ln A + \delta_{IK} \ln p_I \ln p_K + \delta_{IL} \ln p_I \ln p_L + \delta_{CK} \ln p_C \ln p_K$$

$$+ \delta_{CL} \ln p_C \ln p_L = 0 \quad (4.6)$$

Donde:

- P_I – precio de la investigación
- P_C – precio del consumo
- P_K – precio de capital
- P_L – precio de la fuerza de trabajo

La función de producción óptima utiliza la dotación de factores que describe la ecuación:

$$\frac{p_I I}{p_K K} = \frac{\frac{\partial \ln \pi}{\partial \ln p_I}}{\frac{-\partial \ln \pi}{\partial \ln p_K}} \quad (4.7)$$

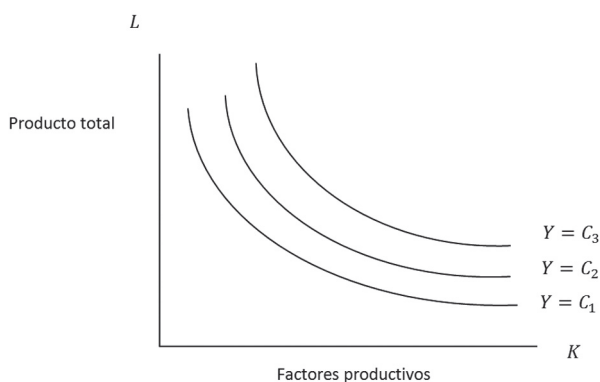
$$= \frac{\alpha_I + \gamma_{II} \ln p_I + \gamma_{IC} \ln p_C + \delta_{IK} \ln p_K + \delta_{IL} \ln p_L + \gamma_{IA} \ln A}{-(\beta_K + \delta_{IK} \ln p_I + \delta_{CK} \ln p_C + \varepsilon_{KK} \ln p_K + \varepsilon_{KL} \ln p_L + \varepsilon_{KA} \ln A)}$$

⁶ *Op. cit.*

5. Argumentos teóricos para el planteamiento de la función translogarítmica de producción y costos

En el análisis clásico de isocuantas se observa que en los procesos de producción cuando se utilizan proporciones diferentes de los factores, se sustituye un factor por otro de forma tal que se produce la misma cantidad del producto de manera eficiente. El argumento teórico que sustenta esta relación es el concepto de Tasa Marginal de Sustitución (TMS), el cual mide la relación de intercambio entre factores de la producción, al aumentar la utilización de un factor se disminuye el uso de otro siempre que la producción permanezca constante.

Grafica 5.1
Curvas de las Isocuantas de una función de producción



Fuente: elaboración propia.

La relación de cambio de la productividad marginal mediante la combinación óptima de los factores productivos se expresa de la forma siguiente:

$$TMS_{L,K} = \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{PMg_L}{PMg_K} \quad (5)$$

Con base en el grado de sustitución de los factores productivos, la función de producción asume una de las siguientes estructuras:

- **Coefficientes fijos:** no se permite la sustitución de los factores en términos de la relación capital-trabajo ($\frac{K}{L}$), pero se acepta que alguno de estos factores se utilicen en un mayor grado, si se mantiene el nivel de producción constante la función de producción se expresa como:

$$Q = \min(\beta_K K, \beta_L L) \quad (5.1)$$

Donde:

β_i = coeficiente técnico del factor i ,
 $i = K, L$

dado que:

$$Q = \beta_K * K = \beta_L * L \quad (5.2)$$

Por lo tanto:

$$\frac{K}{L} = \frac{\beta_L}{\beta_K} \quad (5.3)$$

Coefficientes variables o continuos: cuando se admite la sustitución capital-trabajo ($\frac{K}{L}$), en el proceso de producción. La cualidad más importante de una función de producción es el grado de homogeneidad. Desde el punto de vista matemático se dice que una función de producción es homogénea de grado n si cada factor se multiplica por un número, λ , y la producción corresponde a λ^n veces el producto inicial:

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda^n F(K, L) = \lambda^n Q \quad (5.4)$$

Donde:

n = es constante y denota el grado de homogeneidad
 λ = es cualquier número real positivo

Es importante identificar cuando un factor se trata como fijo o variable por lo que se emplean categorías para determinar el nivel de utilización; un factor se asume fijo cuando no se modifica la cantidad que se utiliza en el proceso de producción. Por lo tanto, se afirma que en el corto plazo existen factores que se utilizan de forma fija, pero en el largo plazo todos los factores de la producción son variables.

6. Caracterización del modelo de la función translogarítmica de producción y de costos para el sector eléctrico en México

Cuando un factor de la producción es fijo y otro variable se aplica la ley de rendimientos decrecientes, la cual dice que a partir de un nivel de producción dado cuando se agrega una cantidad adicional del factor variable al factor fijo, la unidad marginal del incremento de la producción cada vez es menos, se debe aclarar que la ley sólo es válida en el corto plazo.

La caracterización del modelo de producción translogarítmico para el sector eléctrico se expresa por la ecuación:

$$\ln F = \frac{\alpha_0 + \alpha_I \ln I + \alpha_{IK} \ln K + \alpha_{IL} \ln L + \alpha_C \ln C + \alpha_{FC} \ln FC + \alpha_Y \ln Y}{-(\beta_K + \delta_{IK} \ln I + \delta_{CK} \ln C + \varepsilon_{KK} \ln K + \varepsilon_{KL} \ln L + \varepsilon_{FC} \ln FC + \varepsilon_{KY} \ln Y)} \quad (6)$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} F = & \alpha_0 + \alpha_I \ln I + \alpha_C \ln C + \beta_K \ln K + \beta_L \ln L + \alpha_{FC} \ln FC + \alpha_Y \ln Y + \frac{\alpha_{II}}{2} (\ln I)^2 \\ & + \frac{\alpha_{CC}}{2} (\ln C)^2 + \frac{\alpha_{FC}}{2} (\ln FC)^2 + \frac{\alpha_{YY}}{2} (\ln Y)^2 + \alpha_{IC} \ln I \ln C + \alpha_{FC} \ln I \ln FC \\ & + \frac{\varepsilon_{KK}}{2} (\ln K)^2 + \frac{\varepsilon_{LL}}{2} (\ln L)^2 + \frac{\varepsilon_{FC}}{2} (\ln FC)^2 + \varepsilon_{KL} \ln K \ln L + \varepsilon_{KA} \ln K \ln I \\ & + \alpha_{IY} \ln I \ln Y + \alpha_{CY} \ln C \ln Y + \frac{\varepsilon_{KK}}{2} (\ln K)^2 + \frac{\varepsilon_{LL}}{2} (\ln L)^2 + \varepsilon_{KL} \ln K \ln L \\ & + \varepsilon_{IFC} \ln I \ln FC + \varepsilon_{CY} \ln C \ln Y + \varepsilon_{LY} \ln L \ln Y + \delta_{IK} \ln I \ln K + \delta_{IL} \ln I \ln L \\ & + \delta_{CK} \ln C \ln K + \delta_{CL} \ln C \ln L + \delta_{CY} \ln C \ln Y = 0 \end{aligned} \quad (6.1)$$

Donde:

I - cantidad de la investigación (tecnología)

K - cantidad de capital

L - cantidad de trabajo

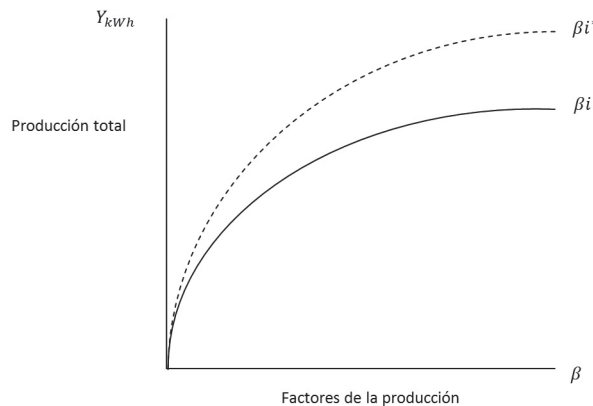
C - cantidad de consumo (número de clientes/ longitud de las líneas de distribución *Km*)

FC - factor de carga (mide el nivel del uso de la planta)

Y - Producción (salida total *kWh*)

En el modelo la producción mide por el número total de *kWh* entregados, por lo tanto *C* y *FC*, son variables de salida y las variables de entrada son *K* y *L*. La característica principal que presenta esta función es que es homogénea en el precio de los factores de la producción y no decreciente en los precios de los factores de entrada y de salida.

Grafica 6.1
Curva de cambio en un factor de la producción



Fuente: elaboración propia.

Un cambio tecnológico desplaza la función de producción en sentido ascendente y esto significa que con los mismos insumos se logra mayor producción; la curva de trazo continuo representa la cantidad máxima de producción que puede obtenerse con los factores de la producción, con la mejora en la tecnología y de las prácticas de gestión la función de producción se desplaza en sentido ascendente.

Para caracterizar el modelo de la función translogarítmica de producción para el sector eléctrico es necesario utilizar el concepto de dualidad introducido por Diewert,⁷ que es necesario para el estudio de la relación producción y costos; que asume que existen condiciones donde se observa una dualidad entre una y otra.

Por lo tanto, para un planteamiento de la estructura empírica de la función de producción se aplica por cualquiera de ellas, ya que por un lado la función de producción resulta atractiva cuando el nivel de producto es endógeno y por otro cuando

el nivel de salida es exógeno; la estimación de una función de costos es más atractiva ya que plantea como argumentos un nivel de salida y un factor precio que permite la estimación de forma directa. Como lo plantea Laurist y Green,⁸ las utilidades de la industria eléctrica no se puede determinar en función del nivel de producción para maximizar las ganancias, porque se tiene la obligación de suministrar la energía eléctrica a precios regulados y las decisiones para determinar el nivel de los factores para producirla no es una opción, la especificación de los niveles de los factores es una decisión endógena y la producción la rige una variable exógena.

La función de costos implica derivar un conjunto de ecuaciones de demanda y no se han desarrollado funciones de costo con características atractivas como: linealidad en sus parámetros y estructuras de producción generales. Una función de costos que se propone para el sector eléctrico en México se expresa de la forma:

$$\ln F = \frac{\alpha_I + \gamma_{II} \ln p_I + \gamma_{IK} \ln p_K + \delta_{IL} \ln p_L + \delta_{IC} \ln p_C + \delta_{IFC} \ln p_{FC} + \gamma_{IA} \ln A}{-(\beta_K + \delta_{IK} \ln p_I + \delta_{CK} \ln p_C + \varepsilon_{KK} \ln p_K + \varepsilon_{KL} \ln p_L + \varepsilon_{FC} \ln p_{FC} + \varepsilon_{KY} \ln \alpha)} \quad (6.2)$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \ln(\pi + 1) = & \alpha_0 + \alpha_I \ln p_I + \alpha_C \ln p_C + \beta_K \ln p_K + \beta_L \ln p_L + \alpha_{FC} \ln p_{FC} + \alpha_A \ln A \\ & + \frac{1}{2} \gamma_{AA} (\ln A)^2 + \frac{\gamma_{II}}{2} (\ln p_I)^2 + \frac{\gamma_{CC}}{2} (\ln p_C)^2 + \gamma_{IC} \ln p_I \ln p_C + \gamma_{FC} \ln p_I \ln p_{FC} \\ & + \gamma_{IA} \ln p_I \ln A + \gamma_{CA} \ln p_C \ln A + \frac{\varepsilon_{KK}}{2} (\ln p_K)^2 + \frac{\varepsilon_{LL}}{2} (\ln p_L)^2 + \frac{\varepsilon_{FC}}{2} (\ln p_{FC})^2 \\ & + \varepsilon_{KL} \ln p_K \ln p_L + \varepsilon_{KA} \ln p_K \ln A + \alpha_{IY} \ln I \ln Y + \alpha_{CY} \ln C \ln Y + \frac{\varepsilon_{KK}}{2} (\ln K)^2 \\ & + \frac{\varepsilon_{LL}}{2} (\ln L)^2 + \varepsilon_{KL} \ln p_K \ln p_L + \varepsilon_{IFC} \ln I \ln p_{FC} + \varepsilon_{CY} \ln p_C \ln p_Y \\ & + \varepsilon_{LY} \ln p_L \ln p_Y + \delta_{IK} \ln p_I \ln p_K + \delta_{IL} \ln p_I \ln p_L + \delta_{CK} \ln p_C \ln p_K \\ & + \delta_{CL} \ln p_C \ln p_L + \delta_{CY} \ln p_C \ln p_Y = 0 \quad (6.3) \end{aligned}$$

Donde:

- p_I – precio de la investigación
- p_C – precio del consumo
- p_K – precio de capital
- p_L – precio de la fuerza de trabajo
- p_{FC} – precio del factor de carga
- p_C – precio del consumo (número de clientes / número de clientes km)
- Y – Índice de costos

⁷ W. Diewert, *op. cit.*

⁸ R. Laurits, Christensen and William H. Greene (1976). “Economies of Scale in U.S. Electric Power Generation”, en *The Journal of Political Economy*, Vol. 84, No. 4, Part 1, pp. 655-676.

Es posible estimar los parámetros de la función translogarítmica para la industria eléctrica, usando distintas técnicas econométricas y aplicando la información adecuada para cada unidad productiva, dado que las ecuaciones planteadas son fácilmente estimables para los factores de la producción considerados.

Conclusión

En este trabajo se analizaron las funciones de producción de Cobb-Douglas y translogarítmica y su aplicación, para representar la producción de electricidad. Con base en la revisión de la literatura sobre el tema se establece la viabilidad para caracterizar el modelo del sector eléctrico en México; se establece el procedimiento para obtener resultados numéricos mediante la generalización de las propuestas de Christensen, Jorgenson y Lau, donde se admite la premisa de la dualidad teórica sobre las funciones

de producción y costo, que permiten determinar cuál es la máxima producción que se espera al mínimo costo, se encontró que las funciones de producción presentan características no lineales, mientras que las funciones de costos presentan características lineales que facilitan la estimación.

En un pronóstico de series de tiempo los valores agregados de los precios, cantidad de producto y factores productivos influyen entre sí, por lo tanto es conveniente especificar un modelo econométrico para obtener estimaciones consistentes al plantear hipótesis económicas de simetría y homogeneidad, indispensables para emplear la función translogarítmica.

Queda pendiente la aplicación para obtener resultados numéricos, ya que todavía es materia de estudio para presentar detalladamente un modelo que optimice la producción del sector eléctrico en México, por lo que la próxima generalización consistirá en proporcionar un modelo con datos reales del sector.

Bibliografía

- ◆ Christensen, L., D. Jorgenson and L. Lau, “Conjugate Duality and the Transcendental Logarithmic Production Function”, en *Econometrica*, 39, 1971.
- ◆ Christensen, L., D. Jorgenson and L. Lau, “Transcendental Logarithmic Production Frontiers”, en *The Review of Economics and Statistics*, February, 1973.
- ◆ Christensen, L. and W. Greene, “Economies of Scales in US Electronic Power Generation”, en *Journal of Political Economy*, 84, 1976.
- ◆ Cobb, C. and P. Douglas, “A Theory of Production”, en *The American Economic Review*, 18, Supplement, 1928.
- ◆ Diewert, W., “An Application of The Shephard Duality Theorem: A Generalized Leontief Production Function”, en *Journal of Political Economy*, 79, 1971.
- ◆ Douglas, P. H., “Are There Laws of Production?”, en *American Economic Review*, 38, 1948.
- ◆ Georgina, Azofeifa y Marlene Villanueva, “Estimación de una función de producción: Caso Costa Rica”, en *Banco Central de Costa Rica, Departamento de Investigaciones Económicas*, 1996.
- ◆ Greene, W., “Maximum Likelihood Estimation of Econometric Frontier Functions”, en *Journal of Econometrics*, 13, 1980.
- ◆ Christensen, Laurits R., Dale W. Jorgenson, Lawrence J. Lau, “Association Transcendental Logarithmic Utility Functions”, en *The American Economic Review*, Vol. 65, No. 3, 1975.
- ◆ Wooldridge, J. M., “A test for functional form against nonparametric alternatives”, en *Econometric Theory*, No 8, 1992.
- ◆ Shephard, R., *Cost and Production Functions*, Princeton University Press, 1953, p. 104.
- ◆ -----, *Theory of Cost and Production Functions*, Princeton University Press, 1970.