

# CIENCIA Y TECNOLOGIA



**Casa de la Cultura Ecuatoriana  
"Benjamín Carrión"**

**Vol. II - N° 1, enero 2003**

0001

3

1

2

R 6-0001  
2003  
n.º 2  
n.º 1  
g.º 2

**CASA DE LA CULTURA ECUATORIANA**

**Revista**

# **CIENCIA Y TECNOLOGÍA**

**Quito – Ecuador**

Vol. II, No. 1, enero 2003

BIBLIOTECA NACIONAL QUITO - ECUADOR	
COLECCION GENERAL	
Nº.....	AÑO .....
PRECIO.....	DONACION .....

*Casa de la Cultura Ecuatoriana*  
*"Benjamín Carrión"*

**Presidente:**

*Escritor Raúl Pérez Torres*

**Secretario General**

*Dr. Marco Antonio Rodríguez*

**Ciencia y Tecnología**

**Vol. II Número 1 - Enero 2003**

**Director**

**Editor Científico**

*Dr. Luis A. Romo S.*

**Consejo Editorial:**

*Dr. Plutarco Naranjo V.*

*Dr. Bruce Hoeneisen*

*Dra. Laura Arcos*

*Dr. Melio Sáenz*

*Dr. Washington Benítez*

ISBN: 9978-62-234-9

Diseño y diagramación: César E. Salazar O.

**Impreso en Ecuador – Printed in Ecuador**



E-mail: [ccc.benjamincarrion@andfinanet.net](mailto:ccc.benjamincarrion@andfinanet.net)

[www.cce.org.ec](http://www.cce.org.ec)

R0844.09

EVALUACIÓN DE LA PRESENCIA DE TRICHINELLA SPP. EN CERDOS DEL ECUADOR	
Dra. M. Chávez, Dr. P. Sandoval, Dr. J. Tipanluisa, Dr. L. Vizcaíno, Dr. J. Ron y Dr. W. Benítez Ortiz	109
CHOCHO, CARNE VEGETAL	
Dr. Plutarco Naranjo	123
INFORMACIONES CIENTÍFICO-CULTURALES	
1.- REVISTA DEL LIBRO	141
2.- APOLOGÍA MONTALVINA DEL AGUA	147

## **PRESENTACIÓN**

*La respuesta positiva de los investigadores científicos a nuestra solicitud para que nos ofrezcan sus contribuciones para ser incluidas en nuestra Revista CIENCIA Y TECNOLOGÍA, para el conocimiento crítico de la comunidad científica, nos estimula para seguir cumpliendo con nuestra dedicación para promover el cultivo de la ciencia.*

*La globalización que se considera que es el proceso de dominio económico envolvente del mundo desarrollado hacia el subdesarrollado, se relaciona también al desarrollo de la ciencia que a medida que transcurre el tiempo sus beneficios para el Tercer Mundo disminuyen.*

*La calidad y productividad no solo se refieren a la producción industrial sino también a las contribuciones científicas del Tercer Mundo que tienen que eventualmente ser de igual trascendencia que las provenientes del mundo altamente desarrollado. La situación de dependencia científica reduce el acceso a la adquisición de tecnologías modernas que son, en general, de propiedad de las empresas transnacionales.*

*Nuestra Revista CIENCIA Y TECNOLOGÍA continuará el camino de superación para alcanzar el nivel de excelencia que es la meta que se persigue para que el quehacer científico coadyuve al progreso nacional.*

Dr. Luis A. Romo S.  
Editor Científico

# Juegos Cuánticos: El Equilibrio de Nash en Estrategia Mixta representa Mínima Entropía

## Parte 1

MSc. DEA. Edward Jiménez, UIDT, PETROECUADOR

Experimental Economics, Todo1 Services Inc, Miami Fl 33126

Departamento de Investigación y Desarrollo Tecnológico de Petroecuador,  
Quito Ecuador, 5932 Tel. 59322291999; Fax 59322524766 (ejimenezecu@yahoo.com)  
dirección Av 6 de Diciembre y Paul Rivet (Edif El Pinar) Quito- Ecuador.

11 de febrero de 2003

### Resumen

Este paper introduce los polinomios de Hermite en la descripción de los juegos cuánticos. *Estos polinomios están asociados a la distribución de probabilidad gaussiana, a su vez esta distribución de probabilidad representa mínima dispersión lo cual nos permite analizar la convergencia al equilibrio de Nash (Máxima Utilidad MU o mínima entropía ME). El concepto ME está relacionado con los juegos cuánticos. Algunas preguntas aparecen luego de realizar esta analogía: i) ¿Qué representa el principio de incertidumbre en teoría de juegos y en series de tiempo? ii) ¿Qué indican los postulados de la Mecánica Cuántica en Teoría de Juegos y Economía?*

Journal of Economics Classification C62; C70; C73; C79

Palabras Claves: Juegos Cuánticos, Mínima Entropía, Series de Tiempo, Equilibrio de Nash-Hayeck.



# 1. INTRODUCCIÓN

Los juegos cuánticos y el computador cuántico están profundamente relacionados. El computador cuántico es uno de los modernos paradigmas en la ciencia de la computación y de la Teoría de Juegos [10], [9], [8], [26], [44] [45], [58]. El computador cuántico permitirá incrementar la velocidad de los procesos y la búsqueda eficaz en las bases de datos. Los juegos cuánticos permiten incorporar algoritmos de Teoría Cuántica a la Teoría de Juegos [8], esta simple extrapolación permite resolver el Dilema del Prisionero y demostrar que el equilibrio cooperativo es viable y estable con probabilidad diferente de cero.

“Al más abstracto nivel, la teoría de juegos es sobre entidades que están actuando eficientemente para aumentar al máximo o disminuir al mínimo[10]. Para un físico cuántico, es entonces legítimo preguntar: ¿qué pasa si las superposiciones lineales de estas acciones son permitidas?, es decir, si los juegos son generalizados en el dominio cuántico. Para el caso particular del Dilema del Prisionero, mostramos que este juego deja de proponer un dilema si las estrategias cuánticas son llevadas a cabo”. Ello muestra que las estrategias clásicas son casos particulares de las estrategias cuánticas.

Eisert, Wilkens, y Lewenstein 2001, no sólo da un modelo físico de estrategias cuánticas sino también da la idea de identificar movimientos con operaciones y propiedades cuánticas. Este acercamiento parece ser fructífero de por lo menos dos maneras. La primera favorece a varias aplicaciones recientemente propuestas de la teoría de la información cuántica, ya que puede concebirse a la Física como situaciones competitivas, donde varias partes con motivos más o menos opuestos actúan recíprocamente. Estas partes pueden aplicar operaciones cuánticas en un sistema cuántico bipartito. Por otro lado una generalización de la teoría de decisiones en el dominio de las probabilidades cuánticas parece interesante, como las raíces de la teoría de juegos son parte de la teoría de la probabilidad. En este contexto es de interés investigar qué soluciones son asequibles si las superposiciones de estrategias son permitidas. Un juego también se relaciona a la transferencia de información. Es posible preguntar, qué pasa si estos portadores de información son tomados para ser sistemas cuánticos?, la información cuántica es una noción fundamental de la información. El concepto de equilibrio de Nash en juegos cuánticos es esencialmente el mismo que en teoría de juegos pero una diferencia es que las estrategias son en función de las propiedades cuánticas del

sistema físico.

Este artículo esencialmente explica la relación existente entre la Mecánica Cuántica, el Equilibrio de Nash, el Principio de Incertidumbre de Heisenberg, Entropía Mínima y las Series de Tiempo. El Principio de Incertidumbre de Heisenberg es una de las piedras angulares en Mecánica Cuántica. Una aplicación del Principio de Incertidumbre en Series de Tiempo es relacionado al Análisis Espectral "El VALOR más preciso de la variable aleatoria es determinado, el VALOR menos preciso de la frecuencia es conocido en este instante". Este principio indica que el producto de la desviación estándar de una variable aleatoria  $x_t$  por la desviación estándar de su frecuencia  $w$  es mayor o igual a  $1/2$ .

Este artículo está organizado como se indica a continuación:

PARTE 1, Sección 1: Introducción, Sección 2: Juegos Cuánticos y Polinomios de Hermite, Sección 3: Bibliografía.

PARTE 2, Sección 1: Series de Tiempo y Principio de Heisenberg, Sección 2: Aplicaciones de los modelos, Sección 3: Conclusiones y Sección 4: Bibliografía.

## 2. Juegos Cuánticos y Polinomios de Hermite.

Sea  $\Gamma = (K, S, v)$  un juego de  $n$ -jugadores, con  $K$  el conjunto de jugadores  $k = 1, \dots, n$ . El juego finito  $S_k$  de cardinalidad  $l_k \in N$  es el juego de estrategias puras de cada jugador donde  $k \in K$ ,  $s_{kj_k} \in S_k$ ,  $j_k = 1, \dots, l_k$  y  $S = \prod_K S_k$  conjunto de estrategias puras con  $s \in S$  un elemento de esc juego,  $l = l_1, l_2, \dots, l_n$  representa la cardinalidad de  $S$ . La función vectorial  $v : S \rightarrow R^n$  asociada a cada perfil  $s \in S$  el vector de utilidades  $\mathbf{v}(s) = (v^1(s), \dots, v^n(s))^T$ , donde  $v^k(s)$  designa la utilidad del jugador  $k$  enfrentando el perfil  $s$ . Para conseguir facilidad de cálculo se escribe la función  $v^k(s)$  en una forma explícita  $v^k(s) = v^k(j_1, j_2, \dots, j_n)$ . La matriz  $v_{n,l}$  representa todos los puntos del producto cartesiano  $\prod_{k \in K} S_k$ . El vector  $\mathbf{v}^k(s)$  es la  $k$ -columna de  $\mathbf{v}$ .

Si las estrategias mixtas están permitidas, entonces se tendrá:

$$\Delta(S_k) = \left\{ \mathbf{p}^k \in R^{l_k} : \sum_{j_k=1}^{l_k} p_{j_k}^k = 1 \right\}$$

Sea cada jugador  $k \in K$ , y  $\mathbf{p}^k = (p_{j_k}^k)$  el vector probabilidad. El perfil del juego en estrategias mixtas es el poliedro  $\Delta$  con  $\Delta = \prod_{k \in K} \Delta(S_k)$ , donde

$\mathbf{p} = (p_{j_1}^1, p_{j_2}^2, \dots, p_{j_n}^n)$ , y  $\mathbf{p}^k = (p_{i_1}^k, p_{i_2}^k, \dots, p_{i_n}^k)^T$ . Usando el producto Kronecker  $\otimes$  es posible escribir<sup>1</sup>:

$$\begin{aligned}\mathbf{p} &= \mathbf{p}^1 \otimes \mathbf{p}^2 \otimes \dots \otimes \mathbf{p}^{k-1} \otimes \mathbf{p}^k \otimes \mathbf{p}^{k+1} \otimes \dots \otimes \mathbf{p}^n \\ \mathbf{p}^{(-k)} &= \mathbf{p}^1 \otimes \mathbf{p}^2 \otimes \dots \otimes \mathbf{p}^{k-1} \otimes \mathbf{1}^k \otimes \mathbf{p}^{k+1} \otimes \dots \otimes \mathbf{p}^n \\ \mathbf{1}^k &= (1, 1, \dots, 1)^T, \quad [\mathbf{1}^k]_{i_{k,1}} \\ \mathbf{o}^k &= (0, 0, \dots, 0)^T, \quad [\mathbf{o}^k]_{i_{k,1}}\end{aligned}$$

La función  $n$ -dimensional  $\bar{\mathbf{u}} : \Delta \rightarrow R^n$  asociada con cada perfil en estrategias mixtas, el vector de utilidades esperadas  $\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{p}) = (\bar{u}^1(\mathbf{p}, \mathbf{v}(s)), \dots, \bar{u}^n(\mathbf{p}, \mathbf{v}(s)))^T$ , donde  $\bar{u}^k(\mathbf{p}, \mathbf{v}(s))$  es la utilidad esperada del jugador  $k$ . Cada  $\bar{u}_{j_k}^k = \bar{u}_{j_k}^k(\mathbf{p}^{(-k)}, \mathbf{v}(s))$  representa la utilidad esperada para la estrategia de cada jugador y el vector  $\mathbf{u}^k$  es notado  $\mathbf{u}^k = (\bar{u}_1^k, \bar{u}_2^k, \dots, \bar{u}_n^k)^T$ .

$$\begin{aligned}\bar{u}_k &= \sum_{j_k=1}^{i_k} \bar{u}_{j_k}^k(\mathbf{p}^{(-k)}, v(s)) p_{j_k}^k \\ \bar{\mathbf{u}} &= \mathbf{v}^T \mathbf{p} \\ \mathbf{u}^k &= (\mathbf{1}^k \otimes \mathbf{v}^k) \mathbf{p}^{(-k)}\end{aligned}$$

La tripleta  $(K, \Delta, \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{p}))$  designa la extensión del juego  $\Gamma$  en estrategia mixta. Obteniendo el Equilibrio de Nash (maximización de la utilidad) si y solo si,  $\forall k, \mathbf{p}$ , la desigualdad  $\bar{u}^k(\mathbf{p}^*) \geq \bar{u}^k((\mathbf{p}^*)^k, \mathbf{p}^{(-k)})$  se respeta.

Otra manera de calcular el Equilibrio de Nash [52], es igualando los valores de las utilidades esperadas de cada estrategia cuando sea posible.

$$\begin{aligned}\bar{u}_1^k(\mathbf{p}^{(-k)}, v(s)) &= \bar{u}_2^k(\mathbf{p}^{(-k)}, v(s)) = \dots = \bar{u}_{j_k}^k(\mathbf{p}^{(-k)}, v(s)) \\ \sum_{j_k=1}^{i_k} p_{j_k}^k &= 1 \quad \forall k = 1, \dots, n \\ \sigma_k^2 &= \sum_{j_k=1}^{i_k} (\bar{u}_{j_k}^k(\mathbf{p}^{(-k)}, v(s)) - \bar{u}_k)^2 p_{j_k}^k = 0\end{aligned}$$

<sup>1</sup>Usamos negrilla para notar vector o matriz

Si el sistema resultante de ecuaciones no tiene solución  $(\mathbf{p}^{(-k)})^*$  entonces se propone el *Método de la Mínima Entropía*. Este método es expresado como  $\text{Min}_{\mathbf{p}}(\sum_k H_k(\mathbf{p}))$ , donde  $\sigma_k^2(\mathbf{p}^*)$  es la desviación estándar y  $H_k(\mathbf{p}^*)$  la entropía de cada jugador  $k$ .

$$\begin{aligned}\sigma_k^2(\mathbf{p}^*) &\leq \sigma_k^2\left((\mathbf{p}^k)^*, \mathbf{p}^{(-k)}\right) \\ H_k(\mathbf{p}^*) &\leq H_k\left((\mathbf{p}^k)^*, \mathbf{p}^{(-k)}\right)\end{aligned}$$

## 2.1. Método de la Mínima Entropía.

**Teorema 1** (*Teorema de la Mínima Entropía*). *La entropía del juego es mínima sólo en el Equilibrio de Nash en estrategia mixta. El programa de mínima entropía  $\text{Min}_{\mathbf{p}}(\sum_k H_k(\mathbf{p}))$ , es igual al programa de mínima desviación estándar.  $\text{Min}_{\mathbf{p}}(\Pi_k \sigma_k(\mathbf{p}))$ , cuando  $(\overline{u}_{jk}^k)$  tiene una función de densidad gaussiana o un multinomial logit.*

En el lenguaje de Hayek, equilibrio significa el estado de orden o entropía mínima. El estado de orden es opuesto al de máxima entropía (medida del desorden). Existen unas pocas influencias intelectuales y eventos históricos los cuales inspiraron a Hayek a desarrollar la idea de orden espontáneo. Aquí presentamos las herramientas técnicas para estudiar el estado de orden.

**Caso 2** *Si la densidad de probabilidad de una variable  $X$  es normal:  $N(\mu_k, \sigma_k)$ , entonces la entropía es mínima para la desviación estándar mínima  $(H_k)_{\min} \Leftrightarrow (\sigma_k)_{\min}, \forall k = 1, \dots, n$ .*

**Proof.** Sea la función de entropía  $H_k = -\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) \ln(p(x)) dx$  y  $p(x)$  la función de densidad normal.

$$\begin{aligned}H_k &= -\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) \ln(p(x)) dx \\ H_k &= -\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) \left( \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_k^2}}\right) - \left(\frac{x - \overline{u}_k}{\sqrt{2}\sigma_k}\right)^2 \right) dx\end{aligned}$$

desarrollando la integral se tiene

$$\begin{aligned}
H_k &= \ln \left( \sqrt{2\pi} \sigma_k \right) \int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx \\
&\quad + \frac{1}{2\sigma_k^2} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{u}_k)^2 p(x) dx \\
&= \ln \left( \sqrt{2\pi} \sigma_k \right) + \frac{\sigma_k^2}{2\sigma_k^2} = \left( \frac{1}{2} + \ln \sqrt{2\pi} \right) + \ln \sigma_k
\end{aligned}$$

Para un juego de  $n$ -jugadores, la entropía total puede ser escrita de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^n H_k &= n \left( \frac{1}{2} + \ln \sqrt{2\pi} \right) + \ln (\prod_{k=1}^n \sigma_k) \\
\text{Min}_{\mathbf{p}} \left( \sum_k H_k(\mathbf{p}) \right) &\Leftrightarrow \text{Min}_{\mathbf{p}} (\prod_k \sigma_k(\mathbf{p}))
\end{aligned}$$

después de un pequeño cálculo es posible demostrar que

$$\text{Min}_{\mathbf{p}} \left( \sum_{k=1}^n \sigma_k(\mathbf{p}) \right) \Rightarrow \text{Min}_{\mathbf{p}} (\prod_k \sigma_k(\mathbf{p})) \quad \blacksquare$$

La entropía o medida del desorden es directamente proporcional a la desviación estándar o medida de la incertidumbre. Clausius, el creador de la noción de entropía, presenta como una medida evolutiva y como la caracterización de procesos reversibles e irreversibles [49].

**Caso 3** Si la función de probabilidad de  $\bar{u}_{jk}^k(\mathbf{p}^{-k}, v(s))$  es un multinomial logit de parámetro  $\lambda$ , entonces la entropía es mínima y la desviación estándar es mínima para  $\lambda \rightarrow \infty$ .

**Proof.** Sea  $p_{jk}^k$  la probabilidad para  $k \in K, j_k = 1, \dots, l_k$   $p_{jk}^k = \frac{e^{\lambda u_{jk}^k(\mathbf{p}^{-k})}}{\sum_{j_k=1}^{l_k} e^{\lambda u_{j_k}^k(\mathbf{p}^{-k})}} =$

$$\frac{e^{\lambda u_{jk}^k(\mathbf{p}^{-k})}}{Z_k}$$

donde  $Z_k(\lambda, \mathbf{u}^k(\mathbf{p}^{-k})) = \sum_{j_k=1}^{l_k} e^{\lambda u_{j_k}^k(\mathbf{p}^{-k})}$  representa la partición de la función de utilidad.

La entropía  $H_k(\mathbf{p}^k)$ , utilidad esperada  $E\{u_{jk}^k(\mathbf{p}^{-k})\} = \bar{u}^k(p)$ , y la varianza  $\text{Var}\{u_{jk}^k(\mathbf{p}^{-k})\}$  serán diferentes para cada jugador  $k$ .

$$\begin{aligned}
 H_k(\mathbf{p}^k) &= - \sum_{j_k=1}^{l_k} p_{j_k}^k \ln(p_{j_k}^k) \\
 \bar{u}^k(p) &= \sum_{j_k=1}^{l_k} p_{j_k}^k u_{j_k}^k \\
 Var \{u_{j_k}^k(\mathbf{p}^{-k})\} &= \sum_{j_k=1}^{l_k} p_{j_k}^k (u_{j_k}^k - \bar{u}^k)^2
 \end{aligned}$$

Usando la forma explícita de  $p_{j_k}^k$ , se puede obtener la entropía, la utilidad esperada y la varianza:

$$\begin{aligned}
 H_k(\mathbf{p}^k) &= \ln(Z_k) - \lambda \bar{u}^k(p) \\
 \bar{u}^k(p) &= \frac{\partial \ln(Z_k)}{\partial \lambda} \\
 \frac{\partial \bar{u}^k(p)}{\partial \lambda} &= Var \{u_{j_k}^k(\mathbf{p}^{-k})\} = \sigma_k^2
 \end{aligned}$$

La ecuación  $\frac{\partial H_k(\mathbf{p}^k)}{\partial \lambda} = -\lambda \sigma_k^2$  puede ser obtenida utilizando las últimas siete ecuaciones; esto explica que, cuando la entropía disminuye, se incrementa la racionalidad.

La racionalidad se incrementa de un valor inicial de cero cuando la entropía es máxima, y cae a su valor mínimo cuando la racionalidad se extiende al valor infinito:  $\lim_{\lambda \rightarrow \infty} H_k(\mathbf{p}^k(\lambda)) = \min(H_k)$

La desviación estándar es mínima en el Equilibrio de Nash.

Si la racionalidad crece, entonces el Equilibrio de Nash puede alcanzarse cuando la racionalidad se extiende al infinito:  $\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \sigma_k(\lambda) = 0$ .

Para la cadena de ideas anteriores, se puede concluir que la entropía disminuye cuando la desviación estándar disminuye:

$$\begin{aligned}
 (H_k(\mathbf{p}) = (H_k(\mathbf{p}))_{\min}) &\Leftrightarrow (\sigma_k(\lambda) = (\sigma_k)_{\min}) \\
 Min_{\mathbf{p}} \left( \sum_k H_k(\mathbf{p}) \right) &\Leftrightarrow Min_{\mathbf{p}} (\Pi_k \sigma_k(\mathbf{p}))
 \end{aligned}$$

después de un pequeño cálculo es posible demostrar que

$$Min_{\mathbf{p}} (\sum_{k=1}^n \sigma_k(\mathbf{p})) \Rightarrow Min_{\mathbf{p}} (\Pi_k \sigma_k(\mathbf{p})) \blacksquare$$

**Observación 4** La entropía  $H_k$  para una probabilidad de densidad gaussiana y para la función de densidad multinomial logit es escrita como  $\left(\frac{1}{2} + \ln \sqrt{2\pi}\right) + \ln \sigma_k$  respectivamente  $\ln\left(\sum_{j_k=1}^{l_k} e^{\lambda u_{j_k}^k}\right) - \lambda \bar{u}^k$

**Caso 5** El caso especial de Entropía Mínima es cuando  $\sigma_k^2 = 0$  y el valor de la función de utilidad de cada estrategia  $\bar{u}_{j_k}^k(\mathbf{p}^{(-k)}, v(s)) = \bar{u}^k$ , es el mismo  $\forall j_k, \forall k$ .

En el caso especial de Mínima Entropía cuando  $\sigma_k^2 \rightarrow 0$ , la función de densidad gaussiana puede ser aproximada por el Delta de Dirac  $\delta(x - \bar{u}^k)$ .

La función  $\delta(x - \bar{u}^k)$  es denominada la "Función de Dirac". La función de Dirac no es una función en el sentido usual. Representa un pequeño impulso, infinitamente fuerte. Esto satisface  $\delta(x - \bar{u}_k) = \begin{cases} \infty & \text{if } x = \bar{u}^k \\ 0 & \text{if } x \neq \bar{u}^k \end{cases}$  y puede ser obtenida en el límite de las funciones [7]:

$$\delta(x - \bar{u}_k) = \lim_{\sigma_k \rightarrow 0} \frac{1}{\sigma_k \sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{x - \bar{u}^k}{\sigma_k}\right)^2}$$

**Caso 6** Si podemos medir la desviación estándar  $\sigma_k^2 \neq 0$ , entonces el Equilibrio de Nash representa la desviación estándar mínima  $(\sigma_k)_{\min}$ ,  $\forall k \in K$ .

$$\begin{aligned} \bar{u}_1^k(\mathbf{p}^{(-k)}, v(s)) &\neq \bar{u}_2^k(\mathbf{p}^{(-k)}, v(s)) \neq \dots \neq \bar{u}_n^k(\mathbf{p}^{(-k)}, v(s)) \\ \sum_{j_k=1}^{l_k} p_{j_k}^k &= 1 \\ \sigma_k^2 &= \sum_{j_k=1}^{l_k} (\bar{u}_{j_k}^k(\mathbf{p}^{(-k)}, v(s)) - \bar{u}_k)^2 p_{j_k}^k > 0 \end{aligned}$$

**Teorema 7** Dispersión Mínima. La función de densidad gaussiana  $f(x) = |\phi(x)|^2$  representa la solución de una ecuación diferencial dada por  $\left(\frac{\partial}{2\sigma_k^2} + \frac{\partial}{\partial x}\right) \phi(x) = 0$  relacionada a la mínima dispersión de una combinación lineal entre la variable estocástica  $x$ , y un operador Hermitiano  $(-i\frac{\partial}{\partial x})$ .

**Proof.** Esta prueba se explica en [51], [7]. Sea  $\hat{A}, \hat{B}$  operadores Hermitianos <sup>2</sup> los cuales no conmutan, porque podemos escribir,

$$[\hat{A}, \hat{B}] = (\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}) = iC$$

Fácilmente se puede verificar que la desviación estándar utiliza la misma regla de conmutación:

$$\begin{aligned} [\hat{A}, \hat{B}] &= [\Delta\hat{A}, \Delta\hat{B}] = [\hat{A} - \bar{A}, \hat{B} - \bar{B}] \\ [\Delta\hat{A}, \Delta\hat{B}] &= \Delta\hat{A}\Delta\hat{B} - \Delta\hat{B}\Delta\hat{A} = i\hat{C} \end{aligned}$$

Sea  $J(\alpha)$  la función positiva definida como valor esperado  $\langle \cdot \rangle$ .

$$J(\alpha) = \left\langle \left( \alpha (\Delta\hat{A}) + (\Delta\hat{B}) \right)^+ \left( \alpha (\Delta\hat{A}) + (\Delta\hat{B}) \right) \right\rangle$$

Por hipótesis los operadores Hermitianos pueden ser expresados como:  $(\alpha (\Delta\hat{A}) + (\Delta\hat{B}))^+ = (\alpha (\Delta\hat{A}) + (\Delta\hat{B}))$ . Usando esta propiedad,

$$J(\alpha) = \alpha^2 \left\langle (\Delta\hat{A})^2 \right\rangle + \left\langle (\Delta\hat{B})^2 \right\rangle + i\alpha \left\langle \Delta\hat{A}\Delta\hat{B} - \Delta\hat{B}\Delta\hat{A} \right\rangle$$

la expresión  $J(\alpha)$  tiene el valor mínimo cuando  $J'(\alpha) = 0$ , así el valor de  $\alpha$  y  $J_{\min}$  son

$$\begin{aligned} \alpha &= -\frac{i \left\langle \Delta\hat{A}\Delta\hat{B} - \Delta\hat{B}\Delta\hat{A} \right\rangle}{2 \left\langle (\Delta\hat{A})^2 \right\rangle} = \frac{\langle \hat{C} \rangle}{2 \left\langle (\Delta\hat{A})^2 \right\rangle} \\ J_{\min} &= \frac{\langle \hat{C}^2 \rangle}{4 \left\langle (\Delta\hat{A})^2 \right\rangle} + \left\langle (\Delta\hat{B})^2 \right\rangle - \frac{\langle \hat{C}^2 \rangle}{2 \left\langle (\Delta\hat{A})^2 \right\rangle} \geq 0 \end{aligned}$$

simplificando  $J_{\min}$

$$\begin{aligned} \left\langle (\Delta\hat{A})^2 \right\rangle \left\langle (\Delta\hat{B})^2 \right\rangle &\geq \frac{1}{4} \langle \hat{C}^2 \rangle \\ \sigma_{\hat{A}} \sigma_{\hat{B}} &\geq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

<sup>2</sup>The hermitian operator  $\hat{A}$  have the next property:  $\tilde{\hat{A}} = \hat{A}^*$ , the transpose operator  $\tilde{\hat{A}}$  is equal to complex conjugate operator  $\hat{A}^*$ .

Estamos interesados en conocer la forma explícita de la función  $\phi(x)$  cuando la desigualdad se transforma en igualdad y  $\hat{A} = x$ ,  $\hat{B} = -i\frac{\partial}{\partial x}$ , donde  $[x, -i\frac{\partial}{\partial x}] = i$  por lo cual necesitamos resolver la siguiente ecuación diferencial.

$$\begin{aligned} (\alpha\Delta\hat{A} + i\Delta\hat{B})\phi(x) &= 0 \\ \left( \frac{\langle\hat{C}\rangle}{2\langle(\Delta\hat{A})^2\rangle} \Delta\hat{A} + i\Delta\hat{B} \right) \phi(x) &= 0 \end{aligned}$$

si  $\hat{A} = x$ ,  $\hat{B} = -i\frac{\partial}{\partial x}$ , y  $\langle\hat{B}\rangle = 0$  entonces  $\langle\hat{C}\rangle = 1$  y  $\left(\frac{x-\langle x\rangle}{2\sigma_x^2} + \frac{\partial}{\partial x}\right)\phi(x) = 0$   
la solución es

$$\begin{aligned} \phi(x) &= \left(\frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}}\right)^{1/2} e^{-\frac{(x-\langle x\rangle)^2}{4\sigma_x^2}} \\ f(x) &= |\phi(x)|^2 = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\langle x\rangle)^2}{2\sigma_x^2}} \end{aligned}$$

■

**Observación 8** La función de densidad gaussiana  $f(x)$  es óptima en el sentido de mínima dispersión.

Según el último teorema  $\overline{u_{jk}^k} = x$  es una variable gaussiana aleatoria con densidad de probabilidad  $f_k(x)$ ,  $\forall k$ , y para el caso de cálculo  $E\left[\overline{u_{jk}^k}\right] = \overline{u^k}$ . Podemos escribirla

$$f_k(x) = \frac{1}{\sigma_k\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\overline{u^k})^2}{2\sigma_k^2}}$$

**Corolario 9** El teorema del límite central que establece que "El valor  $\overline{u^k}$  de una variable aleatoria  $\overline{u_{jk}^k}$  tiene función de densidad normal", es respetado en el Método de Mínima Entropía.

## 2.2. Elementos de los Juegos Cuánticos.

Exite una relación completa entre la Mecánica Cuántica y la Teoría de Juegos, ambas proporcionan una naturaleza aleatoria. Debido a esta naturaleza es necesario hablar de valores esperados. La Mecánica Cuántica define valores observados o valores esperados.

Tabla 1: Mecánica Cuántica y propiedades de la Teoría de Juegos

Mecánica Cuántica	Teoría de Juegos
Partícula: $k = 1, \dots, n$	Jugador : $k = 1, \dots, n$
Elementos cuánticos	Tipo de jugador
Interacción	Interacción
Estado cuántico: $j = 1, \dots, l_k$	Estrategia: $j = 1, \dots, l_k$
Energía $e$	Utilidad $u$
Superposición de estados	Superposición de estrategias
Función de estado	Función de estado
Naturaleza óptima y aleatoria	Naturaleza óptima y aleatoria
Principio de incertidumbre	Mínima entropía
Operadores de la matriz	Operadores de la matriz
Cálculo variacional,	Control optimal,
Teoría de la información	Teoría de la información
Complejidad	Complejidad
variedad: No partículas $n$	variedad: No. jugadores $n$
variabilidad: No inter $n!$	variabilidad: No. inter $n!$
Modelo Matemático	Modelo Matemático
Valor observable: $E[e]$	Valor observable: $E[u]$
Las entidades se comunican eficazmente	Los jugadores actúan eficazmente
Entropía	Mínima entropía

Según la Mecánica Cuántica existe una incertidumbre en la medida simultánea de dos variables como: posición y velocidad, energía y tiempo [7]. Un elemento cuántico que tiene estados mixtos, está dado respetando el principio probabilístico de los estados mixtos (compuestos). Por su parte en Teoría de Juegos un jugador que usa una estrategia mixta lo hace respetando la función vNM o traslapando probabilísticamente las estrategias puras [6]. La función de estado en Mecánica Cuántica no tiene equivalente en Teoría de Juegos, para esto utilizaremos la función de estado en analogía con

la Mecánica Cuántica. La comparación entre la Teoría de Juegos y Mecánica Cuántica puede verse de una manera explícita en la Tabla 1. Si la definición de racionalidad en Teoría de Juegos representa un proceso de optimización, podemos decir que los procesos cuánticos son esencialmente óptimos, por consiguiente la naturaleza de ambos procesos es similar.

**Proposición 10** Sean  $k = 1, \dots, n$  jugadores con  $l_k$  estrategias para cada uno  $j_k = m_1^k, \dots, m_{l_k}^k$ . La utilidad  $\mu_k$ , converge al Equilibrio de Nash, y sigue una densidad de probabilidad normal  $\rho_k(u) = \frac{e^{-\frac{1}{2}(\frac{u_k - \mu_k}{\sigma_k})^2}}{\sigma_k \sqrt{2\pi}}$ . La utilidad esperada es  $E[u_{j_k}^k] = \mu_k$ .

**Definición 11** (Tácticas de Sub-Estrategias) Para una descripción correcta de la evolución de la estrategia  $j_k$ , es necesaria la introducción de sub estrategias  $m_{j_k}^k \in M_{j_k}^k, \forall k, j_k$  con una probabilidad dada por  $|b_{m_{j_k}^k}^k|^2$  donde  $m_{j_k}^k \in M^k$ . Sea  $M_{j_k}^k$  el juego de sub-estrategias con  $\cup_{j_k=1}^{l_k} M_{j_k}^k = M^k, M^k = \{0, 1, \dots, \infty\}$  y  $M_{j_k}^k \cap M_{j_l}^k = \emptyset$  cuando  $k \neq l$ . Una estrategia  $j_k$  está constituida por varias sub estrategias  $m_{j_k}^k$ . Con la introducción de sub estrategias la probabilidad de cada estrategia está descrita de la siguiente forma  $|b_{j_k}^k|^2 = \sum_{m_{j_k}^k \in M_{j_k}^k} |b_{m_{j_k}^k}^k|^2$  y no necesitamos ninguna aproximación a la función  $\sum_{m_{j_k}^k=0}^{\infty} c_{m_{j_k}^k}(t) \varphi_{m_{j_k}^k}(x, \lambda)$ , donde  $\psi(x, \lambda) = \sum_{m_{j_k}^k=0}^{\infty} c_{m_{j_k}^k}(t) \varphi_{m_{j_k}^k}(x, \lambda)$ ,  $c_{m_{j_k}^k}(t) = b_{j_k}^k e^{i\omega_k t}, |c_{m_{j_k}^k}^k|^2 = |b_{m_{j_k}^k}^k|^2 = p_{m_{j_k}^k}^k$  y  $\sum_{m_{j_k}^k=0}^{\infty} |b_{m_{j_k}^k}^k|^2 = 1, \forall k$ .

**Teorema 12** La densidad de probabilidad normal  $\rho(u) = |\psi(x, \lambda)|^2$  puede ser obtenida utilizando los polinomios ortogonales de Hermite  $H_k(x)$ . El parámetro  $|b_{j_k}^k|^2$ , indica el valor de probabilidad de la estrategia  $j_k$  del jugador  $k$ . La función de estado  $\varphi_k(x, \lambda)$  mide la evolución de la estrategia  $j_k$  ( $j_k$  nivel en Mecánica Cuántica). La conducta dinámica de la estrategia  $j_k$  puede ser descrita como  $\psi(x, \lambda) = \sum_{m_{j_k}^k=0}^{\infty} c_{m_{j_k}^k}(t) \varphi_{m_{j_k}^k}(x, \lambda)$ . Una aproximación es  $\psi(x, \lambda) = \sum_{m_{j_k}^k \in Z^+} c_{m_{j_k}^k}(t) \varphi_{m_{j_k}^k}(x, \lambda)$

La función  $\psi(x, \lambda)$  está determinada como sigue:



$$\begin{aligned}\psi(x, \lambda) &= \frac{1}{\sqrt{\sigma_k \sqrt{2\pi}}} e^{-\left(\frac{x}{\sqrt{2}} - \lambda_k\right)^2} \\ &= \sum_{m_{j_k}^k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\sigma_k \sqrt{2\pi}}} \frac{(\lambda_k)^{m_{j_k}^k}}{m_{j_k}^k!} e^{-\frac{x^2}{2}} H_{m_{j_k}^k} \left( \frac{x}{\sqrt{2}} \right)\end{aligned}$$

donde:  $x = \frac{u}{\sqrt{2\sigma_k}}$ ,  $\lambda = \frac{\mu}{2\sigma_k}$ ,  $y$

$$\begin{aligned}\langle \varphi_{m_{j_k}^k}, \varphi_{m_{j_k}^k} \rangle &= 1, \\ \langle \varphi_{m_{j_k}^k}, \varphi_{m_{j_l}^k} \rangle &= 0, \forall m_{j_k}^k \neq m_{j_l}^k \\ \varphi_{m_{j_k}^k}(x, \lambda) &= \frac{e^{-\frac{x^2}{2}} H_{m_{j_k}^k} \left( \frac{x}{\sqrt{2}} \right)}{\sqrt{m_{j_k}^k! \sqrt{2} \sqrt{\sigma_k} \sqrt{\pi}}}\end{aligned}$$

**Proof.** Las propiedades de los polinomios de Hermite serán necesarios expresar  $\rho(u)$  en función de  $H_k(x)$ .

Usando la función generadora  $\psi(x, \lambda_k)$  podemos escribir

$$\frac{1}{\sqrt{\sigma_k \sqrt{2\pi}}} e^{-\left(\frac{x}{\sqrt{2}} - \lambda_k\right)^2} Q1 \quad (1)$$

$$= \sum_{m_{j_k}^k=0}^{\infty} \left( \frac{(\lambda_k)^{m_{j_k}^k}}{m_{j_k}^k! \sqrt{\sigma_k \sqrt{2\pi}}} \right) e^{-\frac{x^2}{2}} H_{m_{j_k}^k} \left( \frac{x}{\sqrt{2}} \right) \quad (2)$$

Sea  $\psi(x, \lambda_k)$  la función generadora

$$\psi(x, \lambda_k) = \sum_{m_{j_k}^k=0}^{\infty} b_{m_{j_k}^k} \varphi_{m_{j_k}^k}(x, \lambda_k) Q2 \quad (3)$$

Para conseguir  $\psi(x, \lambda) = \sum_{m_{j_k}^k=0}^{\infty} b_{m_{j_k}^k} \varphi_{m_{j_k}^k}(x, \lambda)$  con las ecuaciones (QG1, PH1, PH2) y:

$$\left\langle e^{-\frac{x^2}{2}} H_{m_{j_k}^k} \left( \frac{x}{\sqrt{2}} \right), e^{-\frac{x^2}{2}} H_{m_{j_k}^k} \left( \frac{x}{\sqrt{2}} \right) \right\rangle = m_{j_k}^k! \sqrt{2} \sqrt{\sigma_k} \sqrt{\pi}$$

podemos escribir:

$$\frac{1}{\sqrt{\sigma_k} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\lambda_k)^2}{2}} Q3 \quad (4)$$

$$= \sum_{m_{jk}^k=0}^{\infty} \left( \frac{(\lambda_k)^{m_{jk}^k} \sqrt{\sqrt{2}^{m_{jk}^k}-1}}{\sqrt{m_{jk}^k!} \sqrt{\sigma_n}} \right) \left( \frac{e^{-\frac{x^2}{2}} H_{m_{jk}^k} \left( \frac{x}{\sqrt{2}} \right)}{\sqrt{m_{jk}^k!} \sqrt{2}^{m_{jk}^k} \sqrt{\pi}} \right) \quad (5)$$

Comparando (Q2) y (Q3) es fácil concluir

$$b_{m_{jk}^k} = \frac{(\lambda_k)^{m_{jk}^k} \sqrt{\sqrt{2}^{m_{jk}^k}-1}}{\sqrt{m_{jk}^k!} \sqrt{\sigma_k}} Q4 \quad (6)$$

$$\varphi_{m_{jk}^k}(x, \lambda_k) = \frac{e^{-\frac{x^2}{2}} H_{m_{jk}^k} \left( \frac{x}{\sqrt{2}} \right)}{\sqrt{m_{jk}^k!} \sqrt{2}^{m_{jk}^k} \sqrt{\pi}} Q5 \quad (7)$$

■ El parámetro  $|b_{m_{jk}^k}|^2$  representa la probabilidad de  $m_{jk}^k$  sub estrategias de cada  $k$  jugador. La utilidad de vNM puede ser escrita como:

$$E[u_{jk}^k] = \bar{u}^k(\mathbf{p}^{-k}) = \sum_{j_k=1}^{l_k} |b_{j_k}^k|^2 \bar{u}_{j_k}^k Q5,1 \quad (8)$$

$$|b_{j_k}^k|^2 = \sum_{m_{jk}^k \in M_{jk}^k} |b_{m_{jk}^k}^k|^2 Q5,2 \quad (9)$$

Usando los operadores  $a, a^+$  escribiremos las ecuaciones:

$$a\varphi_{m_{jk}^k}(x, \lambda_k) = \frac{(x + \frac{\partial}{\partial x})}{(\sqrt{2})^{3/2}} \varphi_{m_{jk}^k}(x, \lambda_k) Q6 \quad (10)$$

$$a\varphi_{m_{jk}^k}(x, \lambda_k) = \sqrt{n} \varphi_{m_{jk}^k-1}(x, \lambda_k) Q6,1 \quad (11)$$

La ecuación (Q6.1) indica que el operador  $a = \frac{(x + \frac{\partial}{\partial x})}{(\sqrt{2})^{3/2}}$  disminuye el nivel del  $k$  jugador. El operador  $a$  puede disminuir la sub estrategia descrita por  $m_{jk}^k \rightarrow m_{jk}^k - 1$ .

$$a^+ \varphi_{m_{jk}^k}(x, \lambda) = \frac{(x - \frac{\partial}{\partial x})}{(\sqrt{2})^{3/2}} \varphi_{m_{jk}^k}(x, \lambda) Q7 \quad (12)$$

$$a^+ \varphi_{m_{jk}^k}(x, \lambda) = \sqrt{n+1} \varphi_{m_{jk}^k+1}(x, \lambda) Q7,1 \quad (13)$$

La ecuación (Q7.1) indica que el operador  $a^+ = \frac{(x - \frac{\partial}{\partial x})}{(\sqrt{2})^{3/2}}$  disminuye el nivel de  $k$  jugador. El operador  $a^+$  puede incrementar la sub estrategia descrita por  $m_{jk}^k \rightarrow m_{jk}^k + 1$ .

Los polinomios de Hermite forman una base ortogonal y poseen propiedades que permiten expresar una densidad de probabilidad normal como una combinación lineal de ellos.

### 2.3. Propiedades de los polinomios de Hermite.

Las próximas propiedades son tomadas de [7], [51], [35].

Los polinomios de Hermite obedecen a la siguiente ecuación diferencial:

$$H''_{m_{jk}^k}(x) - 2xH'_{m_{jk}^k}(x) + 2m_{jk}^k H_{m_{jk}^k}(x) = 0, \quad m_{jk}^k = 0, \dots, \infty PH0 \quad (14)$$

La principal solución de la ecuación diferencial de Hermite <sup>3</sup> es

$$H_{m_{jk}^k}(x) = (-1)^{m_{jk}^k} e^{x^2} \frac{d^{m_{jk}^k} e^{-x^2}}{dx^{m_{jk}^k}} PH1 \quad (15)$$

$$H_{m_{jk}^k}(x) = (2x)^{m_{jk}^k} - \frac{m_{jk}^k(m_{jk}^k - 1)}{1!} (2x)^{m_{jk}^k - 2} \quad (16)$$

$$+ \frac{m_{jk}^k(m_{jk}^k - 1)(m_{jk}^k - 2)(m_{jk}^k - 3)}{2!} (2x)^{m_{jk}^k - 4} + \quad (17)$$

Tomando el valor explícito de  $m_{jk}^k$ -derivada de (PH1):

---

<sup>3</sup> $H_0(x) = 1, H_1(x) = 2x,$   
 $H_2(x) = 4x^2 - 2, H_3(x) = 8x^3 - 12x$

$$\frac{d^{m_k^k} H_{m_k^k}(x)}{dx^{m_k^k}} = m_k^k! 2^{m_k^k} PH2 \quad (18)$$

$$\frac{d^{m_k^k} H_{m_k^k}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)}{dx^{m_k^k}} = m_k^k! \sqrt{2}^{m_k^k} PH2,1 \quad (19)$$

Operador decreciente:

$$\frac{dH_{m_k^k}(x)}{dx} = 2nH_{m_k^k-1}(x) PH3 \quad (20)$$

Operador creciente:

$$2x\left(x - \frac{d}{dx}\right)H_{m_k^k}(x) = H_{m_k^k+1}(x) PH4 \quad (21)$$

Fórmula de repetición:

$$H_{m_k^k+1}(x) = 2xH_{m_k^k}(x) - 2m_k^k H_{m_k^k-1}(x) PH5 \quad (22)$$

Condición de normalización:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} H_{m_k^k}^2(x) dx PH6 \quad (23)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} \frac{d^{m_k^k} H_{m_k^k}(x)}{dx^{m_k^k}} dx = m_k^k! 2^{m_k^k} \sqrt{\pi} \quad (24)$$

La próxima expresión indica la propiedad ortogonal de los polinomios de Hermite:

$$\begin{aligned} & \left\langle e^{-\frac{x^2}{2}} H_{m_k^k}(x), e^{-\frac{x^2}{2}} H_{m_l^k}(x) \right\rangle \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} H_{m_k^k}(x) H_{m_l^k}(x) dx = 0 \quad \forall m_k^k \neq m_l^k \end{aligned}$$

La función generadora es obtenida usando el Desarrollo de Taylor.

$$F(x, \lambda_k) = e^{x^2} c^{-(x-\lambda_k)^2} = \sum_{m_{jk}^k} \frac{(\lambda_k)^{m_{jk}^k}}{m_{jk}^k!} H_{m_{jk}^k}(x) P_{H7} \quad (25)$$

Los Juegos Cuánticos generalizan la representación de la probabilidad en la función de la utilidad de vNM (von Neumann y Morgenstern). Para comprender los Juegos Cuánticos es necesario usar las propiedades de los operadores cuánticos en el oscilador armónico y las propiedades de espacio de Hilbert. El oscilador armónico se presenta como el paradigma en Juegos Cuánticos.

## 2.4. Propiedades de los Juegos Cuánticos.

Según la Mecánica Cuántica[7], [51], [35], un sistema cuántico sigue los siguientes postulados o axiomas:

**Axioma 13** *En un momento fijo  $t_0$ , el estado de un sistema físico es definido especificando un ket  $|\psi(t_0)\rangle$  el pertenece al espacio de estados (espacio de Hilbert)  $V$ .*

**Axioma 14** *Cada cantidad física medible  $\Lambda$  está descrita por el operador  $A$  actuando sobre  $V$ ; este operador es notable.*

**Axioma 15** *El único posible resultado de la medida de una cantidad física  $\Lambda$  es uno de los valores del operador  $A$ .*

**Axioma 16** *Cuando una cantidad física  $\Lambda$  es modelada en un sistema en el estado normalizado  $|\psi(t)\rangle = \sum c_j |\varphi_j\rangle$ , la probabilidad  $P(b_j)$  de obtener el valor no-degenerado  $c_j$  correspondiente a  $\Lambda$  es:  $P(c_j) = |\langle \varphi_j, \psi \rangle|^2$  donde  $|\varphi_j\rangle$  es el vector normalizado o vector propio  $A$  asociado con el valor propio  $c_j$ .*

Sean  $n$  jugadores con  $k = 1, \dots, n$ ,  $l_k$  estrategias y  $m_{jk}^k \in M_{jk}^k$  de cada jugador  $k$ .

Principio de Superposición:

$$\psi^k = \sum_{m_{jk}^k=0}^{\infty} c_{m_{jk}^k}^k \varphi_{m_{jk}^k}, \quad \langle \varphi_{m_{jk}^k}, \varphi_{m_{jt}^k} \rangle = \delta_{m_{jk}^k m_{jt}^k} QG1 \quad (26)$$

Evolución de Tiempo:

$$c_{m_{jk}^k}^k = b_{m_{jk}^k}^k e^{i\omega_k t}, \quad i = \sqrt{-1}QG2 \quad (27)$$

Producto interno:

$$c_{m_{jk}^k}^k = \langle \psi^k, \varphi_{m_{jk}^k} \rangle QG3 \quad (28)$$

Propiedad Cuántica

$$\left| c_{m_{jk}^k}^k \right|^2 = \left| b_{m_{jk}^k}^k \right|^2 = p_{m_{jk}^k}^k QG4 \quad (29)$$

$$\sum_{m_{jk}^k=0}^{\infty} p_{m_{jk}^k}^k = \sum_{j_k=1}^{l_k} p_{j_k}^k = 1 \quad (30)$$

$$p_{j_k}^k = \sum_{m_{jk}^k \in M_{j_k}^k} p_{m_{jk}^k}^k \quad (31)$$

Valor Medio

$$E[x_k] = \bar{x}_k = \langle \psi^k | x | \psi^k \rangle QG5 \quad (32)$$

Condición de Normalidad

$$\rho_k = \langle \psi^k, \psi^k \rangle = |\psi^k|^2 QG6 \quad (33)$$

## RECONOCIMIENTO.

Este trabajo fue desarrollado con el apoyo financiero de TODO1, [www.todo1.com](http://www.todo1.com) y PETROECUADOR, [www.petroecuador.com.ec](http://www.petroecuador.com.ec).

El autor agradece comentarios útiles a: Jorge Moyano de Diners' Club Internacional, Gonzalo Pozo de Todo1 Services-Miami, los ayudantes de la Octava Conferencia de Cálculo en Economía y Finanzas, Julio 2002, AIX Francia, los asistentes de la Décima Conferencia Anual del Sudeste de SAS User Group USA, los ayudantes de M2002, la Quinta Conferencia de Tecnología Data Mining SAS 2002 EE.UU.. Las opiniones y errores son solamente mi responsabilidad. El autor también agradece al Prof. Jean Louis Rulliere, GATE director, Université Lumière Lyon II Francia, donde él estaba terminando su disertación de PhD..

Corresponding Author. Fax 59322524766, email: [ejimenezecu@yahoo.com](mailto:ejimenezecu@yahoo.com)

## Referencias Bibliográficas

- [1] Allais M. *An Outline of My Main Contributions To Economic Science*. AER, Vol 87 No 5: 3-9, 1988.
- [2] Anderson S.P., Goere J.K. *Minimum effort Coordination Games: Stochastic Potential and Logit Equilibrium*. *Games and Economics Behavior*. 34:177-199, 2001.
- [3] Arrow K. *Mathematical Models in The Social Sciences. General Systems*, 29-47, 1956.
- [4] Bacry H. *Introduction aux concepts de la Mécanique Statistique*. Ellipsis, París, 1991.
- [5] Bertalanffy L. *Teoría General de los Sistemas*. Fondo de Cultura Económico. USA, 1976.
- [6] Binmore K. *Fun and Games*. D.C.Health and Company,1992
- [7] Cohen-Tannoudji C., Diu B., Laloe F. *Quantum Mechanics*. Hermann, París, 1977.
- [8] Eisert J., Scheel S., Plenio M.B. *On the Impossibility of distilling Gaussian States with Gaussian Operations*. Mimeo, Imperial College of London, 2002.
- [9] Eisert J. and Wilkens M. *Quantum Games*. Mimeo, University of Potsdam of Germany, 2002.
- [10] Eisert J., Wilkens M., Lewenstein M. *Quantum Games and Quantum Strategies*, Working Paper, University of Postdam, Germany, 2001.
- [11] Feynman R. *Le cours de Physique de Feynman*. DUNOT, 1998.
- [12] Fleming W., Rishel R. *Deterministic and Stochastic Optimal Control*, 1975.
- [13] Frieden B. *Information Sciences, Probability, Statistical, Optics and Data Testing*. Springer-Verlag, 2001.
- [14] Fudenberg D., Tirole J. *Game Theory*, Massachusetts, The Mit Press, 1991.

- [15] Geanakoplos J. *Common Knowledge, Handbook of Game Theory*. Vol II, Chap 40, 1994.
- [16] Gihman I., Skorohod A. *Controlled Stochastic Processes*. Springer Verlag, New York, 1979.
- [17] Gourieux Ch. *Econometrie des Variables Qualitatives*. 2éme-ed, Paris, Económica, 1989.
- [18] Griffel, D.H. *Applied Functional Analysis*. John Wiley & Sons, New York, 1985.
- [19] Griliches Z., Intriligator M. *Handbook of Econometrics*, Vol 1, Elsevier, 1996.
- [20] Hahn F. *Stability, Handbook of Mathematical Economics*. Vol II, Chap 16, 1982.
- [21] Hamilton J.D. *Time Series Analysis*, Princeton University Press, New Jersey, Chap(6), 1994.
- [22] Hammerstein P., Selten R. *Game Theory and Evolutionary Biology*., Handbook of Game Theory. Vol 2, Elsevier B.V., 1994.
- [23] Harsanyi J. *Game and Desicion Theoreticac Models in Ethics, Handbook of Game Theory*. Vol I, Chap 19, 1992.
- [24] Jiangfeng, Du and all . *Experimental Realizations of Quantum Games on a Quantum Computer*, Mimeo, University of Science and Technology of China, 2002.
- [25] Jimenez E. *Mémoire DEA microéconomie appliquée.*, Université Lumière Lyon II, GATE, Lyon, 2001.
- [26] Jiménez E. *Unified Game Theory (unpublished)*, Paper presented in 8th CONFERENCE IN COMPUTING IN ECONOMICS AND FINANCE AIX 2002, 2002.
- [27] Judge G., Griffiths W.E., Hill, Lütkepohl H., Lee T. *The Theory and Practice of Econometrics*, John Wiley and sons, 1985.

- [28] Kay, Lai Chung. (1978). *A Course in Probability Theory*, Harcourt, Brace & World, INC, 1978.
- [29] Kamien M., Schwartz N. *Dynamic Optimization.*, Elsevier, Amsterdam, 1998.
- [30] Karatzas I., Shreve S. *Brownian Motion and Stochastic Calculus*, Second Edition, Springer-Verlag, 1991.
- [31] Karlin S., Taylor H. *A First Course in Stochastic Processes.*, Academic Press Inc, Usa, 1980.
- [32] Karlin S., Taylor H. *A Second Course in Stochastic Processes*, Academic Press Inc, Usa, 1981.
- [33] Kloeden P., Platen E. *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations*, Springer-Verlag, 1995.
- [34] Krishna V. and Sjostrom T. *On the Convergence of Fictitious Play*, Working Paper, Harvard University, 1995.
- [35] Landau. L (1978). *Mecanica Cuántica*, Editorial Reverté, 1978.
- [36] Lévy E. *Dictionnaire de Physique*, PUF, 1998.
- [37] Malliaris A., Brock W. *Stochastic Methods in Economics in Finance*, Elsevier, Netherlands, 1982.
- [38] McFadden D. *Quantal Choice Analysis : A survey* , *Annals of Economics and Social Measurement* 5/4, p.363-389, 1976.
- [39] McFadden D. *Econometric Analysis of Qualitative Response Models*, *Handbook of Econometrics* Vol II, Chap 24, 1984.
- [40] McFadden D. *Economic Choices.*, AER, Vol 91 NO.3, 351-378, 2001.
- [41] McKelvey R., Palfrey T. *Quantal Response Equilibria for Normal Form Games*, *Games and economics Behavior*, 10:6-38, 1995.
- [42] McKelvey R., Palfrey T. *Quantal Response Equilibria.*, California Institute of Technology, current version, 1996.

- [43] McKelvey R., Palfrey, T.), *Quantal Response Equilibria for Extensive Form Games*. Experimental Economics, 1,9-41, 1998.
- [44] Meyer D. *Quantum Strategies*. Phys. Rev. Lett. 82 (1999) 1052-1055, 1999.
- [45] Meyer D. *Quantum Games and Quantum Algorithms*, To appear in the AMS Contemporary Mathematics volume: Quantum Computation and Quantum Information Science, 2000.
- [46] Monderer D. and Sharpley LL. *Fictitious Play Property for Games with Identical Interests*, Journal of Economic Theory 68: 258-265, 1996.
- [47] Myerson R. *Game Theory Analysis of Conflict*, Massachusetts, Harvard University Press, 1991.
- [48] Neyman A. *Repeated Games with Bounded Entropy*, Games and Economic Behavior, Ideal, 30, 228-247, 2000.
- [49] NGÖ C., NGÖ H. *Introduction à la Mécanique Statistique*, Masson, 2ème édition, 1995.
- [50] Ochs J. *Games with unique mixed strategy equilibria: An experimental study, mimeo.*, University of Pittsburgh, 1993.
- [51] Pena, L (1979). *Introducción a la Mecánica Cuántica*, Compañia Editorial Continental, México, 1979.
- [52] Rasmusen E. *Games and Economic Information: An Introduction to Game Theory*, Oxford: Basil Blackwell, 1989.
- [53] Rényl A. *Calcul des Probabilités*, Paris, Dunod, 1966.
- [54] SENKO Corporation. *Quantum Computer Simulation*, SENKO Corporation, Yokohama Japan, 1999.
- [55] Simon H. A. *Reason in human affairs*, Oxford blackwell., 1983.
- [56] Suijs J., Borm.P. *Stochastic Cooperative Games: Superadditivity Convexity and Certainty Equivalents*, Games and Economic Behavior, Ideal, 27, 331-345, 1999.

- [57] Tirole J. *Théorie de L'organisation Industrielle*, Tome II, Economica, 1988.
- [58] Varian H. *Analyse Microéconomique*, Troisième édition, De Boeck Université, Bruxelles, 1995.
- [59] Weibull J.W. *Evolutionary Game Theory*, The MIT press, 1995.
- [60] Lars-Goran Mattsson, Weibull J.W. *Effort-based probabilistic choice*, 2001.
- [61] Wilson R. *Strategic Analysis of Auctions*, Handbook of Game Theory, Vol I, Chap 8, 1992a.
- [62] Wilson R. *Strategic Models of entry deterrence*, Handbook of Game Theory, Vol I, Chap 10, 1992b
- [63] Zauner K. *A Payoff Uncertainty Explanation of Results in Experimental Centipede Games*, Games and Economic Behavior, 26, 157-185, 1999.



# Convalidación numérica de un modelo matemático de flujo en los medios porosos discretizado mediante elementos de frontera

Dr. Melio SÁENZ

Unidad de Investigación y Desarrollo Tecnológico

PETROECUADOR

Sociedad Ecuatoriana de Ciencias Exactas y Naturales

e-mail: msaenz@petroecuador.com.ec

12 de febrero de 2003

## Resumen

En este trabajo analizamos el modelo matemático de flujo de fluidos a través de los medios porosos basado en la ecuación de difusión y discretizada con el método de diferencias finitas y de elementos de frontera. Se han construido tres modelos numéricos: uno en diferencias finitas y dos en elementos de frontera que difieren en la discretización de la variable temporal. Los resultados obtenidos con estos modelos son comparados con la solución exacta obtenida para un problema simplificado y con aquellos obtenidos aplicando un modelo de diferencias finitas.

## 1. Introducción

Describimos el movimiento de un fluido monofásico alojado en un medio poroso mediante la presión. El modelo matemático se basa en la ecuación

de difusión para la cual disponemos de una solución exacta de un problema particular de movimiento unidimensional.

Hemos construido un modelo numérico aplicando el método de las diferencias finitas y dos modelos basados en la discretización del método de los elementos de frontera. Estos dos modelos se diferencian en las restricciones impuestas a la variable tiempo en cada uno de los mismos.

Simulamos el comportamiento de un yacimiento petrolero monofásico que se encuentra inicialmente en reposo y al que aplicamos una presión constante en la abscisa  $x = 0$ , hasta que el movimiento del fluido alcanza el estado estacionario.

Los resultados numéricos obtenidos con los tres modelos son satisfactorios. Para convalidar la utilidad en la vida real será necesario utilizar el modelo con casos prácticos bien definidos.

## 2. Planteamiento del problema

Sea  $\Omega$  el dominio limitado por la frontera  $\Gamma$  tal que  $\Omega \in \mathbb{R}^n$ , siendo  $n = 2$  o 3. El volumen  $\bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$  está ocupado por un material sólido de porosidad  $\phi$  en cuyos poros se aloja un fluido de masa volumétrica constante,  $\rho$ .

La ecuación diferencial en derivadas parciales que describe el movimiento del fluido que ocupa los poros del volumen material  $\Omega$  tiene la forma de la ecuación de la difusión:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \lambda \nabla^2 p$$

Consideramos que la frontera  $\Gamma$  está constituida por dos segmentos,  $\Gamma_1, \Gamma_2$  tales que

$$\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \quad (1)$$

En el segmento  $\Gamma_1$  de la frontera aplicamos las condiciones esenciales, que son definidas mediante expresiones de la forma

$$p(x, t) = \bar{p}(x, t); \forall t \geq 0, \forall x \in \Gamma_1$$

Sobre el segmento  $\Gamma_2$ , aplicamos las condiciones naturales de frontera, definidas mediante expresiones de la forma siguiente:

$$\frac{\partial p}{\partial n}(x, t) = \bar{q}(x); \forall t \geq 0, \forall x \in \Gamma_2$$

### 3. Discretización mediante los elementos de frontera

De manera general, partamos del problema en derivadas parciales siguiente:

$$\begin{cases} \mathcal{L}(p(x, t)) = 0 & ; \forall t \geq 0, \forall x \in \Omega \\ l_1 = p(x, t) = \bar{p} & \forall t \geq 0, \forall x \in \Gamma_1 \\ l_2 = \frac{\partial p}{\partial n} = \bar{q} & \forall t \geq 0, \forall x \in \Gamma_2 \end{cases}$$

$\mathcal{L}$  es un operador en derivadas parciales aplicado en  $\Omega$ ;  $l_1, l_2$  son los operadores aplicados en los respectivos segmentos de la frontera  $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$ . De manera general, es posible calcular la solución exacta de este problema sólo en casos excepcionales, por lo que es necesario recurrir a los métodos numéricos para calcular valores aproximados de la solución en un conjunto finito de puntos del dominio de definición del problema, lo que nos conduce a plantear dos tipos de problemas numéricos:

**Problema 1 (aproximación en el dominio)**, que consiste en reemplazar el operador continuo  $\mathcal{L}$  definido en el dominio  $\Omega$ , mediante el operador discreto  $\mathcal{L}_h$  definido en el dominio  $\Omega_h$ .  $h$  es el parámetro de discretización y  $\Omega_h \subset \Omega$ . (cf 1,2,3)

**Problema 2 (aproximación en la frontera)** consiste en reemplazar los operadores diferenciales  $l_1, l_2$  definidos sobre los segmentos  $\Gamma_0, \Gamma_2$  de la frontera, mediante operadores discretos definidos en  $\Gamma_h$ .

Si los problemas son independientes del tiempo, el método de los elementos de frontera se construye a partir de la formulación integral de los residuos ponderados.

Para los problemas de tipo evolutivo, es necesario integrar en el tiempo la formulación integral antedicha, la misma que podemos resumirla de la manera siguiente: consideremos el intervalo de tiempo comprendido entre  $t_1$



y  $t_2$ , tal que  $t_1 < t_2$ , esto es

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{\Omega} \mathcal{L}(p(\xi, \tau)) \omega(\xi, \tau) d\Omega d\tau = \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma_2} \lambda(q(\xi, \tau) - \bar{q}(\xi, \tau)) \omega(\xi, \tau) d\Gamma d\tau \quad (2)$$

$$- \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma_1} \lambda(p(\xi, \tau) - \bar{p}(\xi, \tau)) \frac{\partial \omega(\xi, \tau)}{\partial n} d\Gamma d\tau \quad (3)$$

siendo  $\omega(\xi, \tau)$  la función de ponderación definida de acuerdo con el método los residuos ponderados. Integrando dos veces por partes obtenemos la expresión siguiente:

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{\Omega} \mathcal{L}^*(\omega(\xi, \tau)) p(\xi, \tau) d\Omega d\tau - \left[ \int_{\Omega} p(\xi, \tau) - \omega(\xi, \tau) d\Omega \right] \Big|_{\tau=t_1}^{\tau=t_2} +$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma} \lambda q(\pi, \tau) \omega(\xi, \tau) d\Gamma d\tau = \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma} \lambda p(\xi, \tau) \frac{\partial \omega(\xi, \tau)}{\partial n} d\Gamma d\tau$$

siendo  $\mathcal{L}^*$  el operador diferencial adjunto de  $\mathcal{L}$ , lo que significa que, en nuestro caso de la ecuación de la difusión en la forma en la que hemos escrito, tenemos :

$$\mathcal{L}^*(p(\xi, \tau)) = \lambda \nabla^2 p(\xi, \tau) + \frac{\partial p(\xi, \tau)}{\partial t}$$

La función de ponderación debe satisfacer las siguientes condiciones:

$$\mathcal{L}^*[\omega(\xi, \tau)] = 0; \forall x \in \Omega; \forall \tau \in [t_1, t_2]$$

$$\int_{\Omega} u(\xi) \omega(\xi, \tau) d\Omega = cu(x)$$

En las que  $c$  es una constante igual a 1 si  $x \in \Omega$ , igual a un medio si  $x \in \Gamma$  y nula si  $x \notin \bar{\Omega}$ ;  $u$  es una función continua que depende del tiempo.

### 3.1. Discretización de la ecuación de difusión

En nuestro caso, de la ecuación de difusión, la función de ponderación es igual a :

$$\omega(\xi, \tau) = \frac{1}{4\pi(t_2 - \tau)\lambda} \exp\left[\frac{-r^2}{4(t_2 - \tau)\lambda}\right]$$

en la que  $r = \xi - x$ , y la nueva formulación integral del problema es:

$$cp(x, t_2) + \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma} \lambda p(\xi, \tau) \frac{\partial \omega(\xi, \tau)}{\partial n} d\Gamma d\tau = \\ \int_{t_7}^{t_9} \int_{\Gamma} q(\xi, \tau) \omega(\xi, \tau) d\Gamma d\tau + \int_{\Omega} p(\xi, t_1) \omega(\xi, t_1) d\Omega$$

Para aproximar en el tiempo, procederemos de dos maneras:

### 3.1.1. Primera aproximación

$p(\xi, t)$  y  $q(\xi, t)$  permanecen constantes durante el intervalo de tiempo  $[t_1, t_2]$ ;  $t_2 - t_7 > 0$  y es muy pequeño.

Obtenemos, así, la formulación integral siguiente:

$$cp(x, t_2) - \frac{1}{3\pi} \int_{\Gamma} \frac{\frac{\partial r}{\partial n} p(\xi, t_2)}{r} \exp[-a] d\Gamma = \\ \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma} q(\xi, t_2) E_i[a] d\Gamma + \\ \frac{1}{4\pi\lambda(t_2 - t_1)} \int_{\Omega} p(\xi, t_1) \exp[-a] d\Omega$$

en la que

$$r = \xi - x; a = \frac{r^2}{4\lambda(t_2 - t_1)}; E_i[a] = \int_a^{+\infty} \frac{e^{-u}}{u} du$$

### 3.1.2. Segunda aproximación

$p(\xi, t)$  y  $q(\xi, t)$  varían linealmente en el intervalo  $[t_1, t_2]$ .

por lo que podemos escribir que, para todo valor de  $\tau \in [t_1, t_2]$ ,

$$p(x, \tau) = \frac{\tau - t_1}{t_9 - t_1} p(x, t_2) + \frac{t_2 - \tau}{t_2 - t_1} p(x, t_1) \\ q(x, \tau) = \frac{\tau - t_9}{t_2 - t_1} q(x, t_2) + \frac{t_2 - \tau}{t_2 - t_1} q(x, t_3)$$

Esta suposición nos permite considerar intervalos de tiempos más grandes que en el primer caso. Las expresiones integrales se complican enormemente. En efecto, la formulación integral obtenida en este caso es la siguiente:

$$cp(x, t_2) + \int_{\Gamma} \frac{\lambda}{\Delta t} [Bp(\xi, t_2) + Ap(\xi, t_0)] d\Gamma = \\ \int \frac{\lambda}{\Delta t} [Dq(\xi, t_2) + Cq(\xi, t_1)] d\Gamma + \\ \int_{\Omega} p(\xi, t_1) \frac{\exp[-a]}{4\pi\lambda\Delta t} d\Omega$$

con

$$\Delta t = t_2 - t_1 \\ r = \xi - x \\ a = \frac{r^2}{4\lambda\Delta t}$$

$c$  es una constante igual a 1 si  $x \in \Omega$ , igual a  $\frac{1}{2}$  si  $x \in \Gamma$  y nula si  $x \notin \bar{\Omega}$  y,

$$A = -\frac{r}{8\pi\lambda^3} \frac{\partial r}{\partial n} E_i[a] \\ B = -\frac{\Delta t}{2\pi\lambda r} \frac{\partial r}{\partial n} \exp[-a] + \frac{r}{8\pi\lambda} \frac{\partial r}{\partial n} E_i[a] \\ C = \frac{r^0}{16\pi\lambda^2} \left[ \frac{\exp[-a]}{a} - E_i[a] \right] \\ D = \frac{\Delta t}{4\pi\lambda} E_i[a] - C$$

Para facilitar la formulación del problema numérico dividimos los segmentos de frontera en segmentos más pequeños y consideramos que, a lo largo de estos segmentos, tanto la presión como las derivadas respecto a las normales exteriores a la frontera, permanecen constantes durante cada intervalo de tiempo de la simulación.

En el caso de la primera aproximación temporal, en la cual hemos considerado que el intervalo de tiempo es pequeño, podemos escribir que, para cada punto de la frontera discretizada, :

$$\begin{aligned}
 H_{ij} &= - \int_{\Gamma_j} \frac{\partial \tau}{\partial n} \frac{\exp[-a]}{2\pi r} d\Gamma + C_i \delta_{ij} \\
 G_{ij} &= \int_{\Gamma_j} \frac{E(a)}{7\pi} d\Gamma \\
 B_{il} &= \int_{I_k} \frac{\exp(-a)}{4\pi \lambda \Delta t} d\Omega
 \end{aligned}$$

Con lo cual tendremos un sistema de ecuaciones de la forma siguiente:

$$B + HU - GQ$$

en el que las matrices  $H(\lambda, \Delta t)$  y la  $G(\lambda, \Delta t)$  son matrices  $N \times N$  y la matriz  $B(\lambda, \Delta t)$  es  $N \times M$ .

Cuando consideramos que existe una variación lineal en el intervalo de tiempo, entonces tenemos que las matrices

$$H^F(\lambda, \Delta t), H^I(\lambda, \Delta t), G^F(\lambda, \Delta t), G^I(\lambda, \Delta t)$$

son matrices  $N \times M$  y sus términos están definidos mediante las expresiones siguiente:

$$\begin{aligned}
 H_{ij}^F &= \int_{\Gamma_j} \frac{\lambda B}{\Delta t} + C_i \delta_{ij} \\
 H_{ij}^I &= \int_{\Gamma_j} \frac{\lambda A}{\Delta t} d\Gamma \\
 G_{ij}^F &= \int_{\Gamma_j} \frac{\lambda D}{\Delta t} d\Gamma \\
 G_{ij}^I &= \int_{\Gamma_j} \frac{\lambda C}{\Delta t} d\Gamma
 \end{aligned}$$

$p(t)$  es un vector de dimensión  $N$ ,  $q(t)$  es el vector del caudal en la frontera en el instante  $t$  y es también un vector de dimensión  $N$ ;  $\bar{p}(t)$  es el vector de dimensión  $M$  de presiones en el dominio.

Tenemos, ahora, que resolver el problema de la integral de volumen que aparece en el problema de aproximación, por lo que discretizaremos el dominio.

Consideremos que tanto  $\Omega$  como  $\Gamma$  están constituidas por las uniones de los segmentos en que los hemos dividido, así:

$$\Gamma = \bigcup_{i=1}^N \Gamma_i$$

$$\Omega = \bigcup_{i=1}^M \Omega_i$$

Por facilidad y en una primera aproximación, suponemos que las celdas  $\overline{\Omega}_i$  son rectangulares y que las presiones y los caudales permanecen constantes en cada celda durante el intervalo de tiempo  $\Delta t$ . Entonces tenemos que, para los intervalos de tiempo pequeños,

$$H(\lambda, \Delta t)p(t_2) = G(\lambda, \Delta t)q(t_2) + B(\lambda, \Delta t)\overline{p}(t_1)$$

y, para el caso de la interpolación lineal,

$$H^F(\lambda, \Delta t)p(t_2) = G^F(\lambda, \Delta t)q(t_1) + [G^I(\lambda, \Delta t)q(t_1) - H^I(\lambda, \Delta t)p(t_1) + B(\lambda, \Delta t)\overline{p}(t_2)]$$

De acuerdo con la clasificación de condiciones esenciales y condiciones naturales, si  $N$  es el número total de elementos de la frontera  $\Gamma$ , tenemos que en  $N_1$  elementos se aplican las condiciones esenciales y en  $N_2$ , las condiciones naturales, de modo que  $N_1 + N_2 = N$  es el número total de puntos discretos en la frontera. Como condiciones iniciales, necesitamos conocer la presión en todo el dominio  $\overline{\Omega}$ .

## 4. Experiencias numéricas

Los programas están contruidos en dos módulos:

- **Primer módulo:** que calcula las matrices  $H, G, B$  y que hace la descomposición  $LU$  de la matriz del sistema final.
- **Segundo módulo:** resuelve el sistema de ecuaciones algebraicas.

Esta estructura del programa nos ha permitido conseguir una alta eficiencia en el procesamiento, sobretodo cuando se trata de analizar diversos conjuntos de condiciones de frontera, puesto que las matrices son calculadas una sola vez y se realiza la descomposición. Al variar las condiciones de frontera sólo es necesario resolver el sistema de ecuaciones.

Ejemplo estudiado

Descripción	Especificidad	Dato
Largo	$u$	1000
Ancho	$u$	20
Condiciones esenciales	$x = 0 : p = 109$	$x = 1000, p = 0$
Condiciones naturales	$y = 0; \frac{\partial p}{\partial m} = 4$	$y = 70; \frac{\partial p}{\partial m} = 0$
Condiciones iniciales	$\frac{\partial p}{\partial m} = 0; p = 0$	

Para este caso contamos con una solución exacta y con un modelo numérico construido con el método de diferencias finitas. Los resultados obtenidos con estos dos métodos nos han servido para comparar los obtenidos con el método de los elementos de frontera.

Las propiedades físicas del medio poroso y del fluido son las siguientes:

Descripción	Símbolo	Valor	Unidad
Coficiente	$\lambda$	$0,667 \times 10^4$	
Permeabilidad	$K$	100	$mD$
Porosidad	$\phi$	0,15	
Viscosidad	$\nu$	1	$cP$
$C = \frac{\Delta p}{\rho \Delta P}$	$C$	$10^{-4}$	$bar^{-1}$

Para presentar y analizar los resultados utilizaremos la siguiente notación:

MÉTODO	CÓDIGO
<b>Elementos de frontera:</b>	
Sin interpolación	EF <sub>1</sub>
Con interpolación	EF <sub>2</sub>
<b>Diferencias finitas</b>	DF
<b>Solución exacta</b>	SA

Los datos utilizados en la simulación son los siguientes:

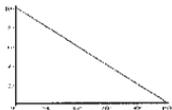


Figura 1: Estado estacionario.

Descripción	Tipo de dato	Unidades	Dato
Condiciones esenciales	Segmentos de frontera $\Gamma_1$	enteros	2
Condiciones naturales	Segmentos de frontera $\Gamma_2$	enteros	42
Puntos interiores	Puntos al interior de $\Omega$	enteros	5
Intervalo de tiempo	$\Delta t$	sec.	4

## 4.1. Análisis de resultados

El fenómeno ha sido estudiado en la transición desde el estado inicial hasta el estado estacionario descrito mediante la ecuación

$$p = 100 \left( 1 - \frac{x}{1000} \right)$$

e ilustrado en el gráfico de la figura 1:

### 4.1.1. Comportamiento general de las soluciones aproximadas

En los primeros intervalos de tiempo, los errores que se producen en los resultados numéricos son del orden del 10 %. Estos errores se deben al desfase de la solución numérica respecto de la solución exacta. En el caso de los modelos DF y EF<sub>2</sub>, la solución numérica se encuentra retrasada respecto de la solución exacta mientras que la solución del otro modelo se encuentra adelantada, tal como lo mostramos en los gráficos de la figura 2.

En general, los errores numéricos alcanzan valores importantes en las zonas de mayor pendiente de la solución al producirse un adelanto o un retraso de la perturbación calculada numéricamente respecto de la solución analítica.

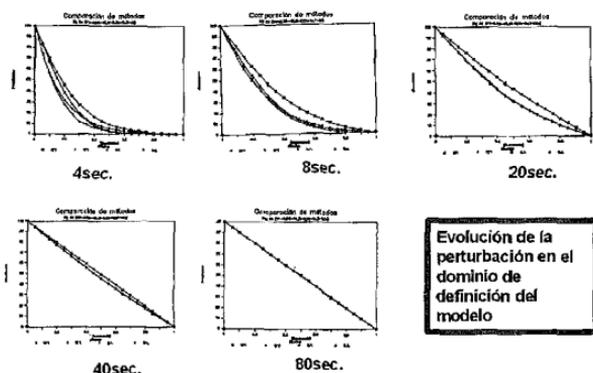


Figura 2: Evolución del fenómeno

Constatamos en los gráficos de la figura 3 que el modelo  $EF_1$  produce una solución que se encuentra siempre por encima de la solución exacta, mientras que los otros dos modelos, el  $DF$  y el  $EF_2$  en el primer tramo dan valores inferiores y en el segundo superiores a los de la solución exacta, con lo cual la curva de errores oscila alrededor del eje de abscisas.

En el régimen transitorio, las soluciones obtenidas con los modelos  $DF$  y  $EF_2$  son más cercanas de la solución exacta que la solución  $EF_1$ . De todas maneras, al alcanzar el régimen estacionario, todas las soluciones se superponen.

Podemos concluir en que los resultados numéricos obtenidos con los tres modelos son aceptables.

#### 4.1.2. Comportamiento de los modelos en elementos de frontera

Una vez que hemos constatado la calidad de los resultados numéricos obtenidos con los modelos, vamos a tratar de analizar más detenidamente algunos resultados obtenidos con los modelos construidos con base en la discretización con elementos de frontera.



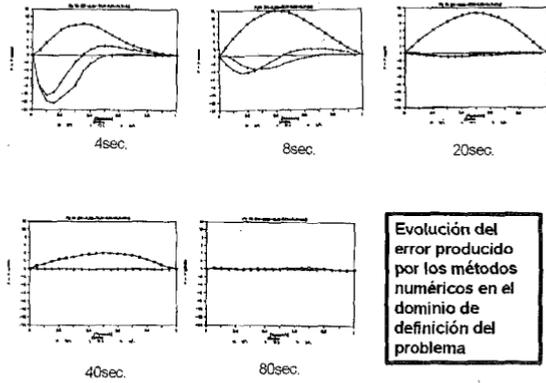


Figura 3: Evolución del error

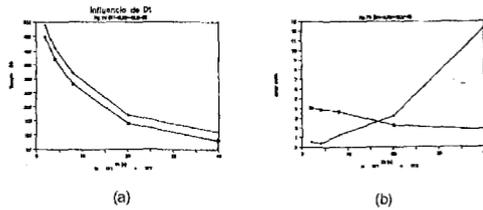


Figura 4: Efecto de la discretización en el tiempo

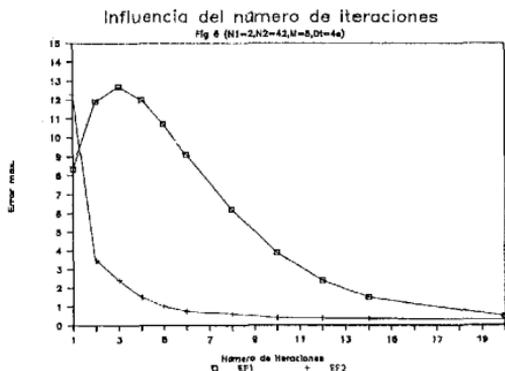


Figura 5: Evolución del error máximo en función del número de iteraciones

#### ■ Iteraciones y error máximo

Los errores máximos producidos por los modelos son del mismo orden de magnitud. El comportamiento del modelo EF<sub>1</sub> nos muestra que, luego de un tramo inicial en el que el error crece, éste disminuye hasta alcanzar los valores mínimos cuando llega al estado estacionario.

El modelo EF<sub>2</sub>, por su lado, parte del valor máximo ligeramente superior a 12 en la primera iteración. Inmediatamente desciende bruscamente a valores inferiores a 4 en la segunda iteración y alcanza valores estables a partir de la décima iteración.

En los dos casos, los errores máximos estabilizados se ubican en valores inferiores a 1.

#### ■ Influencia del intervalo de tiempo

El parámetro estudiado se refiere a la duración del procesamiento de datos para simular la transición completa desde el estado inicial hasta el estado estacionario. Así, cuando el intervalo de tiempo es pequeño, el tiempo de cálculo crece. En los dos casos, de los modelos EF<sub>1</sub> y EF<sub>2</sub>, el valor decrece cuando el intervalo de tiempo es de 40 segundos. El error máximo, por su parte, en el caso del modelo EF<sub>1</sub> decrece, desde valores

cercanos a cuatro hasta valores inferiores a 2. Este comportamiento es atípico de los métodos numéricos puesto que lo común es que con los valores más grandes de los parámetros de discretización, los errores sean los más bajos.

Los resultados del modelo  $EF_2$  mientras tanto, si bien decrece ligeramente entre los dos primeros valores de la malla temporal, luego el error máximo crece, alcanzando valores cercanos a 12 cuando  $\Delta t = 40$  sec.

#### ■ Evolución del error máximo

En los gráficos de la figura que presentamos a continuación hemos representado el error máximo en función del tiempo para diferentes valores de número de segmentos en que hemos cortado a la frontera para imponer las condiciones naturales.

Cuando el número de segmentos es pequeño, los dos modelos numéricos producen los mayores errores, de órdenes de magnitud comparables. A medida que refinamos la discretización de la frontera, incrementando el número de segmentos, los errores disminuyen alcanzando los menores cuando el número de segmentos es de 42. Constatamos que el modelo  $EF_2$  produce errores mucho menores que el modelo  $EF_1$ .

#### ■ Influencia del número de puntos interiores

El tiempo de procesamiento crece linealmente con el número de puntos interiores del dominio de referencia. El error máximo que se produce en la simulación del régimen transitorio tiene comportamiento distinto para cada modelo, así:

##### ● Modelo $EF_1$

Los máximos valores del error ocurren entre el segundo y el quinto intervalo de tiempo. Luego decrece notoriamente y el modelo presenta una tendencia a estabilizar el error en valores comprendidos entre 2 y 3.

##### ● Modelo $EF_2$

En los primeros intervalos se produce una disminución drástica de los errores, cuyos valores entran en un proceso de oscilación con tendencia a la estabilización alrededor de valores comprendidos entre 2 y 4.

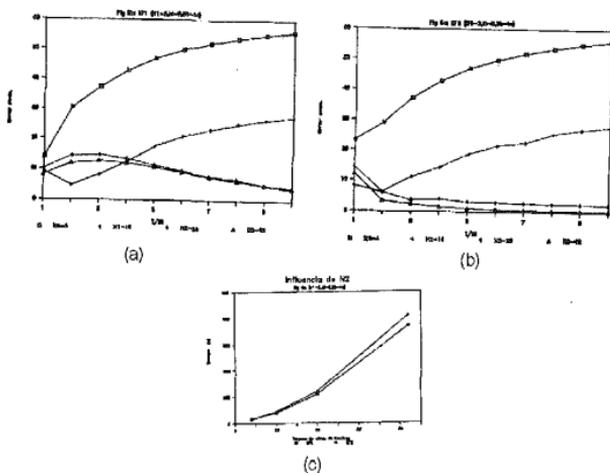


Figura 6: Evolución del error máximo en función del tiempo

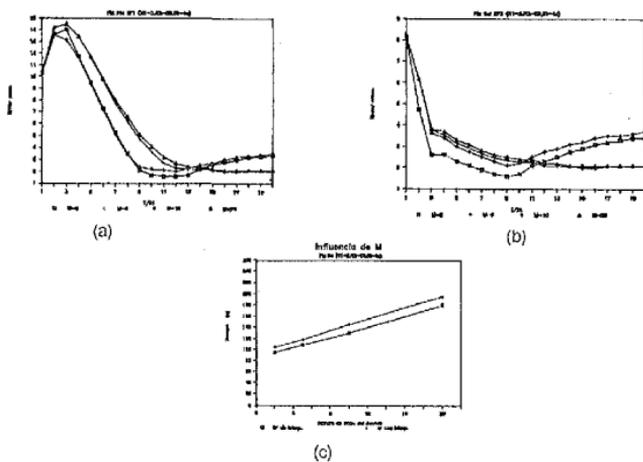


Figura 7: Influencia del número de puntos internos

## 5. Conclusiones

El fenómeno estudiado corresponde al tratamiento de la difusión de una singularidad de presión aplicada en el origen de coordenadas en un yacimiento considerado unidimensional que, inicialmente, se encuentra en reposo.

La disponibilidad de una solución exacta para este problema nos ha permitido caracterizar, numéricamente, la calidad de los resultados de las soluciones aproximadas. Los tres modelos construidos se revelan aptos para simular el fenómeno estudiado sin que la singularidad de las condiciones en la frontera desestabilice las soluciones calculadas durante el tiempo de simulación.

El modelo en diferencias finitas así como el modelo en elementos finitos interpolando la evolución temporal se comportan de una manera parecida durante el régimen transitorio: reciben la singularidad disminuyendo los valores de la solución numérica respecto de la solución exacta. Progresivamente, mientras el fenómeno se aproxima del estado estacionario, los errores tienden a anularse.

El modelo sin interpolación en el tiempo amplifica la solución numérica durante toda la simulación. Los errores se anulan también en este caso, al aproximarse al régimen estacionario.

El modelo EF<sub>1</sub> produce errores importantes al inicio del período de simulación y luego va disminuyendo mientras que el modelo EF<sub>2</sub> inicia con un valor alto que lo va reduciendo sistemáticamente.

Los modelos numéricos construidos con elementos de frontera se revelan aptos para simular el comportamiento de la presión en el yacimiento. Para valores razonables del intervalo de tiempo, inferiores a 20 segundos, el modelo EF<sub>2</sub> es mejor que el modelo EF<sub>1</sub>.

La discretización de las fronteras incide de manera definitiva en la calidad de la solución. Resulta, entonces, que igual que con los modelos construidos con los otros métodos de discretización, diferencias finitas o elementos finitos, hay que cuidar los parámetros de discretización para salvaguardar la calidad de las soluciones aproximadas.

En el futuro, habrá que aplicar los modelos a casos reales para evaluar las verdaderas bondades de los mismos en la vida diaria.

## Referencias Bibliográficas

- [1] Brobbia, C.A. *The boundary element method for engineers*.- John Wiley & sons.- New York, 1978
- [2] Brobbia, C.A. *Boundary element techniques in engineering*.- Newnes, Butterwoths, 1986
- [3] Brebbia, C.A. *Progress in boundary element methods*.- John Wiley & sons.- New York 1981
- [4] Ciligol-Travern,G *Les modèles de gisements*.- ENSP, Fonction industrie, París, 1985
- [5] Crouzeix, M; Mignot, A.L. *Analyse numérique des équations différentielles*.- Masson, París, 1989
- [6] Euvrard,D.- *Résolution numérique des équations aux dérivées partielles*.- Masson, París, 1994
- [7] Héron,B; Issard-Roch,F; Picard,C.- *Analyse numérique*.- Dunod,París,1999
- [8] Herrera,I. *Boundary methods for fluids*.- IIMAS, UNAM. México, 1981
- [9] Press W.H. et al. *Numerical recipes*.- Cambridge University Press, 1986
- [10] Sáenz,M.- *Mathematical models in environmental engineering:Course notes*.- Environmental and water resources department.-Vanderbilt University.- Nashville, TN, USA, 1983
- [11] Sáenz,M.- *Fundamentos de la Mecánica de los Fluidos*.- Scric de auto-capacitación petrolera.- PETROECUADOR,1990
- [12] Sáenz,M; Trebos, V.- *Modelos matemáticos de flujo a través de medios porosos: uso de los elementos de frontera*.- Unidad de Sistemas, PETROECUADOR, 1990
- [13] Sáenz,M; Werthe,J-M.- *Fluidos en los medios porosos*.- PETROECUADOR.- 1994

- [14] Sáenz,M; *Modelos matemáticos de la Mecánica de los Fluidos.- Serie de Matemáticas para la Ingeniería y las Ciencias Aplicadas- PETROECUADOR.-* (inédito)

# Aplicaciones de la tecnología láser en la medicina cuántica.

Dr. Nikolái Espinosa<sup>1,3</sup>, Ing. Paola León<sup>1,2</sup>,  
Ing. Tatiana Acosta<sup>1,2</sup>, Ing. Diego Arcos<sup>1,2</sup>

1. Laboratorio de OPTRONICA, de la Escuela Politécnica del Ejército.
2. Facultad de Ingeniería Electrónica de la ESPE.
3. SPIE\* MEMBER.

## RESUMEN

*Se presenta un resumen sobre el estado de las investigaciones relacionadas con la aplicación de la tecnología láser en la medicina, los efectos fotoquímicos y fotobiológicos que se desarrollan durante una exposición de radiación láser de baja intensidad sobre un tejido. Igualmente y de manera especial se analiza la posibilidad de utilizar a la fluorescencia láser y a la fotodinámica como alternativas para detectar y erradicar al cáncer.*

*Como aporte personal se presenta un resumen sobre la factibilidad de utilizar estos medios para erradicar el cáncer de glándulas mamarias en la mujer.*

## INTRODUCCIÓN

En la actualidad en la mayoría de países se observa un incremento de la utilización del láser en investigaciones biológicas y en la medicina práctica. Las propiedades particulares que posee el láser han abierto amplias posibilidades para utilizarlo en la cirugía, terapia y diagnóstico.

---

\* SPIE – International Society for Optical Engineering USA.

La interacción de los láseres de baja potencia trae la rápida calma de todo tipo de inflamación, estimula los procesos reparativos, mejora la microcirculación de los tejidos, incrementa la resistencia del organismo.

Dependiendo del tipo de interacción de la radiación láser con los tejidos biológicos, se diferencian tres tipos de efectos fotobiológicos:

1. La interacción foto-destructiva, en la cual los efectos caloríficos, hidrodinámicos y fotoquímicos destruyen los tejidos. Este tipo de radiación se utiliza en la cirugía.
2. Las acciones fotofísicas y fotoquímicas que excitan a los átomos y a las moléculas (gracias a los efectos de absorción de los tejidos biológicos) generan reacciones fotofísicas y fotoquímicas, las mismas que son la base fundamental de la Laseroterapia. En este caso se dice que la radiación láser tiene efectos terapéuticos.
3. Las acciones no disturbadas, cuando la biosustancias no cambian sus propiedades durante su interacción con la luz. Este tipo de acción se utiliza en el diagnóstico, por ejemplo la espectroscopia láser.

### **1. Efectos biofísicos de la radiación láser**

La terapia láser es la irradiación curativa en tejido biológico por la emisión de láser de baja energía. Este método se emplea con preferencia en la fisioterapia y en particular en la fototerapia, porque la emisión láser es una onda electromagnética de la gama óptica que tiene propiedades como la monocromática, cohesión, polarización y la orientación del flujo de la emisión. Lo que permite crear una potencia estrictamente determinada para irradiar la superficie del organismo humano.

La irradiación láser de baja energía en el organismo humano es óptima por las siguientes razones:

- Por sus parámetros energéticos esta emisión influye en el organismo sin afectar el sistema biológico y al mismo tiempo esta energía es suficiente para activar los procesos del funcionamiento del organismo.
- A diferencia de un gran número de otros factores curativos físicos, la terapia láser permite regular exactamente los parámetros de irradiación. La terapéutica láser tiene gran eficacia y es indicada en muchos casos.

La simplicidad y seguridad del método permite aplicarlo en el consultorio médico, la cama del enfermo, en casa, y en diferentes situaciones de emergencia.

Actualmente la emisión de láser de baja energía se emplea para diagnosticar y curar más de 30 especialidades médicas; la tercera parte de la pro-

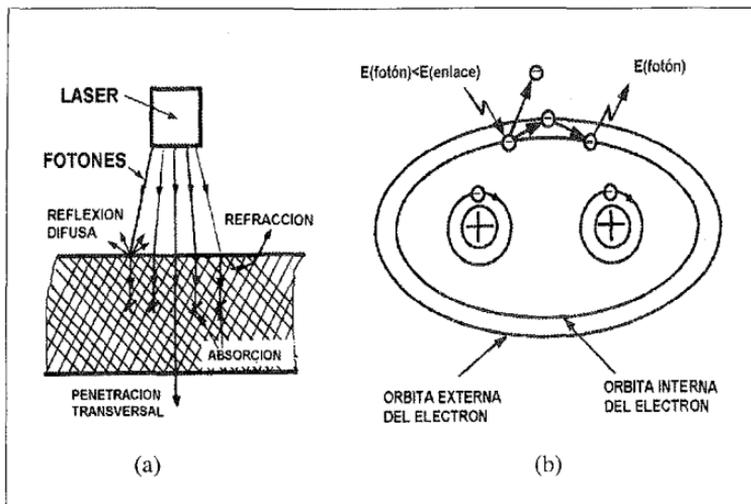


Figura 1. (a) Interacción de la radiación láser con los tejidos biológicos; (b) Interacción de los fotones con las moléculas

ducción mundial de láser pertenece a los aparatos e instrumentos medicinales.

Una característica principal del Rayo Láser es la frecuencia de longitud de onda que se mide en nanómetros (nm) ó micrómetros (µm), 1mm = 1000 nm. Dentro del espectro electromagnético se producen varios efectos, fotobiológicos, en los rangos ultravioleta, luz visible y luz infrarroja.

En base de los efectos fotobiológicos se producen reacciones fotoquímicas y foto físicas con reacciones dentro de los tejidos biológicos. La reacción foto física produce un calentamiento del objeto en distintos niveles e introduce un calentamiento a los tejidos biológicos.

La reacción fotoquímica, es un cambio de electrones a distintas órbitas dentro de los átomos de obstrucción que puede producir pérdidas de electrones o absorción a escala molecular, esto produce efectos de fotoionización, fotooxidación, fotoabsorción, fotodisociación, y fotólisis.



Las reacciones fotoquímicas y fotofísicas pueden actuar sólo con rayos de luz que absorben en este sistema. La cantidad de absorción de energía depende de la corriente óptica y de la densidad óptica del objeto.

La intensidad de luz que penetra al objeto disminuye su expansión lo cual depende de la distancia óptica y concentración de la sustancia dentro del tejido y también de la frecuencia de luz que absorbe. Este fenómeno se denomina espectro de absorción. Regularmente el espectro de absorción de moléculas es de carácter continuo y tiene una frecuencia máxima de luz donde hay mayor absorción de cuantos (energía).

La migración de energía produce cambios energéticos de molécula a molécula y de distancia a distancia (de uno a diez nanómetros). Estos procedimientos se efectúan sin pérdida de energía de calentamiento y sin efectos cinéticos (donador y receptor de energía). El cambio de energía se mantiene por magnetismo de resonancia y efectos electromagnéticos. Los efectos de migración de energía de ácidos nucleicos llegan al 30% y los sistemas donde existe mayor concentración de cromófilos moleculares que absorben la luz es el 100%, la distancia de 1 a 10 nm de grosor de membrana.

La luz de frecuencia ultravioleta se absorbe más por ácidos nucleicos, proteínas y lípidos lo cual produce mayor mutación o muerte de las células.

Para inactivar el ADN, por ejemplo de *E. Coli*, es suficiente dosis de ultravioleta 10-6 J/cm<sup>2</sup>. Las proteínas y lípidos son más reforzados por la intervención de la luz ultravioleta y tiene un espectro de inactivación molecular mayor.

La luz del espectro visible se absorbe más por grupos cromófilos y también moléculas, proteínas, partes de oxígeno, parte principal de hemoglobina, melanina y otros fermentos.

La luz del espectro o frecuencia infrarroja con longitud de onda de hasta 3 micrómetros, se absorbe más por moléculas de proteínas de oxígeno, pues el espectro de luz infrarrojo es cercano, el espectro de luz infrarrojo en general varía de 3 a 2000 micrómetros.

La naturaleza de las reacciones fotoquímicas está dentro del organismo absorbiendo los fotones de frecuencias definidas y es posible calcular esta energía. El espectro infrarrojo se mantiene desde 1 a 1.5 mV. Esto es suficiente para activar los procesos dinámicos en la molécula y la activación electrónica en los átomos, pero es insuficiente para la reacción fotoquímica, y produce solo calentamiento de las moléculas. Por eso toda energía de luz cambia a energía calorífica. Se expande el citoplasma y la membrana citoplasmática, tiene efectos primarios de infrarrojo y luego pueden empezar los efectos fisiológicos.

## 2. Fibras Ópticas y la Medicina

Al momento de utilizar fibras ópticas, como medios de propagación de las ondas electromagnéticas, la energía de los dispositivos de luz disminuye del 10% al 40% dependiendo del material y tecnología de producción del sistema de fibra óptica.

La aplicación se efectúa por campos, zonas, puntos de acupuntura y mediante la aplicación de láser intravenoso. Cuando se determina la zona y el tipo de irradiación, es necesario orientarse exactamente de acuerdo a las posibilidades y al carácter de influencia de la emisión láser en el proceso patológico.

Los resultados clínicos de los efectos de la medicina cuántica, dependen directamente del tipo de irradiación, ya sea una acción directa o indirecta, en la sanogénesis. La acción directa se manifiesta cuando el láser penetra en los tejidos y órganos afectados.

Cuando se irradian los puntos de acupuntura biológicamente activos, campos reflexógenos y también cuando se irradia la sangre, entonces el efecto médico se logra gracias a la irradiación indirecta y por la reacción completa de todos los sistemas del organismo.

Cuando el efecto medicinal es insuficiente es posible llevar a cabo el siguiente curso de la terapia láser con la misma metodología después de 7 a 10 días.

Después de un diagnóstico profesional es preciso llevar a cabo los cursos de tratamiento repetidos por la irradiación de láser de baja energía no antes de transcurrir 3 meses, tomando en cuenta que no haya residuo en la enfermedad del paciente.

Basándose en los datos experimentales el tiempo de irradiación sobre el campo, no debe superar los cinco minutos. El tiempo total durante el tratamiento no debe superar los 30 minutos. Se recomienda irradiar sobre un mismo campo no más de una vez en las 24 horas o en la primera mitad del día (hasta 12 horas).

Es preferible utilizar el régimen de autoresonancia; la esencia de este régimen consiste en aplicar la irradiación en las gamas biológicamente importantes. Este régimen es muy efectivo en los casos cuando es necesario aumentar la circulación sanguínea y linfática, estimular el proceso regenerativo, eliminar el edema y disminuir el proceso inflamatorio.

Para diodos láser que no poseen un régimen de autoresonancia, se puede utilizar la siguiente fórmula para calcular el tiempo de aplicación:

$$T_n = \frac{T_0 \times P_0}{P_e} \quad (1)$$

$T_n$ - tiempo necesario.

$T_0$ - tiempo de tratamiento de acuerdo a la metodología técnica.

$P_0$ - potencia que tiene el diodo.

$P_e$ - potencia del diodo que indica la metodología técnica.

### 3. Empleo de los rayos láser en la Medicina

En la Medicina los rayos láser se emplean en dos grandes campos: el Terapéutico y el Quirúrgico.

En la terapia la acción del láser produce los siguientes efectos básicos:

Proceso anti-inflamatorio:

Activación de micro circulación sanguínea y linfática

Cambio del nivel de prostaglandinas

Estabilización de la presión osmótica

Reduce edemas e hinchazón

Reactivación de catalasa y superoxidismutasa

Disminución de la oxidación de lípidos

Efectos Analgésicos:

Activación metabólica neural

Aumento del nivel de endorfinas

Incrementa el umbral del dolor (disminución de dolor)

Estimulación de los procesos reparativos

Acumulación de ATP (adenosintrifosfato)

Activación metabólica de las células

Aumento y proliferación de fibroblastos y de otras células

Aceleración de epitelización de defectos de la piel y tejidos

Síntesis de proteínas y colágeno

Aumento de la red de capilares

Estimulación de la respuesta inmunológica  
Aumento y proliferación de las células inmunológicas  
Madurez y acción de células inmunológicas  
Maduración y aumento de la producción de las células inmunoglobulinas

Aumento de reflejos  
Puntos terminales  
Centros nerviosos  
Estimulación de funciones fisiológicas

En el plano quirúrgico no directo, el láser puede ser utilizado para erradicar enfermedades crónicas, tales como el cáncer. Esta nueva área de la medicina cuántica se denomina FOTODINAMICA.

### **3.1. Láseres que pueden ser utilizados en la medicina**

Los tipos de láser que se utilizan en la medicina pueden ser de tipo continuo o pulsado.

Láser de medio cristalino:

- Rubí 694 nm- coagula.
- Nd: YAG 1 064 nm - coagulación.
- Er: YAG 2 940 nm - cirugía, taladro dental
- KTP/532 532 nm p/c - dermatología
- Alexandrite 720-800 nm - corta hueso

Láseres de Semiconductor:

- GaAs 904 nm - bioestimulación
- GaAlAs 780-820-870 nm - bioestimulación, cirugía
- InGaAlP 630-685 nm – bioestimulación

Láseres Gaseosos:

- HeNe 633, 3 390 nm - biostimulación
- Argón 350-514 nm - dermatología, ojos
- CO<sub>2</sub> 10 600 nm - dermatología, cirugía
- Excimer 193, 248, 308 nm - ojo, cirugía vascular
- Vapor de Cobre 578 nm – dermatología

Hay muchos otros tipos, pero los que se mencionaron arriba son los más comunes.

## 3.2. Parámetros Importantes

### 3.2.1. Longitud de onda ( $\lambda$ )

El efecto biológico es significativamente dependiente a la longitud de onda de la luz emitida por el láser. Actualmente las longitudes de onda más utilizadas para propósitos terapéuticos son 633 nm (HeNe de láseres), 635 nm, 650 nm, 660 nm, 670 nm (InGaAlP de láseres), 780 nm, 820 nm, 830 nm (GaAlAs de láseres), 904 nm (GaAs de láseres), y 1600 nm (CO<sub>2</sub> de láseres).

### 3.2.2. Dosificación ( $d$ )

El parámetro más importante en LLLT<sup>1</sup> es siempre la dosis. Matemáticamente, esto puede expresarse como se indica a continuación:

$$d = \frac{E}{A} \left[ J / cm^2 \right] \quad (2)$$

Donde:

$d$ - dosis.

$E$ - significá la energía de la luz dirigida a una unidad determinada de área.

$A$ - área durante una jornada determinada de terapia.

Dado que la potencia  $P$  de rendimiento de la sonda de láser permanece constante durante el tratamiento, la energía  $E$  de la luz será el valor de la potencia multiplicada por el tiempo  $t$  que dura la luz emitida. La dosis entonces se calcula como se indica a continuación:

$$d = \frac{P \times t}{A} \left[ J / cm^2 \right] \quad (3)$$

---

<sup>1</sup> Laser Low for Light Therapy

A veces, el rendimiento de la potencia no es constante, por ejemplo cuando el láser es pulsante o modulado. En este caso se utiliza el concepto de potencia y potencia máxima. Por ejemplo, si la potencia es el 50% de la potencia máxima, significa que el láser es pulsante, la fórmula de arriba se aplicará:

$$d = \frac{P_{\max}xt}{A} \left[ J / cm^2 \right] \quad (4)$$

Los láseres de GaAs son siempre pulsantes, la duración de cada pulso que es sumamente corto 100-200 ns (nanosegundos) y la potencia máxima típicamente es de 1-20 W (vatios). Suponiendo, por ejemplo, que la duración del pulso es 150 ns y que el poder máximo es 10 W, entonces cada pulso emitido por el láser tendrá una energía de 1.5  $\mu$ J (microjoules).

Si el láser emite 100 tales pulsos por segundo (una frecuencia de pulso de 100 Hz), esto significa que el rendimiento de la potencia será de 0.15 mW (milliwatts). Una frecuencia de pulso de 1000 Hz dará un rendimiento de 1.5 mW, etc. En otras palabras, el rendimiento de la potencia del láser varía con el número de pulsos emitido en un segundo.

### 3.2.3. Densidad de flujo de energía

La densidad de potencia indica el grado de concentración de la radiación por unidad de área, se mide en vatios por el centímetro cuadrado (W / cm<sup>2</sup>). Por ejemplo, si una área circular tiene un diámetro de 5 mm (approx. 0.2 cm<sup>2</sup>) y es iluminada con un láser que opera a una potencia de 100 mW, entonces los efectos biológicos son bastantes diferentes si se compara con un área circular iluminada de 5cm de diámetro (approx. 20 cm<sup>2</sup>) con el mismo láser. En el caso primero la densidad de la potencia es 100 veces mayor que en el segundo caso. Algunos estudios han concluido que la densidad de potencia es un parámetro más importante que la dosis.

### 3.2.4. Espectro visible

La luz visible, la forma más familiar de ondas electromagnéticas, es aquella parte del espectro electromagnético que el ojo humano puede detectar. Las diversas longitudes de onda de la luz visible se clasifican con colores que van del violeta ( $4 \times 10^{-7} \text{ m}$ ) al rojo ( $7 \times 10^{-7} \text{ m}$ ).

La sensibilidad del ojo es una función de la longitud de onda, siendo máxima a una longitud de onda de aproximadamente  $5.6 \times 10^{-7} \text{ m}$ . (amarillo-verde). La energía del rayo láser es suficiente para activar la disociación molecular y cambios fotoquímicos, por ejemplo la luz amarilla tiene 600 nm con una energía similar a la energía entre los átomos de carbono y nitrógeno lo que produce disociación en distintas moléculas.

La mayor energía está en el espectro infrarrojo, por ejemplo para la frecuencia de 200 nm se tiene una energía de los fotones de 6.2 eV, esta energía puede producir destrucción de las moléculas; por cuanto la unión molecular de carbono y oxígeno tienen 6.3 eV, esto significa que esta energía puede producir ionización y disociación molecular, lo que va a producir radicales libres, gran cantidades de iones y perhidrol.

## 4. Fotodinámica como alternativa para la erradicación del Cáncer

La terapia fotodinámica es un método completamente nuevo para erradicar diferentes tipos de tumores malignos. La erradicación se lleva a cabo gracias a una serie de reacciones foto químicas que surgen en el tumor irradiado, al igual que la alta penetración de pulsos láser muy finos (algunos nanosegundos de ancho) y de alta potencia.

Uno de los componentes principales para la fotodinámica es el foto sensibilizador, que se aplica sobre el tumor y se lo mantiene por más tiempo que en un tejido normal. El otro componente fundamental es la acción directa de la luz sobre los tejidos dañados.

Si se irradia de forma local un tumor con luz de longitud de onda definida, que corresponde al pico de absorción del foto sensibilizador, en el tumor se inicia la reacción foto química con formación del singulete de oxígeno, y radicales libres de hidrógeno que realizan una acción tóxica sobre las células cancerígenas.

El método de la foto dinámica se distingue del resto de métodos (operaciones quirúrgicas, radioterapia y quimioterapia) por cuanto permite hacer aplicaciones de forma aleatoria sobre el tumor, existe la posibilidad de realizar innumerables aplicaciones, se puede realizar paralelamente el diagnósti-

co con fluorescencia láser y el tratamiento fotodinámico. Entre las ventajas de la fotodinámica se pueden recalcar que en algunos casos, tratamiento de cáncer de estómago o pulmón, es necesario realizar una sola aplicación para lograr obtener resultados positivos, otra ventaja es que el tratamiento se lo puede realizar con equipos ambulatorios, especialmente en lugares de difícil acceso.

Las primeras investigaciones clínicas se realizaron en 1992 utilizando foto sensibilizadores del grupo de la hematoporfirina conocido como Fotofrina. En 1994 se utilizó una proteína de segunda generación ftalocianina de aluminio sulfatado que recibió el nombre de fotosense. Este foto sensibilizador se caracteriza por tener alta energía de absorción excitada por luz roja R-675, que tiene una alta penetración sobre la estructura biológica aventajando al fotogen, y al fotofrin (R-630). El fotosense ha sido aplicado con éxito para la erradicación de cáncer de estómago, aplicando dosis de láser rojo hasta por 8 minutos.

Los sensibilizadores que se utilizan en la actualidad necesitan una densidad de potencia de 100 a 400 mW/cm<sup>2</sup> y una alta densidad de energía de 100-1000 J/cm<sup>2</sup>. la potencia de la salida del láser debe ser entre 2-5 W.

En el futuro, el desarrollo de fotodinámica dependerá de muchos factores, tales como:

- La síntesis de nuevos foto sensibilizadores
- El desarrollo de nuevos sistemas láser y optimización de los medios de canalización de la radiación láser
- Desarrollo de métodos clínicos (métodos clínicos de aplicación)
- Generación de luz con longitudes de onda que correspondan al pico de absorción de los foto sensibilizadores
- Variación de frecuencia
- Bajos costos
- Equipo portátil

## **5. Hipótesis sobre el cáncer de mama y su posible detección y erradicación con fluorescencia láser y fotodinámica**

No existen estadísticas completas que indiquen el número total de mujeres que padecen esta enfermedad, sin embargo para el 2003, la ONU piensa establecer un fondo que permita solventar las investigaciones para solucionar este tema de importancia mundial.

En el tercer mundo no existe un registro que permita conocer con exactitud su real incidencia, lo cual en general en los países desarrollados varía entre 20 y 80 por 100.000 mujeres aumentando con una media de 2% al año.

A inicio del año 2000, la empresa Nichia del Japón inició la fabricación de diodos láser con radiación nominal de 396nm. Este factor es muy importante ya que es posible realizar el diseño y construcción de un diminuto y muy sensible fluorosensor láser<sup>1</sup>, el mismo que con ayuda de un interfase de computadora permitiría de forma automática captar los espectros de fluorescencia de tejidos cancerígenos humanos.

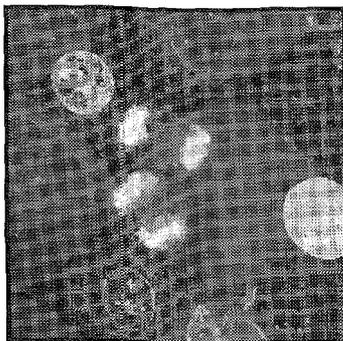


Figura 2. Microfotografía de células cancerígenas de mama detectadas por fluorescencia

## 6. Resultados Obtenidos

Entre los principales resultados obtenidos, se pueden mencionar los siguientes:

1. Se realizó el diseño y construcción de un sistema de LLLT con frecuencias de trabajo que van desde 0 hasta los 5000 Hz, lo que abarca el tratamiento de un mayor rango de enfermedades. Igualmente consta de tres salidas láser de 630, 650 y 920 nanómetros, suficientes para realizar terapia a nivel intravenoso, superficial y óseo.

---

<sup>1</sup> La fluorescencia es un método sensitivo de análisis del contenido químico de una muestra, permitiendo detectar cantidades de rastro de sustancia, e incluso moléculas por separado. El método más óptimo de fluorescencia es la utilización del láser.

Las características técnicas de este sistema, hacen que el mismo tenga un diseño inédito, bajo costo y amplia gama de aplicaciones.

2. Se está desarrollando una serie de planteamientos e hipótesis para lograr optimizar un sistema que permita detectar de forma temprana la presencia de células cancerígenas en las glándulas mamarias de una mujer. Igualmente se ha planteado la meta de diseñar un sistema láser de pulsos ultra cortos<sup>2</sup>, como se muestra en la figura 5, para poder penetrar hasta los tejidos dañados y de esta forma erradicar esta enfermedad.

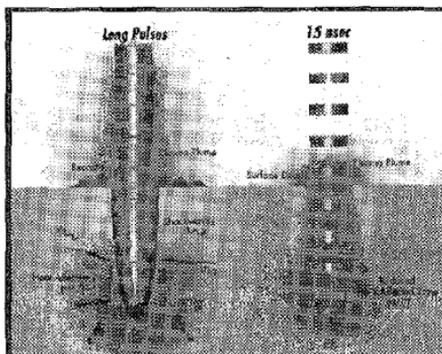


Figura 3. Pulsos ultracortos de un láser

## 7. Conclusiones

Entre las principales conclusiones se pueden considerar:

- La radiación láser tiene propiedades únicas, las mismas que pueden ser utilizadas como medios para Bioactivación en el cuerpo humano.
- Los trabajos que se están desarrollando muestran que en un futuro cercano existe la posibilidad de utilizar radiación láser en lugar de métodos radiológicos.
- Las dosis de aplicación del láser es un tema por investigar, ya que por ser un nuevo método aún no existen metodologías de aplicación.

2 Fotodinámica: irradiación del cuerpo humano con láseres rojo e IR de alta potencia

- Existe la posibilidad de combinar la fluorescencia láser con la foto-dinámica para lograr captar y erradicar una de las enfermedades cancerígenas de mayor crecimiento en la mujer a nivel mundial.

## 8. Referencias Bibliográficas

1. N. Espinosa, "La Holografía y sus Aplicaciones", *Conferencia VII Encuentro de Física Aplicada*, EPN, Quito, 2000.
2. S. Svanberg, "Optical and laser techniques in environmental monitoring", *Conferencia VII Encuentro de Física Aplicada*, EPN, Quito, 2000.
3. S. Svanberg, "New developmen in laser medicine", *Conferencia VII Encuentro de Física Aplicada*, EPN, Quito, 2000.
4. T. Acosta , D. Arcos, "Diseño y Construcción de un equipo para medicina cuántica BIOLASER TDN-630-IR", *Tesis de Grado*, ESPE, Quito, 2002.
5. E. Ayala, C. Santacruz, "Espectrómetro de masas con extracción retardada y reflectorón", *Conferencia VII Encuentro de Física Aplicada*, EPN, Quito, 2000
6. McKibbin L., Downie R. "Treatment of Post Herpetic Neuralgia using a 904nm (infrared) Low Incident Energy Laser: a Clinical Study", *LLLT for Postherpetic Neuralgia*, pp. 35-39, USA, 1991.
7. Optica Engineering Reports, /155 / November, 1996.
8. Titov M.N., Moskvín S.V. and Priezzhev A.V. "Optimization of the parameters of biostimulator "Mustang" in respect to the light scattering properties of the tissues", *Paper # 2086-22 presented at SPIE's Symposium "Biomedical Optics Europe '93"*, Budapest, Hungary, 1993.
9. Zorov N.B. "Non Flame Reservoirs in Laser-enhanced Ionization Spectrometry, in *Laser Enhanced Ionization Spectrometry*", *Chemical Analysis Series*, Vol. 136, p. 233, 1996.
10. Kuzyakov Yu.Ya., Zorov N.B., Gorbatenko A.A., and Beketov V.I. "Determination of refractory elements by laser-induced ionization spectrometry of molecular species in seeded flames AIP", *Conf.Proc.*, Vol.329, p.535-538, 1995.
11. Gorbatenko A.A., Kuzyakov Yu.Ya., Murtazin A.R., Zorov N.B., "Laser microprobe sampling and laser-enhanced ionization spectrometry in flames for surface analysis" *AIP Conf.Proc.*, Vol. 329, 105-108, 1995.
12. Beketov V.I., Parchinskii V.Z., Zorov N.B. "Effects of high-frequency electromagnetic treatment on the solid phase extraction of aqueous benzene, naphtalene and phenol" *J.of Chromatography A*, Vol.731, 65-73, 1996.

# Experimentación Exploratoria

## Identificación de Variables Superfluas

Dr. Luis A. Romo S.  
Sociedad Ecuatoriana de Ciencias  
Exactas y Naturales

### SUMARIO

**C**on el fin de optimizar la realización de la experimentación científica conviene evaluar la efectividad de las variables que supuestamente determinan las respuestas que se buscan. Justamente en las investigaciones en biotecnología, medicina, fitoquímica e ingeniería, a menudo, se estima a priori que los resultados y/o rendimientos que se buscan dependen de los efectos causados por cinco o más variables.

En este trabajo, se demuestra que mediante la aplicación de la teoría del diseño de experimentos factoriales fraccionados se logra diseñar experimentos exploratorios que reduciendo significativamente el número de experimentos, se logra identificar y en muchos casos eliminar las variables superfluas alcanzando así el más alto grado de eficiencia en la realización de la experimentación científica.

**1.- CONSIDERACIONES GENERALES.-** La evaluación de la magnitud de las variables que definen los resultados de un experimento es indispensable realizarla a base de experimentos exploratorios. La solución de este requisito dentro de una metodología sistematizada de investigación en ciertas áreas de la medicina, fitoquímica, síntesis de compuestos orgánicos, ingeniería, etc. permite programar y diseñar los experimentos y realizar los trabajos de laboratorio con el fin de aprovechar al máximo los recursos disponibles y optimizar el curso de las investigaciones.

El diseño de experimentos exploratorios para evaluar variables y eliminar las superfluas se fundamenta en la aplicación de la teoría que sustenta el diseño de experimentos factoriales fraccionados.[1] En un plan factorial con cada una de las variables a dos niveles a medida que se incrementa el número de variables resulta que el número de experimentos que deben realizarse crece enormemente. Se conforma esta situación con la información que se recoge en la Tabla 1.

**Tabla 1. Número de Variables y Experimentos en un Plan Factorial.**

<u>Número de Variables</u>	<u>Número de Experimentos</u>
3	9
4	16
5	32
6	64
7	128
11	2048

Los datos que anteceden indican que si se planeara evaluar el comportamiento de cinco variables en un experimento, digamos en el campo de la Fitoquímica, con cinco variables para evaluar cuantitativamente la respuesta de cada una, se requeriría realizar treinta y dos experimentos, pero como interesa reducir los errores experimentales a niveles que aseguren la certidumbre de los resultados conviene que se los realice por duplicado para lo cual se requeriría que se efectúen sesenta y cuatro experimentos. Al respecto, conviene reconocer que se realiza una investigación precisamente porque se desconoce, tanto la naturaleza como los niveles de las variables que caracterizan su comportamiento para la definición del resultado que se busca que bien puede ser el rendimiento de la síntesis de un polímero, la actividad farmacológica de un principio químico activo extraído de una planta, etc.

En la etapa exploratoria de una investigación lo que interesa primariamente es identificar las variables críticas y las superfluas para lo cual es completamente innecesario realizar el número de experimentos que se indican en la Tabla 1. Se logra alcanzar este objetivo mediante la realización de los experimentos exploratorios que proveen la información crítica indispensable para lo cual se aplica la teoría del diseño de experimentos [2,3] que conduce a reducir substancialmente el número de experimentos sin sacrificar el propósito que se persigue. (Tabla 2).

**Tabla 2.- Mínimo Número de Experimentos en la Etapa Exploratoria de una Investigación**

<u>Número de Variables</u>	<u>Número Mínimo de Experimentos</u>
4	8
5	8
6	8
7	8
11	12

Así, se propone sin lugar a equívocos, que es perfectamente posible reducir el número de experimentos exploratorios para planes de investigación con cuatro, cinco, seis y siete variables a un número mínimo de ocho experimentos y en el caso de una investigación exploratoria con once variables, el número de experimentos, se reduce a doce.

Frente a esta nueva oportunidad, lo espontáneo es que los investigadores desconocedores de la teoría del diseño de experimentos, acepten semejante propuesta con incredulidad. Por supuesto que todo tiene un costo aunque lo característico del tercer mundo es de que todo tiene que ser gratis porque no debe tener mucho valor, o muy caro porque debe ser la fuente de los milagros. ¡Aquí ni lo uno ni lo otro se aplica!

**2.- CUESTIONES FUNDAMENTALES.-** Examinemos la estructuración de un plan factorial con tres variables: A, B y C y las combinaciones: AB, AC, BC y ABC que constituyen las tres interacciones de primer orden y la interacción de segundo orden. [4] (Tabla 3).

**Tabla 3.- Experimento Factorial con Tres Variables\***

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>AB</b>	<b>AC</b>	<b>BC</b>	<b>ABC</b>	<b>Y<sub>i</sub></b>
-	-	-	+	+	+	-	Y <sub>1</sub>
+	-	-	-	-	+	+	Y <sub>2</sub>
-	+	-	-	+	-	+	Y <sub>3</sub>
+	+	-	+	-	-	-	Y <sub>4</sub>
-	-	+	+	-	-	+	Y <sub>5</sub>
+	-	+	-	+	-	-	Y <sub>6</sub>
-	+	+	-	-	+	-	Y <sub>7</sub>
+	+	+	+	+	+	+	Y <sub>8</sub>

\*Los signos + y - definen los dos niveles: superior e inferior de cada una de las variables.

Pero ambiciosamente, asumamos que de pronto el número de variables que se deben investigar es cuatro en lugar de tres para lo cual se requeriría la realización de dieciséis experimentos ( $2^4 = 16$ ) que por el alto costo de los reactivos y limitaciones de tiempo resulta imposible realizarlos aunque se considera que sí se podría realizar ocho experimentos. Así, de inmediato, surge la inquietud de cómo se podría incluir la cuarta variable D en el plan experimental diseñado únicamente para evaluar las tres variables A, B y C y las interacciones, respectivamente. Al respecto, conviene analizar el significado de la interacción ABC que la experiencia indica que muy a menudo, no es significativa y que por consiguiente, puede ser desechada. En tal caso, se abre la posibilidad de introducir la variable D en lugar de la interacción ABC. Por cierto que este procedimiento no es conceptualmente gratuito porque al fin resulta que una interacción de primer orden resulta ser idéntica a otra interacción de primer orden; por ejemplo:  $AB = CD$  conforme se demuestra mediante los datos de la Tabla 4.

**Tabla 4.- Identidad de las Interacciones de Primer Orden.**

A	B	AB	C	D	CD
-	-	+	-	-	+
+	-	-	-	+	-
-	+	-	-	+	-
+	+	+	-	-	+
-	-	+	+	+	+
+	-	-	+	-	-
-	+	-	+	-	-
+	+	+	+	+	+

Conforme se demuestra en esta Tabla resulta obviamente que  $A \times B = AB$  y que  $C \times D = CD$ , pero si se realiza el examen de los productos de operación en relación a los signos se determina que en todos los casos  $AB = CD$ . Esta particular propiedad de las variables y de modo particular de las interacciones se denomina "integración de variables" [5] una vez que AB se identifica o integra con CD. Además, la decisión de introducir la variable D en lugar de la interacción ABC genera, como queda indicado la identidad de  $D = ABC$ . Al respecto, es oportuno hacer referencia a la regla que afirma que "un término elevado al cuadrado es igual a la unidad"; pues así si los términos de la igualdad que antecede se multiplica por D, se tiene:

$$D \times D = D^2 = 1 = ABCD \quad (1)$$

Por convención se afirma que:

$$ABCD = I \quad (2)$$

Se aprecia que si se multiplica los dos términos de la igualdad por AB, se tiene lo que se denomina el alias de AB o sea que:

$$ABI = AB = A^2 B^2 CD = CD \quad (3)$$

Así, se logra la integración de AB con CD que también se dice que CD es alias de AB. Aplicando esta metodología se determina que las igualdades entre las variables e interacciones son las siguientes:

$$\begin{array}{ll} A = BCD & AB = CD \\ B = ACD & AC = BD \\ C = ABD & AD = BC \end{array} \quad (4)$$

Así queda establecido que la integración de variables representa la posible pérdida parcial de información que se genera por la reducción del número de experimentos que se efectúa para investigar el comportamiento de cuatro o más variables. Al respecto, hagamos referencia a otra regla que afirma que "los diseños exploratorios se aplican para investigar el comportamiento de  $N - 1$  variables en un número  $N$  de experimentos siempre que  $N$  sea divisible para 4". Así 7 variables pueden ser investigadas mediante 8 experimentos; once variables con doce experimentos, etc.

En esta contribución, haremos referencia a los diseños exploratorios en los que el número de variables  $N$  es una potencia de 2; así  $2^3 = 8$ ;  $2^4 = 16$ ;  $2^5 = 32$ ;  $2^6 = 64$ ;  $2^7 = 128$ , etc. que como queda demostrado cuando se opera con los correspondientes diseños operatorios partiendo de  $N > 4$  variables, el número de experimentos se reduce para 4, 5, 6 y 7 variables a 8 experimentos y para 11 variables nada más que a 12 experimentos.

**3.- UN EXPERIMENTO CON SIETE VARIABLES.-** En una fábrica de elaboración de pinturas interesa evaluar el efecto de siete variables sobre el espesor de la capa de pintura depuesta sobre superficies metálicas.

**3-1.- Variables.-** Las variables que se incluyen en esta investigación son las siguientes:

A	Temperatura	25°C	30°C
B	Apertura del atomizador	0,5mm. y 0,6 mm.	
C	Viscosidad	10 cP	12cP
D	Distancia de atomización	25 cm.	30 cm.
E	Presión de la bomba	1,2 atm.	1,5 atm.
F	Velocidad de mezcla	30 rpm.	40 rpm.
G	Láminas metálicas	L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>

**3-2.- Datos Experimentales.-** Los experimentos se efectúan por duplicado y el espesor de la capa de pintura en los experimentos de aplicación sobre las láminas metálicas L<sub>1</sub> y L<sub>2</sub> se mide en milímetros. Los datos obtenidos se recogen en la Tabla 5.

**Tabla 5.- Matriz de Datos Experimentales de la Aplicación de una Pintura**

Ensayo	A	B	C	D	E	F	G	Y <sub>a</sub> , mm	Y <sub>b</sub> , mm.
1	+	-	-	+	-	+	+	0,34	0,50
2	+	+	-	-	+	-	+	0,70	0,90
3	+	+	+	-	-	+	-	0,98	1,06
4	-	+	+	+	-	-	+	1,00	0,92
5	+	-	+	+	+	-	-	0,98	1,18
6	-	+	-	+	+	+	-	0,67	0,87
7	-	-	+	-	+	+	+	0,98	1,22
8	-	-	-	-	-	-	-	0,30	0,46

**3.3.- Cálculo de los Promedios – Varianzas y Efectos.-**

$$\bar{Y} = (Y_a + Y_b)/2, \quad S^2 = \sum(Y_i - \bar{Y})^2/N-1 \quad \text{y Efectos: } (\bar{Y}_+ - \bar{Y}_-)$$

Los datos pertinentes se presentan en la Tabla 6.

**Tabla 6.- Matriz de Operación de los Datos Experimentales de la Tabla 5**

Ensayo	A	B	C	D	E	F	G	Y	S <sup>2</sup>
1	+	-	-	+	-	+	+	0,42	0,013
2	+	+	-	-	+	-	+	0,80	0,020
3	+	+	+	-	-	+	-	1,02	0,003
4	-	+	+	+	-	-	+	0,96	0,003
5	+	-	+	+	+	-	-	1,08	0,020
6	-	+	-	+	+	+	-	0,77	0,020
7	-	-	+	-	+	+	+	1,10	0,029
8	-	-	-	-	-	-	-	0,38	0,013
<hr/>									
$\Sigma Y_+$	3,32	3,55	4,16	3,23	3,75	3,31	3,28	mm.	
$\Sigma Y_-$	3,21	2,98	2,37	3,30	2,78	3,22	3,25	mm.	
$Y_+$	0,83	0,89	1,04	0,81	0,94	0,83	0,82	mm.	
$Y_-$	0,80	0,74	0,59	0,83	0,70	0,81	0,81	mm.	
Efectos	0,03	0,15	0,45	-0,02	0,24	0,02	0,01	mm.	

**3.4.- Apreciación Gráfica de las Respuestas de las Variables.-** Sin anticipar la significación de las variables dentro de ciertos límites de probabilidad  $P_a$  resulta un tanto útil trazar el gráfico de Pareto que crea una cierta expectativa sobre la utilidad de los resultados obtenidos. Con este propósito se traza en la Figura 1 el gráfico en barras de los valores de que son los efectos que corresponden a cada una de las siete variables.

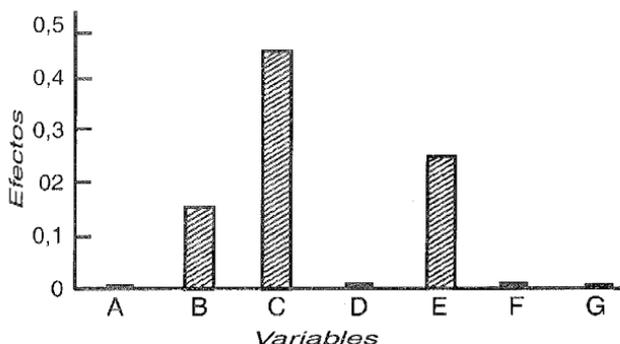


Figura 1.- Magnitud de Efectos

Se aprecia que un efecto tiene signo positivo cuando el rendimiento de una variable al nivel más alto es mayor que al nivel más bajo y que mientras mayor es la magnitud del efecto más significativo es el comportamiento de la variable. Partiendo de la inspección de los valores de los efectos se deduce que

$$E(C) > E(E) > E(B) \quad (5)$$

Por cierto que queda pendiente determinar si los efectos que quedan anotados son realmente significantes. Para alcanzar este propósito, se procede a calcular la varianza del experimento en conjunto que se define mediante la fórmula:

$$S^2_{\text{exp.}} = \Sigma S^2 / k \quad (6)$$

Donde k es el número básico de experimentos que en este caso es igual a 8. Igualmente, se debe calcular la varianza de los efectos,  $S^2_{\text{efectos}}$  que se define como sigue:

$$S^2_{\text{efectos}} = \Sigma S^2_{\text{exp.}} (4/N) \quad (7)$$

Donde N es el número total de experimentos que en este caso es 16. Reemplazando en las ecuaciones 6 y 7 los correspondientes valores numéricos, reconociendo que las desviaciones típicas son las raíces cuadradas de las varianzas, se tiene:

$$S_{\text{exp}} = \sqrt{(0,013 + 0,020 + \dots + 0,013/8 = 0,123}$$

$$\text{y } S_{\text{efecto}} = 0,123 \times \sqrt{4/16} = 0,0615$$

Una vez que se conoce el valor de S efectos conviene calcular el límite de decisión para lo cual se opera con el valor de  $t_{\alpha}$  con el número de grados de libertad  $g = (2 - 1) 8 = 8$ . Si el nivel de la probabilidad de significación es  $P_{\alpha}$  y se conoce el valor de  $t_{\alpha}$  (g) resulta que el límite de decisión,  $L_d$  se define mediante la expresión:

$$L_d = [t_{\alpha} \times S_{\text{efecto}}] \quad (8)$$

que en este caso a  $P_{\alpha} = 0,01$  una vez que  $t_{0,01}$  (g = 8) = 2,896, el límite de decisión es

$$L_d = 2,896 \times 0,0615 = 0,18$$

Justamente, basados en este límite de decisión se deduce que son altamente significantes los efectos E (C) y E (E) y reconociendo que  $t_{0,05}$  (g = 8) = 2,308 de hecho el límite de decisión es  $L_d = 2,308 \times 0,0615 = 0,14$  lo cual indica que el efecto E (B) es significativo.

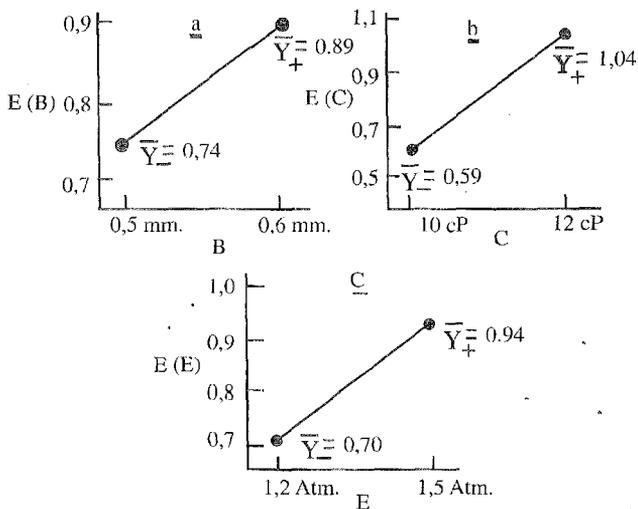
**3.5.- Apreciación Gráfica de los Efectos.-** Con el propósito de apreciar el grado de significación de los tres efectos B, C y E resulta que son útiles las correspondientes representaciones gráficas. Con este propósito se construye la Tabla 7 partiendo de los datos de la Tabla 6.



Tabla 7.- Efectos de las Variables B,C y E

	E(B)	E(C)	E(E)
$\bar{Y}_+$	0,89	1,04	0,94
$\bar{Y}_-$	0,74	0,59	0,70

Representaciones gráficas de B, apertura del jet: 0,5 mm y 0,6 mm; C viscosidad: 10cP y 12cP y E, presión de inyección: 1,2 atm. y 1,5 atm. se registran en las figuras II a,b,y c.



Figuras II a, b y c.

El análisis de las pendientes de las rectas permite deducir que el efecto de la variable C es de mayor magnitud que aquellos de las variables B y E.

**3.6.- Análisis de Interacciones.-** Las variables C y E son altamente significantes y la B es significativa; por consiguiente, es probable que exista interacciones entre las variables C y E, B y E y B y C. Concentraremos nuestro empeño para investigar las magnitudes de las interacciones BE y CE. Con este propósito se construye la Tabla.8 recogiendo los datos apropiados de la Tabla 6.

**Tabla 8.-Promedios de los Rendimientos de las Variables B, C y E en los niveles altos (+) y bajos**

B (+) = 3,55 / 4 = 0,89	C (+) = 4,16/4 = 1,04
B (-) = 2,98 / 4 = 0,74	C (-) = 2,37/4 = 0,59
E (+) = 3,75/ 4 = 0,94	E (-) = 2,78 /4 = 0,70

Con estos datos se construye las dos Tablas (9a y 9b) de doble entrada que contienen los componentes de las interacciones; por ejemplo, los datos anotados bajo B (+) y E (-) conducen a  $(0,89 + 0,70)/2 = 0,79$  y operando con los datos de C (+) y E (+), se tiene:  $(1,04 + 0,94)/2 = 0,99$ , etc.

**Tabla 9.- Componentes de las Probables Interacciones BE y CE.**

	B	
	+	-
E	- 0,79	- 0,72
	+ 0,92	+ 0,84
	a	

	C	
	+	-
E	- 0,87	- 0,65
	+ 0,99	+ 0,77
	b	

Los datos de las Tablas 8a y 8b indican convincentemente que la relación entre las variables B, E y C, E es similar una vez que en ambos casos el espesor de la capa de pintura es mayor cuando la variable E está al nivel más alto independientemente de los niveles ya sea de (+) o de (-) de las variables B y C, lo cual al fin indica que los efectos de las variables B y C son independientes del efecto de la variable E.

**3.7.- Valor Máximo del Espesor de la Capa de Pintura.-** Resulta interesante calcular el valor máximo del espesor de la capa de pintura que se podría lograr bajo la condición de significación de los efectos E (B) ; E (C) y E (E). Con este propósito se opera con la ecuación:

$$\frac{\Delta}{Y} = \bar{Y} + E(B)/2 + E(C)/2 + E(E)/2 \quad (9)$$

Reemplazando los datos numéricos tomados de la Tabla b, se tiene:

$$\frac{\Delta}{Y} = 0,816 + 0,075 + 0,225 + 0,120 = 1,24 \text{ mm.}$$

Así, el espesor máximo de la capa de pintura sería de 1,24 mm.

**4.- REFLEXIONES FINALES.-** El análisis de los datos experimentales permite establecer que el espesor de la capa de pintura depende de las variables B, C y E quedando así establecido que las cuatro variables D, F y G son superfluas a los niveles utilizadas una vez que no son significantes y que la variable A es innecesaria. Vale observar que en el planeamiento de los experimentos se ignoró que la viscosidad  $\eta$  está relacionada a la temperatura (T) mediante la ecuación:

$$\ln \eta = \ln A + Ea/RT \quad (10)$$

donde  $R = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , T es la temperatura absoluta, A es una constante de proporcionalidad y Ea, es la energía de activación del flujo. El reconocimiento de la ecuación 10 hacía innecesario incluir en el plan experimental la variable, ya sea la viscosidad  $\eta$  o T porque como se observa en la Tabla 5 el efecto de A es significativo a  $P_a = 0,07$ .

La conclusión que afirma que las variables: B es significativa y C y E son altamente significantes constituye una guía muy útil para refinar el curso de la investigación, pero conviene considerar que estas tres variables están integradas con las interacciones de primer orden [6] conforme se puntualiza a continuación:

$$B = AD = CE = FG; \quad C = AG = BE = DF \quad \text{y} \quad E = AF = BC = DG \quad (11)$$

El conocimiento de estas igualdades constituye una fuente de duda porque la significación de las variables B, C y E bien puede deberse a interacciones no identificadas pero justamente la alta significación de las variables C y E y la significación de B y la evidencia de que los efectos: E (D), E (F) y E (G) se deben a errores aleatorios es convincente de que la información lograda mediante la detección de la significación de las variables B, C y E es muy útil.

## 5.- Referencias Bibliográficas.

- [1] Romo, Luis A. PLANEAMIENTO Y OPTIMIZACION DE LA EXPERIMENTACION CIENTIFICA-DISEÑO DE EXPERIMENTOS, Editorial Universitaria, Quito (2002), Capítulos 8, 9 y 10.
- [2] Romo, Luis A. Ref. [1], Capítulos 1 y 10.
- [3] Kuehl, R.O., STATISTICAL PRINCIPLES OF RESEARCH, DESIGN and ANALYSIS, Duxbury Press, Belmont (1994), pp. 8-86.
- [4] Fisher, Ronald A., THE DESIGN OF EXPERIMENTS, Hafner Publishing Co, New York (1947), pp. 104-131.
- [5] Romo, Luis A., Ref. [2] y Kuehl, R. O., Ref [3].
- [6] Cochran, W. G. and Cox, Gertrude, EXPERIMENTAL DESIGNS, Chapman & Hall, London (1950), pp. 154-217.

# Gases licuados de petróleo

ING. QUIM. RENAN CRIOLLO ROCANO

Sociedad Ecuatoriana de Ciencias  
Exactas y Naturales (SECEN)

## I. CARACTERÍSTICAS GENERALES

Cuando los gases se someten a presión y se enfrían por debajo de la temperatura crítica pasan al estado líquido. Cuanto menor es esta temperatura se requiere mayor presión para poder hacer el cambio de fase, y si esta presión se encuentra entre límites razonables la operación puede resultar una manera económica y práctica de almacenar, transportar y distribuir gases al estado líquido.

Ordinariamente no es práctico licuar los gases de hidrocarburos más ligeros tales como metano, etileno, etano, salvo para usos especiales, ya que ello requiere recipientes diseñados para soportar las elevadas presiones necesarias para la licuefacción, no así en el caso del propano y butano o sus mezclas que presentan grandes ventajas prácticas para ser licuados<sup>1</sup> precisamente porque las presiones requeridas son relativamente bajas.

"Gases Licuados del Petróleo", o en forma abreviada "GLP", se denomina a los hidrocarburos gaseosos propano y butano o sus mezclas que a la temperatura ambiente y presiones comprendidas entre 4 y 10 Kg/cm<sup>2</sup> ocupan un volumen entre 200 y 250 cuando se encuentran al estado líquido, haciendo accesible su envasado, transporte y distribución en recipientes portátiles llamados cilindros. Por ejemplo, en un envase diseñado para 100 litros se puede llenar 45 kilos de gas licuado, el cual, al evaporarse durante su uso produce alrededor de 22.800 litros de GLP en forma gaseosa. Sea que el GLP se encuentre en las fases líquido o gas depende de la presión y la temperatura.



El GLP es característico por estas propiedades:

- Son incoloros.
- En fase líquida se asemejan al agua y en fase gaseosa son invisibles.
- Son inodoros por lo que se les añade en determinada proporción un compuesto odorizante sulfuroso que les imparte un olor característico para percibir su presencia en el aire.
- No son tóxicos ni irritantes. En concentraciones grandes desplazan el aire pudiendo sólo en estas condiciones extremas causar asfixia.
- Por ser combustible gaseoso en condiciones ambientales se mezcla homogéneamente con el aire y se combustiona limpia y totalmente sin producir humo, desprendimiento de malos olores o formación de residuos carbonosos.

## 2. FUENTES DE SUMINISTRO DE GLP

El gas licuado del petróleo se produce en plantas procesadoras de gas natural asociado y en las refinerías de petróleo. Las grandes antorchas que eran familiares hasta no hace mucho tiempo en los campos petrolíferos y en refinerías, explican el interés de propender a su máximo aprovechamiento, debido en parte al enorme incremento de las necesidades de energía térmica, cuanto al desarrollo de los procesos de conversión de estos gases en productos químicos y sobre todo a la exigencia de reducir las emisiones de partículas o gases contaminantes o de sustancias nocivas a la atmósfera a través de fuentes de combustión.

**2.1. Plantas de gas.-** La Tabla 1 ilustra la composición típica de un gas natural antes y después del procesamiento en una planta industrial?

**TABLA 1.- PROCESAMIENTO DE GASES  
 NATURALES ASOCIADOS**

COMPONENTES	GAS "A" ANTES DE PROCESAMIENTO		GAS "B" ANTES DE PROCESAMIENTO		GAS TIPICO DESPUES DE PROCESAMIENTO	
	GAS, % VOL	CONTENIDO LIQUIDO, GAL/ MPC	GAS % VOL	CONTENIDO LIQUIDO, GAL/ MPC	GAS, % VOL	CONTENIDO LIQUIDO, GAL/ MPC
<b>NO HIDROCARBUROS</b>						
Nitrógeno	----		0,40		0,50	
Dióxido de carbono	0,90		0,20		0,9	
Sulfuro de hidrógeno	----		----		----	
Vapor de agua	0,25		0,40		----	
<b>HIDROCARBUROS (Serie Parafínica)</b>						
Metano	88,23		77,37		90,06	
Etano	6,29		7,25		8,76	
Propano	2,62	0,721	8,09	2,226	1,15	0,316
Isobutano	0,35	0,114	1,33	0,435	0,01	0,003
N - butano	0,68	0,214	3,04	0,957	0,01	0,003
Pentanos & pesados	0,38	0,272	1,92	0,735	0,01	0,004
<b>TOTAL, % VOL</b>	100,00		100,00		100,00	
<b>TOTAL CONTENIDO DE LIQUIDO</b>		1,321		4,353		0,326

NOTA: GAL/ MPC = Galones de líquido por 1000 pie<sup>3</sup> de gas en condiciones estándar.

Las plantas procesadoras de gas natural, localizadas en las mismas zonas de producción del petróleo, separan en diversas proporciones las siguientes fracciones clasificadas en orden creciente de densidad:

- Gas Residual ( gas natural seco): metano, etano.
- Gas Licuado de Petróleo (GLP) propano, butano, isobutano.
- Gasolina Natural: pentano, hexano, heptano.

La absorción selectiva de los componentes del gas asociado al contactar con absorbentes como gas oil o kerosén, constituye el método convencional para recuperar licuables del gas natural. Mientras más pesados son los hidrocarburos a recuperarse más fácilmente ellos se disuelven en el absorbente<sup>3</sup>.

El método se basa en la absorción selectiva de los diferentes componentes del gas al contactar éste con hidrocarburos líquidos de peso molecular entre 100 y 180. En calidad de absorbente se utiliza principalmente gasolina o kerosén. Mientras más pesados son los hidrocarburos a recuperarse, más fácilmente ellos se disuelven en el absorbente. La recuperación se ve favorecida por la elevación de la presión y reducción de la temperatura, puesto que durante la absorción se desprende calor en una cantidad cercana al calor de condensación de los hidrocarburos disueltos.

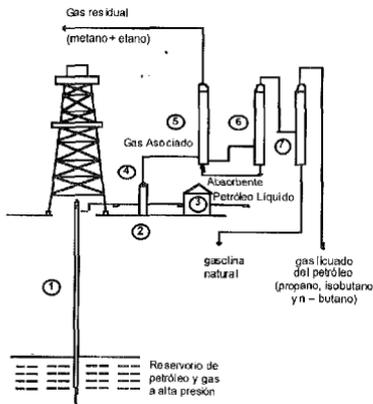


Fig. 1.- Planta de tratamiento de gas asociado

La absorción puede ser usada conjuntamente con refrigeración para lograr una alta eficiencia en la recuperación. El gas puede ser enfriado por el efecto de Joule y Thomson<sup>4</sup>; sistema de refrigeración con amoníaco, freón o propano y otras combinaciones.

La Fig. 1 presenta un esbozo general de una planta de absorción que combina procesos de absorción y destilación. Una mezcla de petróleo y gas húmedo (1) fluye desde el reservorio en el

subsuelo hacia la superficie del terreno. Ya en la superficie, esta mezcla es conducida al interior de una trampa de gas (2), que es un separador que deja fluir el petróleo por el fondo y pasar al tanque de almacenamiento (3).

El gas húmedo (4) que sale por el tope del separador es conducido hacia la planta de absorción de gasolina. Este gas húmedo contiene gasolina natural, gas licuado de petróleo y gas residual. En la planta de absorción el gas fluye por la columna de absorción (5) que contiene el aceite de absorción que remueve la gasolina natural y los gases licuados de petróleo, mientras que el gas natural seco sale por el tope y es quemado en una tea y opcionalmente utilizado como combustible en las mismas instalaciones.

El aceite absorbente, que se encuentra saturado con hidrocarburos es bombeado a la columna de destilación (6). Allí la combinación de gasolina natural y gases licuados de petróleo son sometidos a ebullición en la forma de "gasolina bruta". El aceite de absorción es entonces retornado hacia el absorbedor. La gasolina bruta continúa hacia la torre de estabilización (7) donde la gasolina natural es separada por el fondo como producto terminado, y una mezcla de gases licuados de petróleo es extraída por el tope. Los gases licuados de petróleo, si así se requiere, pueden ser sometidos a un tratamiento ulterior para separar sus componentes.

Otras plantas para recuperar GLP son del tipo criogénico (Fig. 2). Consisten fundamentalmente de tres procesos básicos: deshidratación (eliminación de agua por adsorción), refrigeración o enfriamiento y fraccionamiento<sup>5</sup>.

El gas llegado del pozo se prepara para la transformación directamente en la explotación. Del gas se eliminan las impurezas mecánicas, el vapor

de agua y los hidrocarburos pesados, además en el caso necesario, el gas se purifica de los compuestos sulfurados.

Dependiendo del nivel de presión de la alimentación y de la recuperación deseada, en algunas ocasiones se requiere comprimir la carga. Enseguida se pasa el gas a un sistema de deshidratación. A continuación se inicia

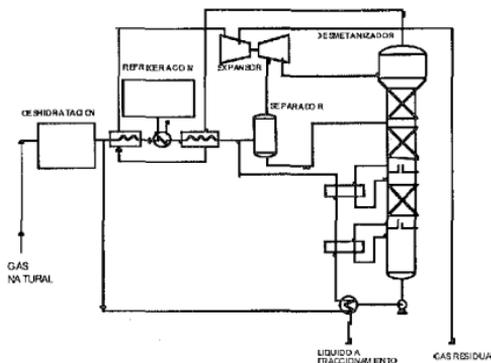


Fig. 2.- Planta Criogénica



**TABLA 2.- PROPIEDADES DE PROPANO Y BUTANO COMERCIALES**

CONCEPTO	PROPANO COMERCIAL	BUTANO COMERCIAL
Presión de vapor, psig:		
70°F	132	17
100°F	205	37
105°F	216	41
150°F	300	69
Gravedad específica de líquido a 60°F	0,509	0,582
Punto de ebullición inicial a 14,7 psia, °F	-51	15
Peso por galón de líquido a 60°F, lb	4,24	4,81
Calor específico de líquido a 60°F, BTU/lb	0,588	0,549
Pie cúbico de vapor por galón a 60°F	36,39	31,26
Pie cúbico de vapor por libra a 60°F	8,58	6,51
Gravedad específica de vapor (aire = 1) a 60°F	1,52	2,01
Temperatura de ignición en aire, °F	920 - 1120	900 - 1000
Temperatura máxima de llama en aire, °F	3595	3615
Límites de inflamabilidad en aire, porcentaje de vapor en mezcla gas-aire:		
(a) Límite inferior	2,15	1,55
(b) Límite superior	9,6	8,6
Calor latente de vaporización a la temperatura de ebullición:		
(a) BTU/lb	185	167
(b) BTU/gl	785	808
Poder calorífico total después de vaporización:		
(a) BTU/pie <sup>3</sup>	2516	3280
(b) BTU/lb	21591	21221
(c) BTU/gl	91547	102032

### 3. ESPECIFICACIONES

La mayor parte de la producción de gas licuado se emplea como combustible. Su exacta composición química tiene menos valor que la potencia calorífica, contenido de compuestos de azufre y características de gasificación.

Para el uso del GLP como energético se ha definido un conjunto de especificaciones que constituyen el fundamento de normas técnicas. La Tabla 2 proporciona las características de propano y butano comerciales<sup>3</sup>, entendiéndose al primero como la mezcla con 90% de propano/propileno; y al segundo, como la mezcla con 90% butano/butileno.

La presión de vapor a la temperatura de 100°F y la gravedad específica a 60°F son las características que definen los límites de las especificaciones comerciales para los gases licuados empleados como combustible. Las propiedades dadas en la Tabla 3 sirve para indicar el tipo de mezclas comerciales que pueden ser preparadas, aunque no sean necesariamente las típicas de los productos elaborados en ciertas regiones, debido a que las mezclas contienen cantidades variables tanto de hidrocarburos parafínicos como olefínicos, aunque siempre predominando propano o butano..

**TABLA 3.- PROPIEDADES DE MEZCLAS LIMITES DE GLP**

PROPIEDAD	PROPANO COMERCIAL	BUTANO COMERCIAL
Presión de Vapor a 37,8°C	14,4	2,6
Kg/cm2 manométricos psig	205	37
Gravedad específica del líquido a 60°F	0,510	0,580

La Fig. 4 indica la variación de la presión de vapor con la temperatura para las mezclas "propano comercial" y "butano comercial". Cada mezcla tendrá una presión de vapor entre la de sus principales constituyentes o cercana a la de su principal constituyente.

#### 4. ENSAYOS NORMALIZADOS y SIGNIFICADO

Se entiende por ensayo normalizado el método experimental que describe los equipos y procedimientos rigurosamente estudiados y como tal recomendado dentro de una actividad industrial para realizar la comprobación de las especificaciones de un producto. Característica importante de los ensayos normalizados es asegurar la repetibilidad y la reproducibilidad de los resultados dentro de un margen de variación prefijado.

Una ventaja de estos tipos de ensayos es que no exige mayor especialización del personal de los laboratorios lo que permite realizar frecuentes controles.

Resulta de mucha utilidad para quienes tienen que ver con procesos de producción o sistemas de comercialización del GLP, conocer, no solamente, los resultados del análisis de laboratorio sino fundamentalmente interpretar el significado técnico de los mismos como mecanismo de predicción de la ten-

dencia de los procesos de producción, almacenamiento, transporte y distribución. Con fines prácticos se ilustra el significado de los ensayos normalizados<sup>9</sup> utilizados en el control de las especificaciones señaladas para el GLP.

**4.1. Presión de vapor.-** El ensayo de la presión de vapor es importante por cuanto indica de una manera indirecta el contenido en productos muy ligeros que condicionan la seguridad en las operaciones de transporte, almacenamiento y uso del producto.

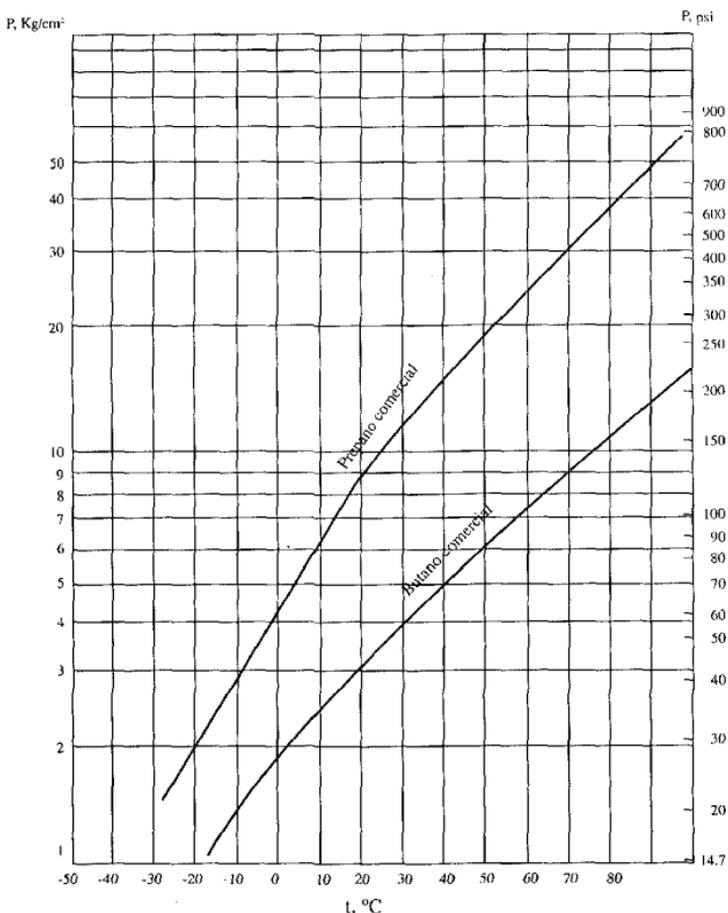


Fig. 4.- Presión de vapor vs. temperatura para propano y mezclas de GLP comerciales

La limitación de elementos ligeros con elevada presión de vapor es necesaria para no sobrepasar la presión de prueba de los cilindros. Los elementos volátiles provocan la formación de escarcha como consecuencia de la humedad atmosférica, situación que se corrige limitando la presión de vapor.

La presión de vapor del propano se limita a 21 kgf/cm<sup>2</sup> a 50°C y las del butano comercial a 8,7 kgf/cm<sup>2</sup> a la misma temperatura. Estos límites corresponden aproximadamente, a un contenido en etano de 7% molar para el propano comercial y 30% molar de propano para el butano comercial. La especificación está tomada a 50°C, que se considera es la máxima temperatura que eventualmente alcanzaría un cilindro de gas expuesto al sol.

**4.2. Gravedad específica.-** Es la medida indirecta de la densidad del producto. Si bien como tal la densidad no ayuda por sí sola a definir la calidad del GLP, sirve sin embargo de criterio para estimar ciertas características. Así por ejemplo, condiciona en cierta medida el poder calorífico. Con un GLP de elevada densidad el poder calorífico es bajo y la razón de vaporización disminuye. Hablando prácticamente, cuanto menos es la densidad de un combustible, mayor es su poder calorífico por unidad de masa.

La gravedad específica del GLP líquido se obtiene utilizando un termo hidrómetro. A partir de los datos experimentales y con la ayuda de tablas de ingeniería se consigue la medida a la temperatura de referencia de 60°F.

**4.3. Evaporación .-** La forma más común para convertir el GLP líquido a gas es por vaporización natural. Esto impone que la mezcla no deba contener una apreciable cantidad de ningún hidrocarburo más pesado que el butano ni tampoco más liviano que el propano.

El ensayo de vaporización sirve para caracterizar la concentración de elementos pesados en el GLP. Permite asegurar al usuario la posibilidad de utilizar íntegramente el GLP envasado sin dejar residuo líquido no vaporizable a la temperatura ambiente.

El ensayo consiste en dejar evaporar el gas licuado en una probeta abierta anotando el descenso de temperatura. El butano comercial debe dejar un residuo líquido<sup>10</sup> inferior al 5% cuando la temperatura alcanza +1°C, mientras que para el propano comercial, el residuo no debe exceder del 2% cuando comienza a fundir la gota de mercurio solidificada en la probeta.

**4.4. Contenido de azufre.-** El GLP en fase gaseosa es incoloro e inodoro. Para descubrir su presencia en la atmósfera debe contener gases odorizantes en concentraciones que sean nocivas para la salud ni para los sistemas de almacenamiento, transporte y uso del producto.

Todos los mercaptanos, sobre todo los homólogos inferiores, acusan un fuerte olor desagradable, razón por la que se utilizan para odorizar el GLP. El tipo y proporción del mercaptano<sup>11</sup> para los gases licuados procedentes de las plantas de gas pueden guiarse por los valores dados en la Tabla 4.

**TABLA 4.- TIPOS Y PROPORCIÓN DE ODORIZANTES PARA EL GLP.**

ODORIZANTE	DOSIFICACION (ppm)
Etil mercaptano	12,0
Tiofeno	12,0
Amil mercaptano	16,8

En el GLP procedente de los procesos de cracking catalítico o térmico, no hay razón para eliminar totalmente los mercaptanos malolientes por que a través de éstos es posible detectar las fugas, conforme se ha puntualizado.

Los ensayos de contenido de azufre, particularmente del sulfuro de hidrógeno y de los mercaptanos inferiores, interesan de sobremanera porque su presencia puede conducir a la corrosión de los equipos metálicos con los cuales el GLP está en contacto.

**4.5. Poder calorífico.-** Los calores de combustión tienen importancia tanto teóricas como prácticas. Es de utilidad para el diseño de quemadores. El poder calorífico del GLP no debe apartarse de ciertos límites, pues la regulación de estos equipos sólo es correcta para un exceso de aire bien definido. En el laboratorio el poder calorífico se determina en una bomba calorimétrica.

El poder calorífico se expresa referido a las formas líquida y gaseosa (vapor). Así por ejemplo, un pie cúbico de GLP tiene un poder calorífico de 2.500 BTU. El mismo volumen de gas natural tiene 1.000 BTU por lo cual se puede deducir que el GLP contiene 2,5 veces el poder calorífico del gas natural. El valor calorífico ponderado del GLP es:

1 Litro de líquido	=	6.100 Kcal
		24.000 BTU
1 Metro cúbico de vapor	=	23.400 Kcal
		92.900 BTU
1 Kg. de líquido	=	11.900 Kcal
		47.243 BTU

El GLP posee el mayor poder calórico entre los combustibles derivados del petróleo<sup>12</sup> como muestra la Tabla 5.

## 5. APLICACIONES

La importancia de los gases licuados del petróleo lo evidencia sus múltiples aplicaciones, como se revisa a continuación:

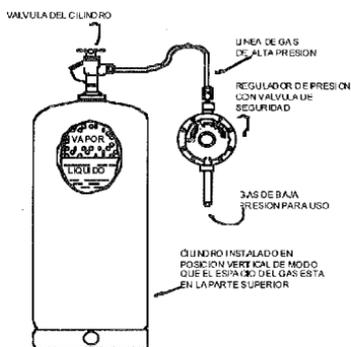


Fig. 5.- Cilindro, válvula y regulador.

En el estado gaseoso, el GLP se parece en sus características al gas natural; puede ser igualmente usado como una fuente de calor, poder y refrigeración.

En el estado líquido, el GLP es similar a la gasolina en la forma en que es transportada, almacenada y medida, con la esencial diferencia, que para mantenerlo en el estado líquido, el GLP, a diferencia de la gasolina, debe ser manipulado bajo presión.

En la práctica, el recipiente que contiene GLP nunca debe llenarse completamente de líquido. Ya sea en cilindros, Fig. 5, utilizado en instalaciones domésticas y comerciales, o en tanques para transporte o almacenamiento, debe existir siempre un espacio libre de líquido para ser ocupado por la fase vapor.

El vapor saturado de un cilindro que contiene un peso de GLP líquido ejerce una presión característica denominada "presión del cilindro". Bajo esta condición, cuando se abre la válvula del cilindro se expone el líquido a

**5.1. Fuente de calor y energía.-** La aplicación como combustible se ha venido realizando desde hace algunos años por medio de la industria del gas envasado.<sup>13</sup> Hay cierta innovación en el hecho de que estos gases cuando están envasados al estado líquido, almacenan una gran concentración de energía térmica en un recipiente relativamente pequeño, encontrándose dicha energía en forma de gas listo para ser conducido por tuberías hacia los quemadores con un flujo controlado por el regulador de presión.

la presión atmosférica; en este momento, parte del vapor saturado egresa y una cierta cantidad de líquido se evapora inmediatamente, por absorción del calor ambiental, para formar más vapor y reemplazar al liberado inicialmente. La propagación del proceso causa la paulatina disminución de la presión interna del cilindro, hasta el límite en que cesa la emisión de vapores que da por terminado el aprovechamiento de la carga de GLP líquido del cilindro. De esta sencilla manera se puede disponer de una fuente de suministro de energía térmica, por lo cual no es sorprendente el gran empleo del GLP en las más diversas aplicaciones.

Para accionar el mecanismo de cierre o apertura de la válvula se conecta el regulador que tiene la función de reducir y controlar la presión del gas a la salida del cilindro, en el cual el gas se encuentra en estado líquido y se gasifica a una sensible presión.

El óptimo aprovechamiento de la carga líquida depende de la razón de evaporación que por su parte está influenciada por la composición del producto y por la exposición del recipiente a ambientes cálidos o fríos.

**TABLA 5.- PODER CALORÍFICO DE COMBUSTIBLES**

Combustible	kcal/L	Kcal/kg	BTU/lb.m
Fuel Oil	9.940	10.240	18.440
Gas Oil	9.200	10.830	19.490
Kerosene	8.780	11.100	20.000
Gasolina	8.260	11.800	21.240
GLP	6.100	11.900	21.500

**5.2 Combustible de potencia.**- Los gases licuados del petróleo se han empleado satisfactoriamente como combustible para motores de combustión interna de cuatro tiempos. Sus características fisicoquímicas evidencian algunas ventajas para este uso<sup>14</sup>:

- Por ser un combustible gaseoso se mezclan bien con el aire y se distribuyen uniformemente en los motores con varios cilindros sin necesidad de carburadores complicados ni aparición de zonas calientes.

- Sus cualidades antidetonantes (número de octano superior a 100) hace posible aumentar la relación de compresión, con lo que se incrementa la potencia, además de permitir el funcionamiento del motor sin martilleo.
- Eliminan la dilución del aceite del cárter que se experimenta con combustibles menos volátiles.
- Su combustión limpia y total da lugar a una menor suciedad de las distintas partes del motor y a menos contaminación del lubricante, prolongando así la vida de la máquina y disminuyendo los costos del mantenimiento.

Sin embargo, a pesar de estas ventajas, la clasificación y valoración completa de los gases licuados del petróleo como combustible de potencia sigue siendo aún objeto de investigación.

**5.3. Empleo químico.-** Las clases comerciales de los gases licuados del petróleo contienen cantidades variables tanto de hidrocarburos parafínicos como olefínicos, predominando propano o butano.

El propano tiene grandes aplicaciones como disolvente en las operaciones de refinería. Por ejemplo, los asfaltenos son constituyentes indeseables de los aceites lubricantes, y por ser insolubles en propano pueden separarse fácilmente por extracción selectiva.<sup>15</sup>

## **6. EL GLP EN EL ECUADOR**

A nivel mundial, después del petróleo y el carbón, los gases de hidrocarburos ocupan un sitio relevante en el consumo de energía primaria. En el Ecuador, la utilización de gas licuado como combustible constituye la única forma de empleo de hidrocarburos gaseosos.

El GLP, por sus ventajas notables, apareció como una alternativa de combustible de uso doméstico para sustituir en la ciudad a la gasolina y el kerec y en el campo a la leña y el carbón. Con su introducción se produjo una desaceleración del enorme deterioro ecológico que causaba la explotación irracional de la madera que sirvió durante siglos como despensa de carbón.

Mediante políticas de Estado se promovió el uso masivo del GLP en los hogares ecuatorianos con el fin de mejorar el nivel socioeconómico de la población y defender los recursos ecológicos. En respuesta, el sector público desarrolló una gran infraestructura de almacenamiento y envasado en los

principales centros de consumo del país; así como también de producción y facilidades portuarias para importar el déficit que cada año ha sido mayor hasta la presente fecha. En forma paralela a la política del Gobierno la empresa privada construyó fábricas de artefactos domésticos, especialmente de cocinas y cilindros, e igualmente desarrolló una vasta red de distribución sin cuyos aportes no hubiera sido posible el colosal crecimiento de esta industria en el Ecuador.

El consumo del GLP en el Ecuador ha tenido un crecimiento explosivo a partir de la década de los años setenta que ha superado la oferta nacional. La gran preferencia del consumidor por este combustible se explica en razón de los siguientes factores:

- Una red de distribución organizada que garantiza el abastecimiento en forma continúa y eficiente;
- Un razonable precio de venta al público;
- Las características técnicas ventajosas frente a otros combustibles.

Consecuencia de la insuficiente producción nacional, el Estado ecuatoriano ha tenido que importar enormes cantidades de GLP para cubrir la demanda y garantizar un normal abastecimiento (aproximadamente 450.000 TM/año).<sup>16</sup> En razón de la gran diferencia que existe entre los precios de importación y de venta al consumidor, el Estado tradicionalmente ha subsidiado este combustible, en lo posible, por mantener, un adecuado nivel de vida de su población, comprendiendo la íntima relación que existe entre el combustible doméstico y la alimentación. Sin embargo, en la actualidad, es notoria la necesidad de que el Gobierno defina una política social y económica que privilegie al sector consumidor más deprimido como medida para contrarrestar el uso del GLP en actividades suntuarias por parte de las clases sociales con mayor poder de adquisición.

En forma concomitante, el Estado, en su política de industrialización, también adquiere el compromiso de propiciar e impulsar proyectos orientados al óptimo aprovechamiento del gas natural asociado de los campos petroleros de la Región Oriental, donde grandes cantidades es quemado directamente en la salida de los pozos por causa de no existir infraestructura para su procesamiento. De los datos de producción suministrados por los organismos estatales, se deduce que existen al menos 15 campos con una producción de gas de alrededor de un millón de pies cúbicos.

bicos diarios<sup>17</sup> que puede llegar a industrializarse. Así mismo, en el campo de la refinación es innegable la necesidad de modernizar las refinerías de la Península para aumentar la oferta de combustibles incluyendo la del GLP.

No es difícil entender que con el aporte del capital privado el país estaría en capacidad de autoabastecerse de este combustible con un ahorro nada despreciable de divisas. Si alguien se preguntara por qué la empresa privada, pues por la simple razón de que la empresa pública en la década de los años noventa y lo que va de la presente, no logró ejecutar proyectos que evitara semejante desperdicio de recursos.

### Referencias Bibliográficas

- 1 The Institute of Petroleum, Moderna Tecnología del Petróleo, Editorial Reverté, S. A., Barcelona – España (1963).
- 2 A. I. Bogomólov et al., Química del Petróleo y del Gas, Editorial MIR, Moscú (1984).
- 3,4 Gas Processors Suppliers Association, Engineering Data Book, Ninth Edition, 1972.
- 5 Japan Petroleum Institute, Bulletin of the Japan Petroleum Institute, BUJPA 5 17 (1) 1-180 (1975).
- 6 P. Wuthier, Refino y Tratamiento Químico, Publicaciones del Instituto Francés del Petróleo, Tomo I, Ediciones CEPESA, S. A., Madrid-España (1971).
- 7 Handbook Butane-Propane Gases, Fourth Edition, Editors Lynn C. Denny et al, Published by Chilton Company, California, USA (1962).
- 8 American Society for Testing Materials, ASTM Tests for Petroleum Products and Lubricants, Vol. I, II y III, Philadelphia, USA (1997).
- 9 American Society for Testing Materials, Significance of ASTM Tests for Petroleum Products, ASTM Committee D-2 on Petroleum Products and Lubricants, Special Technical Publication No. 7-B, ASTM, Philadelphia, USA (1955).
- 10 Idem, Ref. 8 (1997).
- 11 Idem, Ref. 1 (1963).
- 12 Termodinámica Aplicada: Gas Licuado del Petróleo, R. Criollo, (2001).
- 13 Idem, Ref. 7 (1962).
- 14 Rodagas, Carburación a GLP: Kits para Carburación a GLP, Sao Paulo-Brasil (1991).
- 15 Idem, Ref. 6 (1971).
- 16,17 Estadísticas Hidrocarburíferas, Ministerio de Energía y Minas, Quito-Ecuador, 2001.

# Investigación electroquímica de la corrosión de varillas de hierro

**Dr. Patricio Carrera**

Centro de Investigaciones Científicas  
Escuela Politécnica del Ejército  
Sangolquí Av. El Progreso s/n. Tel/Fax.: 2334097  
e-mail: patricio\_carrera@isic.org

## SUMARIO

**E**n esta investigación se estudian los parámetros físico-químicos que intervienen en la corrosión de las varillas de hierro ANDEC de 5 mm en soluciones de NaCl y su variación en función del avance de la corrosión.

Las técnicas electroquímicas empleadas son: medidas de potencial de circuito abierto, voltametría cíclica, curvas de Tafel y espectroscopía de impedancia electroquímica. Se determinó que el avance de la corrosión es función de la concentración de la solución de NaCl. En soluciones más concentradas, la corrosión es mayor. La corrosión de las varillas llega a una fase estacionaria cuando la composición del óxido es estable. Este proceso se efectúa entre 75 y 125 días, según el medio corrosivo. La cinética de corrosión del hierro en las soluciones 0,5, 0,1 y 0,001 M de NaCl es respectivamente de 1,5, 0,6 y 0,3 mg-día-1cm-2.

## 1. INTRODUCCION

La corrosión se produce por la interacción físico-química de un metal con el medio. Esta interacción involucra la pérdida de las propiedades esenciales del metal, tales como las siguientes: las mecánicas, las ópticas, las eléctricas, y las estéticas.

El medio corrosivo puede ser líquido acuoso o no acuoso (solventes orgánicos, sales fundidas). El medio también puede ser gaseoso, como es el caso de la corrosión atmosférica y puede realizarse a alta temperatura.

Las consecuencias económicas de este fenómeno son críticas: alrededor del 4% del PNB de los países desarrollados se emplea en gastos de corrosión como la preparación de superficies metálicas, mantenimiento y reposición de partes.

La corrosión puede presentarse de diferentes maneras:

- a) Corrosión generalizada: Trae como consecuencia la disminución del espesor del metal que se disuelve en función del tiempo.
- b) Corrosión localizada: Involucra una pequeña superficie, se la observa como puntos de óxido sobre el metal o "pitting" y progresa de manera perpendicular a la superficie.

El parámetro que se utiliza para evaluar el fenómeno de corrosión es la rapidez de disolución del metal que puede medirse calculando la pérdida de peso de la muestra en un intervalo de tiempo. El inconveniente de este procedimiento es que toma demasiado tiempo, no aporta información sobre la naturaleza del fenómeno y no es exacto.<sup>1</sup> Por esta razón, se utilizan los métodos electroquímicos para evaluar y caracterizar la corrosión de los metales.

Las principales técnicas electroquímicas utilizadas actualmente en estudios de corrosión son<sup>2</sup>:

- Medidas del potencial de corrosión.
- Métodos basados en el trazado de curvas de polarización.
- Métodos basados en las medidas de impedancia.

Finalmente, cabe indicar que las técnicas electroquímicas son las únicas que permiten obtener información sobre las magnitudes físicas que están íntimamente ligadas al desarrollo de la corrosión in-situ y en particular de sus componentes cinéticos.

## 2. MATERIALES Y METODOS

Las muestras de hierro son varillas ANDEC de 5 mm de diámetro y 99.0 % de pureza que se aislaron con cinta adhesiva para dejar libre una superficie pulida de 0.16 cm<sup>2</sup>. El pulimento se realizó con papel lija 1500 y pos-

teriormente con alúmina en forma de polvo disperso de 1m de diámetro hasta obtener una superficie con aspecto de espejo.

Las medidas electroquímicas se llevaron a cabo con un potenciostato CH Instruments 604 y una celda de vidrio de 15 ml. Se utilizó la disposición de 3 electrodos<sup>3</sup>: electrodo de platino como contra-electrodo, electrodo de Calomel Saturado, ECS, como electrodo de referencia y la muestra como electrodo de trabajo. Todos los valores de potencial indicados en esta contribución son medidos en relación al ECS.

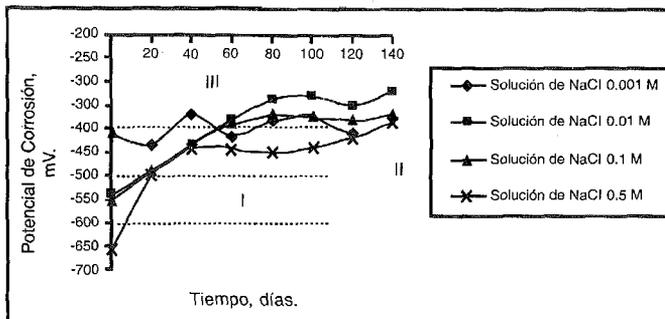
Los experimentos se realizaron cada 20 días a 18°C en soluciones de NaCl de concentraciones entre 0,001M y 0,5M y de pH 7,5, luego de lo cual las varillas se expusieron al aire con el objeto de simular las condiciones de corrosión atmosférica de las zonas cercanas al mar.

Las superficies fueron examinadas con un microscopio óptico STEREOMASTER 15X antes y después de cada experimento.

### 3. RESULTADOS

#### 3.1 Potencial de corrosión

Denominado también potencial de circuito abierto (OCP), potencial espontáneo, potencial de abandono o de reposo. Se trata de la magnitud electroquímica y termodinámica que se puede medir de manera más inmediata. Además, es la única medida que no perturba el sistema estudiado. Se lo realiza con un potenciómetro y equivale a la diferencia de potencial continuo entre la muestra y un electrodo de referencia y sus lentas variaciones en función del tiempo.<sup>2</sup> La interpretación se basa en el hecho de que la suma global de las corrientes anódicas y catódicas es cero. La magnitud de este potencial será función únicamente de la composición de la superficie del metal y de los iones presentes en la solución gracias a que el potencial del electrodo de referencia es constante. Cuando la corrosión se produce, el potencial observado cambia en función del cambio de la composición de la superficie; pues, se asume que la composición del electrolito permanece constante. Al producirse un estado estacionario, el potencial presentará un valor estable denominado potencial de corrosión,  $E_{corr}$ . En la figura 1 se observa la evolución de este potencial durante 140 días de tratamiento para 4 varillas sumergidas en soluciones de NaCl de diferente concentración.



**Figura 1** Evolución del Potencial de Corrosión de las Muestras en Función del Tiempo de Tratamiento y de la Concentración de NaCl.

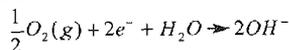
- I** : Zona de potencial donde predomina la formación de  $\text{Fe}_3\text{O}_4$
- II** : Zona de potencial donde predomina la formación de  $\text{Fe}_2\text{O}_3$
- III** : Zona de potencial donde el óxido formado es el  $\text{Fe}_2\text{O}_3$

Luego de 80 días de tratamiento, el proceso de corrosión alcanza un estado estacionario en el que la composición del óxido formado es estable. En todos los casos, este potencial aumenta conforme avanza la corrosión hasta estabilizarse alrededor de  $-350 \text{ mV}$ , vs ECS.

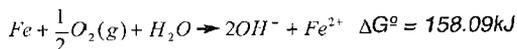
Como el pH de las soluciones oscila entre 7 y 8, las reacciones anódica y catódica que se producen sobre el hierro son:



Reacción catódica:

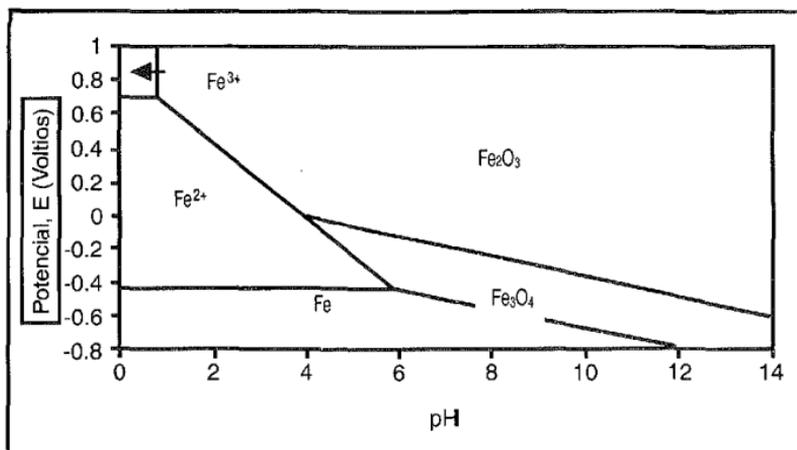


Reacción total:



De todos los óxidos e hidróxidos de hierro los que se forman de manera espontánea por tener una energía libre de formación más negativa son el óxido salino de hierro,  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  ( $\Delta_f G^0 = -1016.96 \text{ kJ/mol}$ ), y el óxido férrico

co,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  ( $\Delta_f G^\circ = -743.67 \text{ kJ/mol}$ ). Su estabilidad dependerá del pH de la solución, tal como se puede observar en los diagramas del potencial en función del pH, denominados diagramas de Pourbaix<sup>(6)</sup> tal como se indica en la figura 2. El potencial está medido con relación al electrodo normal de Hidrógeno, ENH.



**Figura 2.** Diagrama de Pourbaix para el sistema Fe-H<sub>2</sub>O a 25°C

En un primer momento, el óxido que se forma sobre el hierro es el  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ , lo que se refleja en potenciales de corrosión más negativos y que corresponden a la zona I de la figura 1. A medida que el potencial de las varillas aumenta, la composición del óxido formado en la superficie cambia. El óxido estable a potenciales más positivos es el  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ . Cuando en la varilla se registra un potencial como el de la zona III, el proceso de corrosión ha llegado a una fase estacionaria en la que el óxido predominante es el  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ . En este estado se ha completado la etapa de pasividad del metal en la cual la rapidez del proceso de corrosión se reduce considerablemente.

Para las soluciones más concentradas de NaCl este proceso se produce más rápidamente debido al aumento en la conductividad de la solución que favorece los procesos de transferencia de carga en la interfase metal-solución<sup>5</sup>. En la solución más concentrada de NaCl, este proceso se lleva a cabo en 40 días.

A pH inferiores a 6, la disolución del hierro se realiza mediante la formación de iones  $Fe^{2+}$ . Cuando el pH es de aproximadamente 7, como en nuestro caso, el equilibrio entre el hierro metálico con el  $Fe_3O_4$  se efectúa cuando el potencial vs. ENH está entre -0.5 y -0.1 V vs ENH, que en relación al ECS corresponde a -0.744 y -0.344 V, respectivamente. A potenciales inferiores, la especie predominante es el  $Fe_2O_3$  y que se sitúa en la zona III de la figura 1.

### 3.2 Curvas de Tafel

A partir de las curvas de polarización de Tafel, se puede calcular la corriente de corrosión,  $i_{corr}$ , de las varillas en los diferentes medios. Para un sistema electroquímico en el que la cinética está controlada por la transferencia de carga se tiene que:

$$\log i = \log i_{corr} + \frac{(E - E_{corr})}{b_a} \quad (1)$$

En donde,  $\log i$  es el logaritmo decimal de la magnitud de la corriente medida,  $\log i_{corr}$  corresponde al logaritmo decimal de la corriente de corrosión y  $b_a$  se conoce como la constante de Tafel anódica. La ecuación 1 corresponde a la ecuación de una recta. A partir del diagrama  $\log i = f(E - E_{corr})$ , tal como el de la figura 3, se puede estimar por extrapolación el valor de la corriente de corrosión.

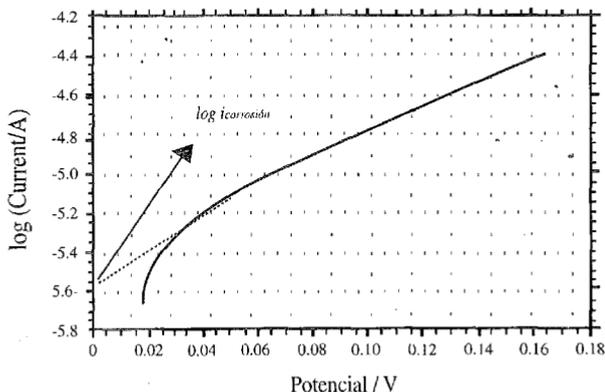


Figura 3 Diagrama de Tafel del Fe en NaCl 0,1 M

Conocido el valor de  $i_{corr}$ , se puede aplicar la Ley de Faraday y calcular la rapidez de corrosión del metal en el medio salino operando con la ecuación (2):

$$V_{corr} = \frac{i_{corr}}{nFS} \cdot \frac{mgFe}{día \cdot cm^2} \quad (2)$$

donde  $n$  es el número de electrones intercambiados,  $F$  es la constante de Faraday y  $S$  es el área de la varilla. De esta manera se encontró que en las soluciones 0,5 M, 0,1M y 0,001M de NaCl, la rapidez de corrosión del hierro es de 0,54 mg/(día  $cm^2$ ), 0,43 mg/(día  $cm^2$ ) y 0,17 mg/(día  $cm^2$ ), respectivamente.

Mediante medidas de pérdida de peso se estimó que la varilla está completamente oxidada cuando se han formado 30 mg de  $Fe_2O_3$  por  $cm^2$ . Al conocer la rapidez de corrosión se puede calcular el tiempo en el que se completa el proceso de corrosión en cada solución. Así, para las soluciones 0,5 M, 0,1M y 0,001M de NaCl, el tiempo de corrosión total (TCT) de la varilla es de 39, 49 y 124 días, respectivamente. Si se compara estos valores con lo observado en las varillas ANDEC en las zonas cercanas al mar, se deduce que su comportamiento se asemeja más al de las varillas tratadas en la solución 0,5M de NaCl.

El examen mediante el microscopio óptico revela también la intensidad del ataque en función del medio corrosivo. En la figura 4, se presenta el estado de cada varilla luego de 200 días de tratamiento:

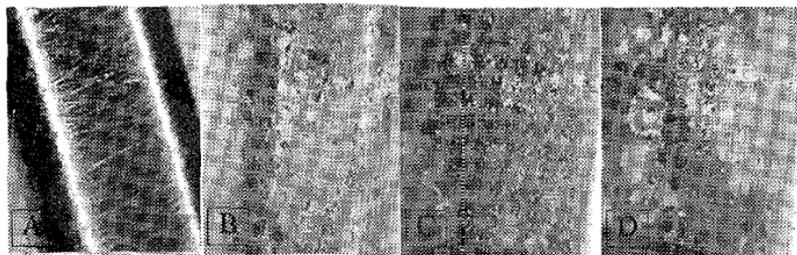
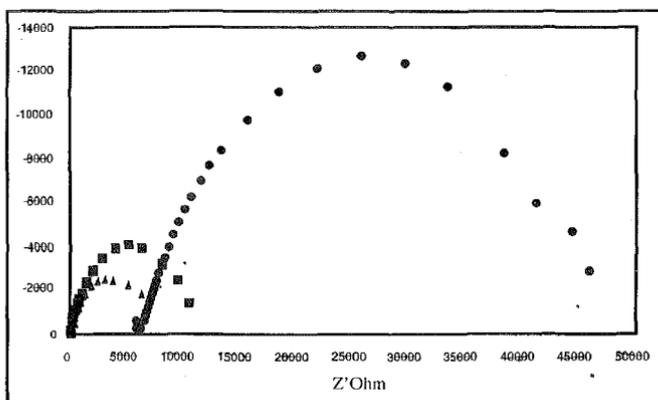


Figura 4. Estado de las varillas en función del medio corrosivo. (A) Varilla pulida. (B) NaCl 0,001M. (C) NaCl 0,01M. (D) NaCl 0,1M.

Mediante el cálculo de la rapidez de corrosión a partir de las curvas de Tafel, se supone que el proceso está controlado por la transferencia de carga y que la corrosión es uniforme en la superficie de la varilla.<sup>8</sup> En la realidad, esta condición no se cumple perfectamente; pues, la observación de las muestras mediante el microscopio óptico reveló la presencia de puntos de corrosión y de zonas oxidadas separadas de zonas "limpias"; sin embargo, los valores calculados se aproximan a los obtenidos mediante las medidas de pérdida de peso.

### 3.3 Espectroscopía de Impedancia Electroquímica, EIS.

Mediante esta técnica se puede evaluar las variaciones de la impedancia compleja en función de la frecuencia<sup>2</sup>, representadas en el plano denominado de Niquist como el de la figura 5.



**Figura 5.** Espectro EIS de las Varillas en Soluciones 0,5M (o), 0,1M (v) y 0,001M (●)

En este plano, se pueden identificar los componentes eléctricos del sistema electroquímico<sup>9</sup> que, para este caso, corresponde al circuito eléctrico de la figura 6.

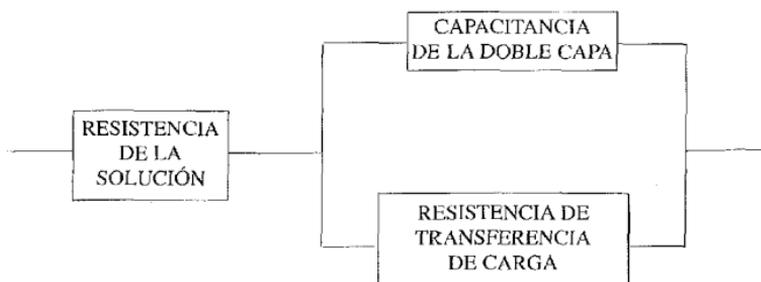


Figura 6. Circuito equivalente del sistema electroquímico de corrosión

De esta manera se construye la tabla 1:

Tabla 1. Valores Ajustados<sup>10</sup> para la Resistencia de la Solución, R, Capacitancia de la Doble Capa, Cdc y la Resistencia de Transferencia de Carga, Rtc.

MEDIO	R,ohm	Cdc, $\mu F/cm^2$	Rtc, ohm/cm <sup>2</sup>
0.001M	4800	125	251500
0.1M	100	750	70625
0.5M	28	1250	47500

La magnitud de la resistencia de transferencia de carga, Rtc, está relacionada con la facilidad de disolución o corrosión del hierro. Según esto, la varilla tratada con la solución 0.5 M se oxidará más rápidamente que las demás por tener una resistencia menor a la transferencia de carga en la interfase metal-solución. Este dato es coherente con lo obtenido mediante las curvas de Tafel y con la observación visual.

Con respecto a la capacitancia de la doble capa, Cdc, se observa que ésta es mayor para las soluciones más concentradas de NaCl. Si se considera que la doble capa se comporta como un capacitor de placas paralelas<sup>11</sup>, se deduce que la distancia de separación entre las placas, que en el modelo de Helmholtz está representado por el plano interno y externo<sup>12</sup>, disminuye conforme aumenta la concentración, pues el dieléctrico en todos los casos es el mismo: el agua. Estos valores para las soluciones 0,5M, 0,1M y 0,001M son

respectivamente de 0,56Å, 0,94Å y 5,66Å para una señal de 10mV de amplitud. A partir de estos resultados, se puede concluir que los procesos de transferencia de carga serán menos probables en la solución 0,001M lo que se confirma con el valor calculado de  $R_{tc}$  de la tabla N° 1.

La resistencia de las soluciones es inversamente proporcional a su concentración. La magnitud de la resistencia de la solución 0,001M representa el 11% del valor de la resistencia de transferencia de carga, razón por la cual en este medio no se puede utilizar las curvas de Tafel para estimar la rapidez de corrosión.<sup>8</sup> Para los otros medios en los que la magnitud de  $R_s$  es pequeña en relación a  $R_{tc}$ , se puede aplicar la Ley de Tafel.

#### 4. CONCLUSIONES

- Las varillas ANDEC que se comercializan en la Costa presentan un comportamiento similar al de las varillas tratadas con la solución de NaCl 0,5M. Esto es, luego de 39 días alcanzan el estado de pasividad, formando una capa de óxido férrico,  $Fe_2O_3$ , estable. La rapidez de corrosión asumiendo que es un proceso lineal es de 0,54 mg de  $Fe/(día\ cm^2)$ .
- En el proceso de corrosión de las varillas se forma primero una capa de  $Fe_3O_4$  y posteriormente una de  $Fe_2O_3$  cuando la oxidación ha llegado a una fase estacionaria indicada por una meseta en las curvas del Potencial de Corrosión en función del tiempo. Este proceso para las soluciones 0,5M, 0,1M y 0,001M se efectúa en 39, 49 y 124 días, respectivamente.
- La rapidez de corrosión de las varillas en soluciones de NaCl de concentración mayor a 0,1 M se puede calcular mediante la aplicación de la Ley de Tafel. Para concentraciones menores es necesario registrar los espectros de impedancia, EIS.
- La rapidez de corrosión aumenta a medida que se incrementa la concentración de NaCl en el medio de tratamiento; pues, la Resistencia de Transferencia de carga es menor en las soluciones más concentradas.

## 5. PERSPECTIVAS

Las técnicas electroquímicas sirven convenientemente para evaluar los parámetros físico-químicos que intervienen en los fenómenos de corrosión como también para evaluar los métodos anticorrosivos y de recubrimientos protectores.<sup>13</sup> La aplicación de estas técnicas es muy útil en la industria del embalaje de alimentos enlatados.<sup>14</sup>

## 6. AGRADECIMIENTO

El autor agradece al Dr. Luis Romo Saltos Ph.D. por su valiosa orientación en la ejecución de esta investigación.

## 7. Referencias Bibliográficas.

1. Kauffman A.M., UNDERSTANDING ELECTROCHEMICAL CELLS. Technical Report 17, Solartron Instruments, Hampshire, UK, 1997.
2. Keddam M., Principes et Applications des Techniques Electrochimiques en Corrosion, *Materiaux et Techniques*, 1-2, 39-46 (1994).
3. Skoog D.A. CHIMIE ANALYTIQUE, 7th Edición, De Boeck Université, Bruxelles 1997, p. 463.
4. Programa HSC Chemistry (version 2,03), Outukompu Research, Finlandia.
5. Romo L. TRATADO DE FÍSICO-QUÍMICA, 1ª Edición, Ed. Universitaria, 1990, p. 439.
6. J.J. Lamoureaux. PRÉCIS DE CORROSION. Editions Beauchemin, Quebec 1994, p. 25.
7. Bard A.J. ELECTROCHIMIE, PRINCIPES, METHODES ET APPLICATIONS. 1era Edición, Masson, París 1993.
8. Carrera P. Estudio de la Corrosión Mediante Métodos Electroquímicos. *Revista Ciencia*, Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército, 4(1), 39-47 (2001).
9. Girault H.H. ELECTROCHIMIE PHYSIQUE ET ANALITIQUE, PPUR Lausanne, 2001, p. 362.
10. Takenouti H., Programa Ariane. 1996.
11. Alonso M., FÍSICA. Addison-Welcy 1987, p. 76.
12. Atkins P. QUÍMICA-FÍSICA. 6th edición. Editorial Omega, Barcelona 1999, p. 882-898.
13. Walter G.W., The Application of Impedance Spectroscopy to Study the Uptake of Sodium Chloride Solution in Painted Metals. *Corrosion Science* 32, 1041-1058 (1991).
14. Gimenez P. Utilisation de l'Impedancemetrie dans l'Industrie de l'Emballage. *Materiaux & Techniques*, 1-2, 59-63 (1994).

# Evaluación de la presencia de *Trichinella* spp. en cerdos del Ecuador

Dr. M. Chávez<sup>1</sup>, Dr. P. Sandoval<sup>1</sup>, Dr. J. Tipanluisa<sup>2</sup>,  
Dr. L. Vizcaíno<sup>1</sup>, Dr. J. Ron<sup>1</sup> & Dr. W. Benítez-Ortiz<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Centro Internacional de Zoonosis (C.I.Z.)-  
Universidad Central del Ecuador (U.C.E)

<sup>2</sup> Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia (U.C.E.)

## Resumen

De 2000 muestras sanguíneas de cerdos, 62 sueros fueron analizados por el método ELISA, utilizando productos de excreción y secreción (ES), con el propósito de evaluar la presencia de anticuerpos en circulación contra *Trichinella spiralis*. De estos sueros 7 fueron positivos. Posteriormente, estos fueron analizados utilizando un ELISA anticuerpos, empleando un antígeno de Tyvelosa, Western Blot y un Kit de "TS-card pork" (American Research and Technology Exchange International S.R.L.®), con el propósito de confirmar los resultados obtenidos con los antígenos ES. Los resultados muestran que los 7 sueros analizados fueron positivos a ELISA-ES, ELISA-Tyvelosa y a Western Blot. Un caso fue negativo al "TS-card pork". Los resultados ponen en evidencia la existencia de anticuerpos de *Trichinella* spp. en Ecuador, sin embargo al no constatar la presencia física del parásito en 331 muestras musculares, sometidas a triquinoscopia y digestión artificial, no podemos confirmar la presencia del parásito.

**Palabras Claves:** *Trichinella spiralis*, cerdos, triquinoscopia, digestión artificial, ELISA, Tyvelosa, Western Blot, Ecuador.



## INTRODUCCION

La triquinosis constituye un importante problema desde el punto de vista de la salud pública y por su impacto económico. A nivel mundial, se estima que cerca de 11 millones de personas están infectadas ("Opinion of the Scientific Committee on Veterinary Measures relating to Public Health, 2001"). En Estados Unidos el costo económico para el control y la prevención de esta parasitosis es de un billón de dólares anualmente (Murell & Pozio, 2000).

En América Latina la triquinosis ha sido reportada en México, Argentina, Chile y Bolivia, donde constituye un importante problema de salud pública. En estos países la fuente de infección principal en el hombre, es el consumo de carne poco cocinada o de productos cárnicos provenientes de cerdos criados bajo condiciones de higiene deficientes y que son faenados clandestinamente (Ortega-Pierres *et al.*, 2000). En otros países como Colombia, Ecuador, Brasil, Paraguay y Venezuela, diferentes investigaciones no han revelado la presencia de triquinosis en los cerdos (Acha & Szyfres, 1989). Contrariamente a lo expresado por estos autores, en el Ecuador si se ha comprobado la presencia de *Trichinella* spp. conforme lo señalan Espinoza (1930) citado por Jiménez & Saltos (1999) y Chacha (1990).

Los últimos trabajos realizados utilizando las pruebas de triquinoscopia y digestión artificial no han evidenciado casos positivos (Ayabaca, 1997, Jiménez & Saltos, 1999, Sandoval & Tipanluisa, 2002), pero existen condiciones favorables para que esta zoonosis esté presente, ya que según el III Censo Agropecuario (Servicio de Información Agropecuaria del Ministerio de Agricultura y Ganadería del Ecuador, 2000), el 80 % de los cerdos son mantenidos en sistemas tradicionales de manejo, es decir en rústicas instalaciones o deambulando.

La carne de cerdo en la población ecuatoriana constituye una importante fuente proteica, existiendo platos típicos que en muchos de los casos son preparados a base de carne mal cocinada (García-Albea *et al.*, 1991), a lo indicado se agrega que los cerdos en el Ecuador son sacrificados en su mayoría en camales clandestinos, donde no se realiza la inspección veterinaria. Solo el 43% de los municipios cuentan con mataderos y de ellos solo el 55% de las actividades de inspección está a cargo de médicos veterinarios (Naranjo, 1993).

La implementación de métodos de diagnóstico sensibles y específicos es importante para el control de la triquinosis en los animales que son destinados para el consumo humano. Dos métodos son requeridos para el diagnóstico *post-mórtem* de triquinosis en los cerdos y en los caballos, estos son

la triquinoscopía y la digestión artificial ("Directive of the Council of the European Communities 77/96/EEC of December 21, 1976"). Hoy en día las pruebas serológicas constituyen una alternativa para el diagnóstico de triquinosis. Una de las pruebas más utilizadas es el ELISA, que utiliza antígenos purificados de excreción y secreción (ES), que han incrementado la especificidad y sensibilidad de este método; pudiendo detectar cerdos con cargas parasitarias leves (Gamble *et al.*, 1983).

Los estudios en Ecuador no son suficientes para establecer la presencia de *Trichinella* spp. en cerdos. Este trabajo, utilizando métodos inmunológicos y el diagnóstico directo pretende evidenciar la existencia del parásito en las poblaciones porcinas analizadas.

## MATERIALES Y METODOS

### *Descripción de la zona de estudio*

El Ecuador está situado en la costa noroccidental de América del Sur. Tiene una extensión de 260 mil kilómetros cuadrados. Posee una población de 12.6 millones de habitantes, de los cuales el 44 % habita en la zona rural. Está dividido en 22 provincias. Aunque geográficamente está situado en la línea ecuatorial, el clima es variado debido al relieve (está atravesado por la cadena montañosa de los Andes) y a la influencia de las corrientes fría de Humboldt y la cálida de El Niño que aparece entre enero y abril. El Ecuador cuenta con 4 regiones naturales: Llanura costera occidental (Costa), región andina (Sierra), llanura oriental (Oriente) y las islas Galápagos. La región de la Costa es calurosa y húmeda con una temperatura promedio anual de 26 °C. En la Sierra la temperatura varía de 7°C a 21°C. La región Oriental o Amazónica es más cálida y húmeda que la Costa, la temperatura puede llegar fácilmente a los 37.8°C con precipitaciones anuales de 2030 mm en promedio (Encarta 98).

### *Muestras sanguíneas y musculares*

#### *Muestreo # 1*

Sesenta y dos sueros porcinos fueron recolectados en 4 camales del Ecuador: Quito, Ibarra, Santo Domingo y Guayaquil (Tabla 1). Estos sueros fueron seleccionados de un grupo de 2000 muestras que resultaron sospechosas por ELISA empleando antígenos ES, con ratios ligeramente superiores a 1 (Sandoval & Tipanluisa, 2002), por ello fueron seleccionados para ser sometidos al análisis inmunológico complementario.

**Tabla 1.- Origen y número de muestras sospechosas al método ELISA-ES de cerdos recolectadas en cuatro camales del Ecuador**

Ubicación del camal		No. de sueros
Ciudad	Provincia	
<b>Región de la Sierra</b>		
Quito	Pichincha	20
Ibarra	Imbabura	6
<b>Región de la Costa</b>		
Guayaquil	Guayas	22
Santo Domingo	Pichincha	14
Total muestras		62

*Muestreo # 2*

Un total de 331 cerdos provenientes de 12 camales en 12 provincias del Ecuador fueron muestreados durante el período de octubre a diciembre del 2001 (Tabla 2), utilizando dos métodos de diagnóstico directo.

**Tabla 2.- Origen y número de muestras de cerdos recolectadas en doce camales del Ecuador**

Ubicación del camal		No. de sueros	No. muestra diafragma	No. muestras fecales
Ciudad	Provincia			
<b>Región de la Sierra</b>				
Tulcán	Carchi	25	25	25
Ibarra	Imbabura	25	25	25
Sangolquí	Pichincha	25	25	25
Latacunga	Cotopaxi	21	21	21
Riobamba	Chimborazo	30	30	-
Guaranda	Bolívar	22	22	22
Loja	Loja	80	80	80
<b>Región de la Costa</b>				
Portoviejo	Manabí	14	14	14
Guayaquil	Guayas	62	62	-
Machala	El Oro	13	13	13
<b>Región del Oriente</b>				
Tena	Napo	2	2	2
Puyo	Pastaza	12	12	12
<b>Total muestras recolectadas</b>		<b>331</b>	<b>331</b>	<b>239</b>

Las muestras sanguíneas se recolectaron al momento del sacrificio de los animales, y se centrifugaron para ser almacenadas a  $-20^{\circ}\text{C}$ . Posteriormente los sueros fueron sometidos al análisis por ELISA utilizando antígenos ES, en el Laboratorio del Centro Internacional de Zoonosis (CIZ) de la Universidad Central del Ecuador. Muestras musculares de entre 5 y 10 g del músculo diafragma (pilar o de la parte próxima a las costillas), fueron recolectadas, de cada uno de los cerdos, para ser analizadas por triquinoscopía y digestión artificial. El análisis por digestión artificial se realizó en una muestra colectiva proveniente de 25 cerdos, para lo cual de cada cerdo se tomaron 4 g del músculo diafragma.

Adicionalmente, se recolectaron muestras fecales de los cerdos, procedentes de los camales de Tulcán, Ibarra, Sangolquí, Latacunga, Guaranda, Loja, Portoviejo, Machala, Tena y Puyo (Tabla 2), con el propósito de identificar la posible presencia de parásitos gastrointestinales. Las muestras fueron analizadas por la técnica de concentración Formol-Eter.

La utilización de un registro permitió identificar la procedencia, así como los datos zootécnicos (edad, peso, raza, sexo) de los cerdos muestreados.

Los 62 sueros, provenientes de Pichincha, Imbabura y Guayas y los 331 sueros provenientes de las poblaciones antes indicadas, fueron analizadas por ELISA-ES, en el laboratorio del Instituto de Medicina Tropical en Amberes-Bélgica. Los sueros positivos fueron enviados para su confirmación al Centro de Parasitología Experimental en Dinamarca, donde fueron analizados por ELISA utilizando el carbohidrato sintético Tyvelosa, Western Blot empleando antígenos ES y por "TS-card pork" (Patrascu *et al.*, 2001).

## ELISA

En la presente investigación se utilizó un ELISA para la detección de anticuerpos contra *Trichinella spiralis* a base de productos de excreción y secreción (ES) de larvas musculares. El antígeno fue preparado de acuerdo a una adaptación del método empleado por Gamble *et al.* (1983).

El procedimiento consistió en fijar con  $100\ \mu\text{l}$  del antígeno ES de larvas musculares de *T. spiralis*, a una concentración de  $3.125\ \mu\text{g}/\text{ml}$  en la placa de Poliestireno (Nunc-Inmuno Plate Maxisorp®) y se incubó durante 30 minutos a  $37^{\circ}\text{C}$  en agitación. La placa se lavó una vez en PBS-Tween 20 (Solución tampón fosfato pH 7.3 y 0.05% v/v de Tween 20), luego se bloqueó

con PBS-Tween 20+2% de NBCS (Newborn Calf Serum) inactivado por el calor, y se incubó por 15 min a 37°C en agitación. Después de vaciar los posillos, sin lavarlos, los sueros (100 µl) en una dilución de 1/200 en PBS-Tween 20+ NBCS 2% fueron añadidos en doble cúpula e incubados por 15 min a 37°C en agitación. Después de dos lavadas se agregó el conjugado anti-pig IgG/Peroxidasa (Sigma®) a una concentración de 1/20000 en PBS-Tween 20+NBCS 2 % y se incubó por 15 min a 37°C en agitación. Después de lavar dos veces, se añadió o-PD (Dako®) + H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> al 30 % y fue incubado por 15 min a 30°C en oscuridad sin agitar, la reacción fue detenida al agregar 50 µl de H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> 4N.

El umbral de positividad o "cut-off", se calculó utilizando la prueba de "t" student modificado, comparando la densidad óptica (DO) de cada muestra problema con el promedio de las DO de una serie de 8 controles negativos, a una probabilidad de P = 0.001 (Sokal & Rohlf, 1981). Los resultados fueron expresados por el ratio que se calcula dividiendo los valores de la DO de las muestras problema para el valor del "cut-off" calculado, los valores fueron positivos con un ratio a partir de 1.

*Método de Digestión Artificial (DA) utilizando un agitador con placa térmica magnética.*

Adaptado del método descrito en el Anexo 1 de "Directive of the Council of the European Communities 77/96/EEC of December 21, 1976" relativa a la investigación de Triquinas. El procedimiento consistió en añadir 2.0 litros de agua corriente a 45°C en un vaso de precipitación, luego se adicionó 16 ml (±0.5 ml) de ácido clorhídrico al 25% y 10 g (±0.2 g) de pepsina (2000 FIP-U/g 25398 VoorT Labo®), luego se añadió 100 g (±1 g) de la muestra colectiva de diafragma previamente molida. La digestión artificial se realizó utilizando un agitador térmico (Labinco®Model BVL32), a una temperatura entre 44-46°C, durante 30 minutos, el producto de digestión fue filtrado y agregado al embudo de decantación y se dejó sedimentar por 30 minutos. El siguiente paso consistió en transferir rápidamente 40 ml del sedimento a la probeta, dejándose sedimentar por 10 minutos, luego de eliminar cuidadosamente 30 ml del sobrenadante; se adicionaron 30 ml de agua corriente, la nueva solución se dejó en reposo durante 10 minutos, y nuevamente se eliminaron 30 ml del sobrenadante. Los 10 ml restantes del sedimento fueron añadidos en una caja petri, y se observó en el estereomicroscopio a un aumento de 20 X.

## Triquinoscopia

Adaptado del procedimiento descrito en el Anexo 1 de "Directive of the Council of the European Communities 77/96/EEC of December 21, 1976" relativa a la investigación de Triquinas. El procedimiento consistió en dividir aproximadamente un gramo de cada muestra muscular, en 28 pedazos, los cuales fueron comprimidos entre dos láminas de vidrio, de tal forma que el tejido fue distendido tomando una apariencia translúcida. La examinación de la muestra se realizó en el estéreo microscopio a 20 X.

## RESULTADOS

### Muestreo # 1

La prueba ELISA utilizando productos de ES, permitió detectar anticuerpos en 7 (11.29%) de los 62 sueros porcinos analizados. El rango del ratio de los sueros positivos estuvieron entre 1.4 y 2.5 (Tabla 3).

Los resultados obtenidos por la prueba ELISA utilizando el antígeno Tyvelosa y Western Blot confirmaron estos títulos positivos. Por Western Blot solamente en el suero número 4 se evidenció una banda de menor intensidad.

De los sueros analizados por "TS-card pork" utilizando antígenos somáticos de larvas musculares de *T. spiralis*, 6 sueros fueron positivos. El aspecto de la banda en la muestra 2 fue de menor intensidad, pero fue positivo. La muestra 1 resultó negativa por este método.

**Tabla 3.- Seroprevalencia de *Trichinella* spp. en cerdos en el Ecuador: análisis comparativo de 7 sueros, seropositivos por ELISA -ES y Tyvelosa, Western Blot utilizando ES y por "TS-card pork" utilizando antígenos somáticos**

Sueros	ELISA		Western blot	
	Ag ES (ratio)	Antígeno Tyvelosa	(ES)	"TS-card pork"
1	2.3	+	+	-
2	1.5	+	+	±
3	1.8	+	+	+
4	1.6	+	±	+
5	1.5	+	+	+
6	2.5	+	+	+
7	1.6	+	+	+

+ Positivo    - Negativo    ± Positivo (Banda de baja intensidad)

En cuanto al análisis zootécnico, cuatro de los 7 cerdos positivos fueron machos y 3 fueron hembras. Cuatro cerdos fueron mestizos y 3 cerdos fueron considerados como "criollos"; el promedio de edad fue de 13.28 meses (DS=5.37) y un peso promedio de 56.14 kg (DS= 25.63).

Los animales positivos procedieron de las provincias de Pichincha, Cotopaxi, Manabí y Guayas. Cinco de los cerdos provenían de ciudades ubicadas en la región de la Costa (2 cerdos de Santo Domingo, uno de Alluriquín, uno de Chone y uno de Urbinajado) y 2 de la Sierra (Quito y Latacunga).

### *Muestreo # 2*

En los 331 cerdos, no se encontraron casos positivos a la prueba ELISA, digestión artificial y triquinoscopia.

De las 239 muestras fecales analizadas, el 37% demostraron la presencia de parásitos gastro intestinales, los más comunes fueron parásitos de la clase nemátoda (*strongylididae*, *strongylidae*, *trichuridae*, *ascariididae*) y de la clase acanthocephala (*Macracanthorhynchus hirudinaceus*). En 8 (2.42%) cerdos se pudo constatar la presencia de *Trichuris suis*.

## DISCUSION

De los 62 sueros pre-seleccionados, analizados en nuestro estudio por el método ELISA, utilizando productos de excreción/secreción (ES), 7 sueros resultaron positivos. Según Gamble (1983) y Van Knapen *et al.* (1984), la utilización de antígenos ES incrementa la sensibilidad y especificidad del diagnóstico de *T. spiralis* en cerdos, pudiendo detectar infecciones naturales con densidades parasitarias muy bajas. Los productos de ES son productos metabólicos producidos por los equistocitos y son obtenidos por cultivo *in vitro* de larvas musculares (aisladas de los músculos por digestión artificial) de *T. spiralis*. La especificidad de estos antígenos parece ser suficiente, ya que Diouf (2000), no obtuvo reacciones cruzadas con otros nemátodos como *Ascaris suum*, *Oesophagostomum dentatum*, *Trichuris suis* y *Taenia solium* en los cerdos. Además, ninguno de los 331 cerdos muestreados en el segundo análisis dieron resultados positivos, indicando que ES es un antígeno relativamente específico, puesto que los nemátodos gastrointestinales fueron observados en el 37% de estos cerdos incluyendo algunos con *Trichuris suis*. Los siete sueros que resultaron positivos, fueron enviados para el análisis adicional por un ELISA utilizando un antígeno Tyvelosa. Los an-

tígenos *TSL-1* son un grupo de glicoproteínas que poseen un epítoto carbohidrato inmunodominante, 3,6-dideoxy-D-arabinohexose (Tyvclosa), que parece ser único para *Trichinella* spp. Este antígeno se encuentra ubicado en la superficie cuticular y en los gránulos alfa de los equistocitos de las larvas musculares de *T. spiralis* (Ortega-Pierres *et al.*, 1996). Bruschi *et al.* (2001), observaron una sensibilidad del 100% en sueros humanos y la ausencia de reacciones cruzadas. Este antígeno no estuvo disponible en el IMT y debido a su alto costo, solamente fueron enviadas para análisis las muestras positivas al ELISA-ES. Los mismos 7 sueros fueron probados por Western Blot contra el antígeno ES, resultando positivos. Según Aguilar *et al.* (2000), el empleo del Western Blot utilizando antígenos ES, fue 100% sensible y específico para *T. spiralis* en cerdos. El método de "TS-card pork" basado en el principio de interceptar anticuerpos entre un sandwich de antígenos larvales somáticos, fue indudablemente positivo para cinco sueros, un suero demostró una banda de menor intensidad y el otro fue considerado negativo. Según Patrascu *et al.* (2001), este método tiene una alta sensibilidad y especificidad, pero la variable intensidad de las bandas pueden dificultar su interpretación.

De cada uno de los 331 cerdos se examinó el diafragma por digestión artificial y triquinoscopia, pero no se encontró ningún caso positivo a *Trichinella* spp. Gamble (1996, 1998); Venturcillo *et al.* (1995); Forbes & Gajadhar (1999), sugieren que para el diagnóstico de triquinosis en los cerdos, por el método de digestión artificial, se requiere digerir un mínimo 5 g del músculo de predilección, para detectar infecciones iguales o superiores a 1 larva por gramo.

Debido a que durante el estudio resultó difícil recolectar la muestra de cada uno de los cerdos, ya que los dueños de los animales no lo permitieron o porque en algunos casos el diafragma era incluido en las vísceras, fue necesario utilizar los fragmentos que quedaron en las carcasas, para obtener aproximadamente 4 g de muestra para el análisis. El tamaño de la muestra individual pudo haber sido un factor limitante.

En el Ecuador, no existe un diagnóstico de rutina para la triquinosis en los cerdos sacrificados en los camales menos aún en los camales clandestinos. Estudios anteriores no han revelado casos positivos a través de la triquinoscopia y digestión artificial (Valencia, 1976; Ayabaca, 1997). Varias investigaciones han confirmado la presencia de triquinosis en animales y en el hombre en varios países de América del Sur, y se concluye que las condiciones higiénicas deficientes en las cuales es criado el cerdo, constituyen el principal factor de riesgo (Ortega-Pierres *et al.*, 2000).

En el Ecuador el 80% de los cerdos son mantenidos en sistemas tradicionales de manejo, permitiendo que los animales deambulen o sean mantenidos cerca de los caminos atados a una "estaca"; en estas circunstancias los animales buscan su propio alimento o son alimentados con desperdicios de cocina. Según Yépez-Mulíá & Ortega-Pierres (1994), la nutrición de los animales criados bajo estas condiciones, se ve reflejada por una alta mortalidad que puede conducir al canibalismo entre los cerdos, o ser consumidos por otros animales y de esta forma convertirse en potenciales transmisores de esta parasitosis.

Según lo observado por Acha & Szyfres (1989), en Argentina y Chile los cerdos que son alimentados con desperdicios de cocina o que tienen acceso a depósitos de basura, han sido el origen de epidemias de triquinosis. En el Ecuador, es posible que la *Trichinella* spp., no esté presente en los animales domésticos, ni en el hombre, pero no se puede excluir que en Ecuador una cepa o especie no zoonótica esté presente. Ciertas especies salvajes de *Trichinella* como *T. nativa*, *T. murrelli* y *Trichinella* (T6), establecen poco riesgo para el hombre por el consumo del cerdo, debido a la baja infectividad y a la baja persistencia de estas especies en los cerdos (Kapel & Gamble, 2000). También su predominio puede ser muy bajo o su distribución puede ser focal para ser detectado por exámenes en los mataderos.

Todavía las reacciones positivas de Tyvelosa merecen la investigación adicional. Se puede recomendar concentrar los exámenes específicamente a aquellas comunidades donde los cerdos son mantenidos en condiciones tradicionales de manejo, incluyendo la matanza clandestina. Los seres humanos portadores de *T. solium* son prueba evidente que consumieron carne de cerdo poco cocinada y puede ser interesante supervisar a estos pacientes para evaluar también la presencia de triquinosis.

Los exámenes serológicos, basados en ELISA utilizando los antígenos de ES, son una buena alternativa en relación a los métodos de diagnóstico directo, que son más laboriosos y menos sensibles, tales como la triquinoscopia y la digestión artificial. Sin embargo los sueros positivos por ELISA-ES necesitarán la confirmación subsiguiente por el método ELISA utilizando antígenos Tyvelosa. Debido al alto costo de este último antígeno, el desarrollo de un ELISA sandwich para detección de antígenos circulantes puede ofrecer una alternativa. De todos modos la demostración directa del parásito en casos seropositivos será necesario, seguido preferiblemente por la caracterización adicional a través de los análisis morfológicos y biológicos y por el método PCR.

Este trabajo nos ha permitido evidenciar la presencia de anticuerpos en circulación de *Trichinella* spp., pero no fue posible constatar la presencia del parásito. Consideramos necesario profundizar en estos estudios y trabajar en el mejoramiento de los métodos que permitan un seguimiento rápido y preciso de los animales parasitados que se destinan al consumo humano. Esta actividad podría ser complementada con una observación y vigilancia de las granjas y explotaciones productoras de porcinos.

## AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi agradecimiento al Dr. Jef. Brandt, Dr. Washington Benítez, Dr. Pierre Dorny, Dr. Dirk Berkvens y Dr. Stanny Geerts por sus valiosos aportes que contribuyeron a la realización de la presente investigación.

Mi agradecimiento al Dr. C. Kapel de Danish Centre for Experimental Parasitology, por el análisis de las muestras mediante las técnicas ELISA (Tyvelosa) y Western Blot. Así como al Dr. I. V. Patrascu presidente de American Research and Technology Exchange International S.R.L. Rumania, por habernos facilitado el "TS-card pork".

Al equipo de trabajo del Centro Internacional de Zoonosis, así como al personal de Laboratorio del Departamento Veterinario del Instituto de Medicina Tropical Príncipe Leopoldo y muy especialmente al Dr. Patricio Sandoval, Dr. Jorge Tipanluisa, Dr. Jorge Rón, Tecnóloga Laura Vizcaíno, Frank Ceulemans, Bjorn Victor, Marc Jochems, quienes brindaron su ayuda para la recolección y el análisis de las muestras.

Un agradecimiento especial al Ministerio de la Cooperación Belga y al IMT por su apoyo logístico y financiero.

## Referencias Bibliográficas.

- 1.- Acha, P. N. & Szyfrcs, B., 1989. Trichinellose. In: *Zoonoses et maladies transmissibles communes à l'homme et aux animaux*. Office International des Epizooties (OIE), Paris, pp. 933 – 950.
- 2.- Aguilar-Figueroa, B.R., Bautista-Garfias, C.R., Rojas, J., de Nova, M.E., Rodríguez, O.I. & Martínez-Gómez, F., 2000. Experimental swine trichinellosis: Use of Dot-ELISA and Western Blot with excretion/secretion antigens (ES) from infective Larvae to detect anti-*Trichinella spiralis* antibodies. *Revista Latinoamericana de Microbiología*, 42: 57-62.
- 3.- Ayabaca, A., 1997. Presencia de *Trichinella spiralis* en cerdos faenados en los camales de Quito y Sangolquí por medio de la Digestión Artificial. Tesis Doctoral en Medicina Veterinaria y Zootecnia, Universidad Central del Ecuador, Quito.
- 4.- Bruschi, F., Moretti, A., Wassom, D. & Piergili, F.D., 2001. The use of a synthetic antigen for the serological diagnosis of human trichinellosis. *Parasite*, 8: S141-S143.
- 5.- Chacha, C., 1990. Incidencia de *Trichinella spiralis* en el Camal Frigorífico Municipal de Cuenca. Tesis Doctoral en Medicina Veterinaria y Zootecnia, Universidad Estatal de Cuenca.

- 6.- Diouf, S., 2000. Mise au point de la technique ELISA pour le diagnostic de la trichinellose et son utilisation par enquête épidémiologique. Thèse de M.Sc; 91, 2000. Institut de Médecine Tropicale "Prince Leopold" Antwerp, Belgique, pp. 1-77.
- 7.- Encarta 98, 1998. Territorio y recursos del Ecuador. Enciclopedia Microsoft. Versión 4.10, 1998.
- 8.- European Economic Community, 2001. Opinion of the scientific committee on veterinary measures relating to public health on Trichinellosis, epidemiology, methods of detection and *Trichinella-free* pig production.
- 9.- European Economic Community, 1976. Directive 77/96/CEE. Official Journal of the European Communities, 26, 67-77.
- 10.- Forbcs, L.B. & Gajadhar, A.A., 1999. A validated *Trichinella* digestion assay and an associated sampling and quality assurance system for use in testing pork and horse meat. Journal of Food Protection, 62: 1308-1313.
- 11.- Gamble, H.R., 1998. Sensitivity of artificial digestion and enzyme immunoassay methods of inspection for trichinae in pigs. Journal of Food Protection, 61: 339-343.
- 12.- Gamble, H.R., 1996. Detection of trichinellosis in pigs by artificial digestion and enzyme immunoassay. Journal of Food Protection, 59: 295-298.
- 13.- Gamble, H.R., Anderson, W.R., Graham, C.E. & Murrell, K.D., 1983. Diagnosis of swine trichinosis by enzyme-linked immunosorbent assay (ELISA) using an excretory--secretory antigen. Veterinary Parasitology, 13: 349-361.4
- 14.- García Albea, E., Cruz, I. & Cruz, M., 1991. Epidemiología de Teniasis-Cisticercosis. In: *Teniasis-Cisticercosis en Ecuador*, Ministerio de Salud Pública del Ecuador and Rotary Club Quito (Editors), 1 Ed. Quito, pp. 6-18.
- 15.- Jiménez, D. & Saltos, J., 1999. Determinar la incidencia de *Trichinella spiralis* en cerdos faenados en el Matadero Municipal de Guayaquil. Tesis Doctoral en Medicina Veterinaria y Zootecnia, Universidad Estatal de Guayaquil.
- 16.- Kapcl, C.M. & Gamble, H.R., 2000. Infectivity, persistence, and antibody response to domestic and sylvatic *Trichinella* spp. in experimentally infected pigs. International Journal for Parasitology, 30: 215-221.
- 17.- Murrell, K.D. & Pozio, F., 2000. Trichinellosis: the zoonosis that won't go quietly. International Journal for Parasitology, 30: 1339-1349.
- 18.- Naranjo, P., 1993. Programa de Prevención y Control de la Cisticercosis In: *Parasitosis Cerebral e Intestinal: Problemas de Salud Pública*. Quito-Ecuador, pp 63-67.
- 19.- Ortega-Pierres, M.G., Arriaga, C. & Yépez-Muliá, L., 2000. Epidemiology of trichinellosis in Mexico, Central and South America. Veterinary Parasitology, 93: 201-225.
- 20.- Ortega-Pierres, M.G., Yépez-Muliá, L., Homan, W., Gamble, H.R., Lim, P.L., Takahashi, Y., Wassom, D.I. & Appleton, J.A., 1996. Workshop on a detailed characterization of *Trichinella spiralis* antigens: a platform for future studies on antigens and antibodies to this parasite. Parasite Immunology, 18: 273-284.
- 21.- Patrascu, I., Gamble, H.R., Sofronic-Milosavljevic, L., Radulescu, R., Andrei, A., Ionescu, V., Timocanu, V., Boireau, P., Cuperlovic, K., Djordjevic, M., Murrell, K.D., Noecker, K. & Pozio, E., 2001. The lateral flow card test: an alternative method for the detection of *Trichinella* infection in swine. Parasite, 8: S240-S242.
- 22.- Sandoval, P. & Tipanluisa, J. 2002. La triquinelosis en el Ecuador. Tesis Doctoral en Medicina Veterinaria y Zootecnia, Universidad Central del Ecuador, Quito.

23. Servicio de Información Agropecuaria del Ministerio de Agricultura y Ganadería del Ecuador. Proyecto SICA/MAG, 2000. Capítulo: Cadenas Agroindustriales y Censo Agropecuario: <http://www.sica.gov.ec/cadenas/index.html>.
- 24.- Sokal, R. and Rohlf, F., 1981. Biometry. The principles and practice of statistics. In: *Biological Recherche*, 2<sup>nd</sup> édition. Freeman, W.H. and Company, New York, pp 229-231.
- 25.- Van Knapen, F., Franchimont, J.H., Ruitenberg, E.J., Andre, P., Baldelli, B., Gibson, T.E., Henriksen, S.A., Kohler, G., Roneus, O., & Skovgaard, N., 1984. Comparison of three methods for detection of prolonged experimental trichinellosis in pigs. *Veterinary Parasitology*, 16: 167-171.
- 26.- Valencia, V., 1976. Investigación de *Trichinella spiralis* en cerdos sacrificados en el Camal Municipal de Sangolquí. Tesis Doctoral en Medicina Veterinaria y Zootecnia, Universidad Central del Ecuador, Quito.
- 27.- Venturiello, S.M., Ben, G.J., Costantino, S.N., Malmassari, S.L., Nuncz, G.G., Veneroni, R.L. & Traversa, M.J., 1998. Diagnosis of porcine trichinellosis: parasitological and immunoserological tests in pigs from endemic areas of Argentina. *Veterinary Parasitology*, 74: 215-228.
- 28.- Yépez-Muliá, L. & Ortega-Pierres, M.G., 1994. Aspectos actuales sobre el diagnóstico de la trichinelosis. *Revista Latinoamericana de Microbiología*, 36: 127-138.

## Chocho, carne vegetal

Dr. Plutarco Naranjo

Universidad Andina Simón Bolívar, Quito

**E**l chocho, es una planta y también así se llaman sus semillas o granos, utilizados en la alimentación de las comunidades aborígenes de la región andina desde más de 2000 años.

### ASPECTOS BOTÁNICOS:

La denominación botánica del chocho es **Lupinus mutabilis** Sweet, de la familia fabaceae (Leguminosae) Hook.

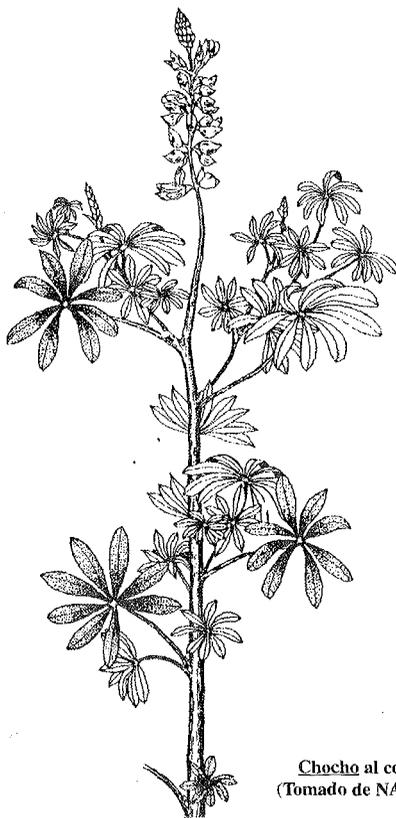
El chocho es una planta herbácea anual. Alcanza una altura de 0.8 a 1.5 mtrs; con hojas digitadas y flores atractivas de varios colores, según las variedades, pero predominan los colores blanco –azul o blanco– púrpura. Crece en los Andes desde los 2.000 hasta más de los 3.000 metros sobre el nivel del mar. Los granos o semillas son blancos, redondos, algo biconcavos. Es una especie que muta con facilidad. En la región andina se han identificado más de 50 especies de género *Lupinus* y en el continente americano más de 100. Algunas ofrecen flores hermosas y son utilizadas como ornamentales.

### NOMBRES VULGARES:

En quichua, tarwi escrito también tarhui; nombre usado en parte del Perú y Bolivia. En aymara, tauri; en shuar unmasu; chocho en el Ecuador y parte del Perú; Chochos en Colombia; otros nombres tauli, ullus, chuchus, muti, taura, tarín, sécula, lupin; altramúz, nombre utilizado por los españoles en razón de la semejanza de este grano con el lupino europeo.

La conferencia de la International Lupin Association, de 1980, propuso el nombre de "andean lupin", (lupín andino) para uso internacional. La palabra quichua chuchu, significa pezón, teta, mama o seno y también leche de la madre.

El nombre chocho parece que es una castellanización del quichua chuchu (la palabra amu, se pronuncia amo, pero en quichua amo es tonto, mudo; la palabra chamicu, se ha castellanizado a chamico).



Chocho al comienzo de la floración  
(Tomado de NATional Research Council)

El grano de chocho listo para comer, molido o machacado y exprimido produce un líquido blanquecino parecido a la leche y además, muy nutritivo que los aborígenes utilizaron al igual que la quinua para desmamantar y alimentar a los niños.

## ASPECTOS MITOLÓGICOS E HISTÓRICOS

Los lupinos fueron conocidos en el Viejo Mundo desde tiempos inmemoriales. En Egipto fueron utilizados tanto para la alimentación humana como animal, en especial la especie *Lupinus albus*; los griegos utilizaron para ambos fines el lupinus que ellos denominaron que quiere decir cálido o caliente.

En la antigua Grecia tanto los alimentos como las plantas medicinales se clasificaban en frías o calientes, secas y húmedas. El chocho griego fue considerado como un alimento y un medicamento cálido. De la palabra griega, los árabes del norte de Africa derivaron la denominación **AT-TURNUZ** que se aplicó a diferentes clases de lupinus. Cuando los árabes invadieron la península hispánica, en Castilla la palabra se convirtió en **Ar-turbus** y luego, en forma más abreviada en Altramuz... mientras en Portugal se simplificó en Tremoc.

Según parece, en el Viejo Mundo, los primeros en descubrir el valor nutritivo de este tipo de planta fueron los animales, entre ellos cabras y lobos comían con preferencia a otros pastos, plantas del género *Lupinus*, en especial la especie *Albus*, que quiere decir blanco, muy poco amarga a diferencia de nuestro chocho que tiene un alto contenido de alcaloides que le confiere el sabor amargo.

Denominaron a la planta *Lupinos*, que deriva de la palabra lobo. Cuando Linneo, el padre de la taxonomía de las plantas, dio el nombre al género botánico utilizó precisamente el nombre de *Lupinus* para denominarle.

Un mito que surgió entre la población aborígen, después de su cristianización, para explicar el amargor del chocho, según relato de Guevara, cuenta que cuando Jesús se escondió entre los chochos, huyendo de sus perseguidores, una banda de tórtolas posó sobre las matas de los chochos, las tórtolas volaron y las plantas de chochos se balancearon, haciendo ruido a tal punto que delataron la presencia de Jesucristo. Como castigo, Jesús tornó amargo a los chochos y condenó a las tórtolas a volar siempre con la cabeza baja, imposibilitadas de mirar al cielo.

Las poblaciones andinas consumieron chochos, como analiza Antúnez desde tiempos inmemoriales, anteriores a la época incaica. No hay datación cierta de la antigüedad, se estima que es de más de 1.500 años anterior a la era cristiana

Los españoles conocieron el chocho cuando lograron ascender a los Andes, a los territorios ocupados por los incas. Pero como el altramuz en España no fue un alimento favorito, no les llamó la atención este altramuz americano. En todo caso algunos de los historiadores o Cronistas de Indias mencionan la costumbre de los aborígenes de alimentarse con chochos, entre ellos Jiménez de la Espada, Cabello Balboa, Herrera.

Muy tempranamente en la historia, en 1539, según la mención de Tapia, el padre Valverde, en carta al rey, sugirió que los impuestos se puedan cobrar en chochos. Como los españoles se repartieron la tierra con los correspondientes indios, los cultivos se limitaron a aquellos alimentos que ordenaban los nuevos propietarios, los encomenderos, como el maíz y las papas y los productos traídos de Europa, como el trigo para consumo humano y la cebada para los caballos y la elaboración de cerveza. El cultivo de chocho fue disminuyendo progresivamente y restringido a las pequeñas parcelas que recibían los indios en compensación por su trabajo llamados huasipungos.

En las recientes décadas y gracias a las investigaciones químicas y biológicas que han demostrado el alto valor nutritivo del chocho, ha aumentado su consumo y su producción aunque está lejos todavía de la producción extensiva y la exportación.

El botánico Caldas, discípulo y colaborador de Mutis, después de su recorrido por el Ecuador, en 1804 menciona: "La providencia había puesto en manos de los hombres un grano (el chocho) que en ninguna parte se cría mejor que en los arenales de Callo (provincia del Cotopaxi). Dice también: "Se ve por todas partes sementeras de estas plantas, que, se produce con el mayor vigor y de un verde subido y frondoso, a lado de un trigo moribundo. Este grano lo recogen, lo trillan como el trigo, lo ponen en sacos grandes, en uno de los ríos por espacio de 3 a 4 días y así lo conducen a Quito y lo consumen".

## **PREPARACIÓN Y CONSUMO TRADICIONALES**

Guevara, Carvalho Neto, Paredes y otros se han ocupado sobre la forma de procesar el grano seco hasta que esté listo para el consumo y las modalidades de éste.

En breve resumen el grano seco puede cocinarse por el tiempo necesario hasta que el grano aumenta de tamaño y se suavice lo suficiente para su consumo. Luego es sometido a una especie de lixiviación, es decir, se coloca en un costal y se lo deja en agua corriente, por varios días hasta que pierda el amargor y el agua ya no espume. Alternativamente, el grano es remojado por un día y luego cocido y desamargado. Así está listo para el consumo directo o agregado un poco de sal. Tiene un sabor parecido a almendras. Los aborígenes lo consumían y aún subsiste la costumbre, con cierta frecuencia pero sobre todo en las festividades. Descubrieron que asociado al maíz era mejor alimento, sea con el maíz tostado o en forma de mote. Después de la conquista española se agregan también rebanadas de zanahoria (amarilla) cocida y cebolla paitaña (roja) "curtida", forma en la cual hasta hoy se conoce como "cosas finas".

El chocho se ha utilizado sea molido o entero en diversas preparaciones culinarias, como salsas, una muy popular, la de ají. En el caso del chocho entero, el grano se infiltra de picante del ají, como gusta a mucha gente. Es uno de los granos componentes del tradicionalísimo guiso llamado fanesca, que se prepara sólo en Semana Santa. En la actualidad también se prepara el cebiche de chocho.

## ASPECTOS AGRÍCOLAS

Los aborígenes, aunque cultivaban sementeras de unos pocos miles de metros cuadrados de extensión, sembraban con frecuencia en la periferia de otros cultivos, de papas o maíz para protegerlos de los vientos y aun de las heladas.

**Rotación de cultivos:** Los indios andinos, con siglos de anticipación a los europeos, descubrieron la importancia de rotar los cultivos. En el caso de la papa especialmente si se repite su cultivo a año seguido, la siguiente cosecha es menor y sobre todo el tubérculo es atacado por el gusano y el rendimiento económico disminuye. Descubrieron que si las papas se siembran después de haber cosechado los chochos, aumenta el rendimiento y el tubérculo es poco o nada atacado por el gusano. Hoy se conoce que las raíces del chocho y otras leguminosas excretan sustancias tóxicas para esos parásitos.

**Fertilización del suelo:** El terreno en el que se ha cultivado el chocho queda, en cierta medida fertilizado. Esto, empíricamente descubrieron los aborígenes. Ahora se sabe la razón de este fenómeno. Las raicillas son atacadas por bacterias del género *Rhizobium*, en especial por el *R. Lupini* que forma nudosidades. Experimentalmente se ha encontrado que a los 5 ó 6 días de germinación, comienzan ya aparecer las nudosidades. El *Rhizobium* tiene la rara característica de asimilar el nitrógeno del aire y convertirlo en aminoácidos y proteínas que parcialmente, en un proceso simbiótico, absorbe y asimila la planta superior. Por esta razón las hojas y sobre todo los granos leguminosos y en particular el chocho alcanzan altos contenidos de proteínas.

La otra ventaja que ofrece este fenómeno es que al arrancar la mata, sobre todo si está seca y quedan en el subsuelo las raicillas y sus nódulos, nitrifican el suelo y favorecen la siguiente producción de papas o cereales.

Brücher menciona experiencias soviéticas que demuestran que la planta de chocho produce más materia verde que otros lupinos. Una hectárea ha producido 5 toneladas de plantas utilizadas como pienso, con un contenido de 1.75 toneladas de proteínas. Fija alrededor de 400 kg de nitrógeno por hectárea.

Algunas ventajas y desventajas: Tapia, trató con bastante extensión ciertas ventajas y desventajas agrícolas, agronómicas y genéticas. Entre las ventajas pueden mencionarse la tolerancia de la planta a la sequía y las heladas, la resistencia a pestes que afectan a otras leguminosas, el mayor rendimiento por hectárea. De paso se menciona que un kilogramo tiene entre 3.500 y 5.000 granos o semillas. El grano seco puede almacenarse por mayor tiempo que la mayoría de cereales.

Entre las desventajas hay que mencionar la variabilidad y mutabilidad. Es frecuente la polinización cruzada, alrededor del 10%, lo cual dificulta el mantener cultivos puros de variedades obtenidas de chocho "chulla".

**El chocho, carne vegetal.- Las proteínas:** Como puede verse en la Tabla I, el chocho tiene un alto contenido en proteínas, comparable con los cárnicos y otros alimentos de origen animal. La carne de res semigorda, que es la de mayor consumo, con el 62.1% de humedad tiene el 18,7% de proteínas, frente al chocho que con menor humedad (7.7) tiene el 44,3% de proteínas.

**Tabla I**

COMPOSICION QUIMICA DE VARIOS ALIMENTOS PROTEICOS  
Y EL CHOCHO (1)  
(Por 100 gr. de porción comestible)

PRODUCTO	HUMEDAD	PROTEINAS	GRASAS	HID. DE CARB
Carne de res:				
Magra	75.0	21.4	2.4	(0)
Semigorda	62.1	18.7	18.2	(0)
Gorda	57.7	16.0	25.4	(0)
Seca	16.3	64.8	4.5	(0)
Pollo	70.6	18.2	10.2	(0)
Gallina	62.1	18.1	18.7	(0)
Corvina	76.7	20.8	1.2	(0)
Huevo	75.3	11.3	9.8	2.7
Chocho	7.7	44.3	16.5	28.2

(1) Basado en Burton)

En la Tabla II se presenta la composición química, en macronutrientes de los granos leguminosos más comunes y para comparación de varios cereales. Puede apreciarse que los granos leguminosos con una humedad del 11 a 12% tienen un contenido de 18 a 24% de proteínas. La soya con 9.2% de humedad tiene el 36% de proteínas, mientras el chocho, con poco menos de humedad tiene el 44.3% de proteínas. Los cereales tienen menos proteínas que las leguminosas, entre 8 y 13%. En consecuencia, el chocho resulta ser el alimento vegetal más rico en proteínas y puede considerarse como la "carne vegetal".



**Tabla II**

COMPOSICION QUIMICA DE VARIOS GRANOS LEGUMINOSOS  
Y DE CEREALES (1)  
(% por gramo de materia seca)

PRODUCTO	HUMEDAD	CALORIAS	PROTEINAS	GRASAS	HID. DE CARB
Arveja	12.2	309	22.5	2	61
Chocho (2)	7.7	407	44.3	16	28
Fréjol	12	337	22	1.6	60
Garbanzo	11.5	364	18.2	6.2	61
Haba	12.6	339	24	2.2	58
Lenteja	12.2	340	23.7	1.3	60
Maní (tostado)	3.8	566	28.8	46.9	18
Soya	9.2	398	36	18.8	37.2
Arroz	13	372	7.6	2.2	84.7
Maíz	10.6	407	10.2	4.7	81.1
Trigo	13	392	12.7	2.5	78.4

(1) Basado en Burton. Tomado de Koziol.

(2) Ruskin indica que el chocho, según las variedades, tiene del 41 al 51% (promedio 46%) de proteínas y el promedio de 30% de grasas, con un contenido suficiente de lisina y cisteína siendo deficiente en metionina.

**Los aminoácidos esenciales:** En la Tabla III puede verse la composición en aminoácidos esenciales del chocho y para comparación de otras leguminosas y dos cereales.

La composición del chocho en aminoácidos esenciales, en comparación a las necesidades humanas, es bastante balanceada, con cierto déficit en metionina. La proporción en lisina y triptófano es relativamente alta, mayor que en los cereales, alimentos éstos que resultan deficientes en el importante aminoácido lisina. La soya tiene una mayor proporción en metionina que el chocho.

**Tabla III**

COMPOSICION DE AMINOACIDOS ESENCIALES DEL CHOCHO  
Y OTROS ALIMENTOS (1)  
(mg./100 gm. De alimento)

	CHOCHO	FREJOL	MAIZ	SOYA	TRIGO
PROTEÍNAS gm/100	41.2	22.1	9.5	38	10
SOLEUCINA	1369	927	350	1889	258
LEUCINA	2241	1685	1190	3232	433
LISINA	1652	1593	254	2653	89
METILONINA	235	243	182	525	100
FENILALANINA	1153	1154	464	2055	324
TREONINA	1138	878	342	1603	159
TRIPTOFANO	314	0	67	532	63
VALINA	1258	1016	461	1995	266
HISTIOINA(2)	814	627	258	1051	136

(1) Basado en Burton.

(2) Al parecer no es esencial en el adulto.

**Los ácidos grasos esenciales:** El chocho tiene, en promedio, un 30% de grasas, lo cual le ubica en una posición menor a la soya, sin embargo, es mayor que otros granos leguminosos, a tal punto que hay autores que sugieren incluirlo entre las oleaginosas.

En la Tabla IV se presenta la composición en ácidos grasos. Hasta hace poco se consideraban como "esenciales" los ácidos linoleico y alfa-linolénico. El huevo tiene 10 y 2 respectivamente, es decir en una proporción parecida al chocho. Según investigaciones más recientes, los ácidos grasos esenciales son más numerosos y se dividen en dos grupos: los Omega-3 y los Omega 6. Entre los primeros se encuentra el alfa-linolénico y entre los segundos, el linoleico y el araquidónico. Los dos grupos son ácidos insaturados. No hay todavía investigaciones sobre la concentración en el chocho de los otros ácidos grasos Omega-3 y Omega-6. El chocho tiene alrededor del doble que la soya, en ácidos grasos Omega-3.

El aporte, en la alimentación, de suficientes ácidos Omega-3, sería indispensable para el buen desarrollo cerebral del feto y el infante, que permite una mejor capacidad cognoscitiva y mejor agudeza visual, por el buen desarrollo de la retina.

**Tabla IV**

COMPOSICION EN ACIDOS GRASOS DEL ACEITE DEL CHOCHO (1)  
(% de ácidos grasos totales)

ACIDO GRASO	%
<b>Insaturados</b>	
Palmitoleico (16:1)	0.2
Oleico (18:1)	40.4
Lindénico (18:2)	37.1
Lindeico (18:3)	2.6
Araquidónico (18:4)	0.6
	80.9
<b>Saturados</b>	
Mirístico	0.6
Palmífico	13.4
Esteárico	5.7
Behénico	0.2
Erúcido	----
	19.9

(1) Adaptado de Gross

Los trastornos patológicos debidos al exceso de ácidos grasos saturados son bien conocidos, a lo que habría que agregar sólo que el chocho tiene una baja concentración de ácidos saturados y una alta de insaturados.

**Tabla V**

CONTENIDO EN MINERALES DEL CHOCHO Y OTROS ALIMENTOS (1)  
(En 100 gm. de la porción comestible)

ALIMENTO	CENIZA (gm.)	CALCIO (mg.)	FOSFORO (mg.)	HIERRO (mg.)
Chocho	3.3	90	545	6.3
Fréjol	3.6	86	247	7.6
Soya	5.5	222	730	18.5
Quinua	2.9	119	286	7.5
Huevo	0.9	54	204	2.5

(1) Tomado parcialmente de Burton.

**Los minerales:** En la Tabla V se encuentra la composición del chocho y otros alimentos en tres minerales importantes. En la alimentación de sectores sociales de nivel económico bajo del Ecuador hay déficit sobre todo de calcio y hierro que determinan anemia crónica y alteraciones debidas al bajo aporte de calcio.

**Tabla VI**

CONTENIDO EN VITAMINAS DEL CHOCHO Y OTROS ALIMENTOS (1)  
(En 100 gm. de la porción comestible)

ALIMENTO	VITAMINA A (mcg.)	TIAMINA (mg.)	RIVOFILAVINA (mg.)	NIACINA (mg.)	AC. ASCORB. (mg.)
Chucho	Trazas	0.29	0.50	2.60	-
Fréjol	5.00	0.54	0.19	2.10	3.00
Soya	Trazas	0.88	0.27	2.20	-
Quínua	0	0.36	0.42	1.40	-
Huevo	1.25	0.14	0.37	0.10	0

(1) Tomado parcialmente de Burton.

El chocho tiene un contenido en calcio y hierro superior al huevo, pero inferior al fréjol y la soya y más aún a las carnes rojas.

**Las vitaminas:** Los granos secos no son buenas fuentes de la mayoría de vitaminas. En la Tabla VI se presenta la composición del chocho y otros alimentos. El chocho es ligeramente más rico en rivo flavina y niacina, que los otros granos y el huevo.

## EL VALOR BIOLÓGICO

El valor biológico, es decir el valor nutritivo de una proteína depende, entre otros factores, de su mejor balance de aminoácidos esenciales. Mientras más se acerque a las necesidades del organismo humano, mayor será su valor. La gelatina es casi proteína pura, pero carece de dos aminoácidos y es deficiente en otros dos, por lo que su valor biológico es cercano a cero. Por eso se la considera como un alimento chatarra. Depende también de la digestibilidad, es decir de la desintegración de la proteína en sus ácidos aminados. Si la proteína no se digiere completamente, su valor biológico disminuye, al igual que si no se absorbe totalmente hacia la sangre.

**Tabla VII**  
**CALIDAD BIOLÓGICA DE LA PROTEÍNA DEL CHOCHO EN % (1)**  
**(Ensayos en ratas)**

ALIMENTO	EFICIENCIA PROTEICA	UTILIZACION PROTEICA	VALOR BIOLÓGICO
Chocho	49.6	51.1	51.9
Chocho + 0.2 de metionina	87.2	84.6	89.6
Caseína	100	100	100

(1) Basado en Gross

PER: Razón de eficiencia proteica

UPN: Utilización neta de proteína

VB: Valor biológico

En la Tabla VII se presentan algunos valores de los ensayos en ratas alimentadas con chochos. El valor biológico es de 51,9 y sube a 89,6 con la adición de una pequeña cantidad de metionina que se encuentra en déficit en la molécula. Los valores están dados en relación a la caseína considerada con el 100%.

Uno de los principios de la buena nutrición es que la dieta sea lo más variada posible porque la deficiencia en un ácido aminado puede ser compensada por otro que sea rico en el ácido aminado en déficit.

En la Tabla VIII se presenta el resultado de complementar al chocho con otros alimentos. En primer lugar se aprecia que la razón de eficiencia proteica es superior en el chocho cocido que en el crudo, lo cual sucede con algunos granos. En cambio con otros alimentos al hervirlos y peor al calor seco, disminuye por alteración de las proteínas. En los casos que aumenta puede deberse a una mejor liberación del aminoácido deficiente, en el chocho, la metionina. En segundo lugar la complementación con otras proteínas da por resultado un gran aumento del PER y consecuentemente del valor biológico. La complementación con 50% de cereales hace subir el PER a más del 80%; con la quinua al 95% y a partes iguales con quinua y arroz, llega al máximo, es decir al 100%.

Nuestros aborígenes, empíricamente, habían descubierto hace tiempo que el beneficio alimentario era mayor cuando se asociaba un cereal, como el maíz con una leguminosa, como el chocho. Los resultados científicos que ahora disponemos deben guiar las dietas de la complementación alimentaria que ofrecen los Ministerios de Salud y Educación, el ORI, el plan Pan-2.000 y otros organismos nacionales y ONGs, a fin de obtener las mejores respuestas nutritivas al menor costo posible.

**Tabla VIII**

**INCREMENTO DE EFICIENCIA PROTEICA DEL CHOCHO  
AL AGREGAR OTROS ALIMENTOS (1)**

FUENTES PROTEICAS	PER (Caseína)
Chocho crudo	37.1
Chocho cocido	48.2
Chocho + quinua (33:66)*	95.2
Chocho + avena (50:50)	86.4
Chocho + maíz (50:50)	84.8
Chocho + arroz (50:50)	83.2
Chocho + trigo (36:66)	81.2
Chocho + quinua + arroz (33:33:33)	100.4
Chocho + quinua + maíz ( 33:33:33)	96.8
Chocho + maíz + avena ( 33:33:33)	89.2
Caseína	100.0

(1) Basado en Gross

\* Proporción de cada alimento

**Los alcaloides:** Desde el punto de vista de la utilización como alimento de alto valor nutritivo, el chocho tiene la desventaja de su sabor amargo debido a varios alcaloides. Salcedo ha realizado minuciosos estudios sobre tales alcaloides. Los más abundantes son la lupanina y la upateína, con un total entre 0,97 y 1,2%. Ventajosamente los alcaloides se eliminan por el lavado.

**RESUMEN**

El chocho (*Lupinus mutabilis* Weet) es una planta leguminosa que produce granos conocidos con el mismo nombre y que han servido de alimento a las poblaciones andinas, desde tiempos inmemoriales.

El análisis químico ha permitido descubrir que el chocho es una rica fuente de proteínas con un contenido entre el 41 al 51%, siendo por lo mismo, el alimento vegetal más rico en este macronutriente.

La composición en aminoácidos esenciales es bastante balanceada en relación a las necesidades del cuerpo humano. Es relativamente rica en lisina que es deficiente en los cereales. En cambio es deficiente en metionina. Aún así su valor biológico, cuando cocinado es de más del 51%. Complementado con un cereal o quinua el valor biológico sube hasta el 100%.

Se trata pues de un producto de gran importancia alimentaria que debería merecer atención preferente de parte de los poderes públicos e instituciones que luchan por mejorar la alimentación de nuestro 70% de niños desnutridos.

### Referencias Bibliográficas

- 1.- ANTÚNEZ DE MAYOLO, S.: La nutrición en el Antiguo Perú. Banco Central de Reservas del Perú. 187 pp. Lima, 1981.
- 2.- BERNAL, H.Y. y CORREA, J.E.: Especies vegetales promisorias de los Países del Convenio Andrés Bello. Tomo VIII. Bogotá, 1992.
- 3.- BRÜCHER, H.: Die genetischen reserven Südamerikas für die kulturpflanzenzüchtung. Theoretical and Applied Genetics 38:9-22. 1968.
- 4.- BURTON, B.: Nutrición Humana. OPS/OMS. Washington, D.C., 1966.
- 5.- CALDAS, F.J.: Relación de un viaje a Cotacache. 1ª. Edición Ibero-Ultramarina. Madrid, 1802.
- 6.- CARDENAS, M.: Manual de plantas económicas de Bolivia. Ed. Amigos del Libro. La Paz, 1989.
- 7.- CARVALHO-NETO, P.: Diccionario del Folklore Ecuatoriano. Casa de la Cultura Ecuatoriana. Quito, 1964.
- 8.- CASTILLO, R.: Estudio sobre *Lupinus* (chocho) en el Ecuador. Archivos Venezolanos de Nutrición. 15:87-93, 1965.
- 9.- COBO, B.: Historia del Nuevo Mundo. Ed. Atlas (Biblioteca de Autores Españoles 91-92). (1653). 2 vols. Madrid, 1964.
- 10.- ECKARDT, W.R., y FELDHEIM, W.: Lupinen, eine neue ölfrucht für Südamerika? (The lupine, a new oil plant for South America?) Zeitschrift für Lebensmittel-Untersuchung und Forschung 155:92-93, 1974.
- 11.- ESTRELLA, E.: El pan de América. 3a Edición. FUNDACYT, Quito, 1994.
- 12.- FAO: Cultivos Andinos: subexplotados y su aporte a la alimentación. Asesor: Mario Tapia. Oficina Regional para América Latina, 1990.
- 13.- GADE, D.W.: Vanishing crops of traditional agriculture: the case of tarwi (*Lupinus mutabilis*) in the Andes. Proceedings of the Association of American Geographers 1:47-51, 1969.
- 14.- GOMEZ, O.: Diseño de una trilladora de tarwi. En: Anales del V Congreso Internacional de Sistemas Agropecuarios Andinos. INIPA/CIID/ACDI. Puno, Perú, 1986.
- 15.- GARCILASO DE LA VEGA: Historia General del Perú (1609). Ed. Sopena. Barcelona, 1972.

- 16.- GROSS, R.: El Cultivo y la utilización del Tarwi (*Lupinus mutabilis* Sweet). Producción y Protección Vegetal No. 36. Estudio FAO. FAO, Roma, 236 pp., 1982.
- 17.- GROSS, R.: Situación actual de la investigación alimentaria del Lupino. Proyecto Lupino, Instituto Nacional de Nutrición. Lima, Perú. Inf. No. 8: 142-167, 1982.
- 18.- GROSS, U., GALINDO, R.G. y SCHOENEBERGER, H.: The development and acceptability of lupine (*Lupinus mutabilis*) products. *Qualitas Plantarum/Plant Foods for Human Nutrition* 32:155-164, 1983.
- 19.- GUEVARA, D.: En: Carvalho-Neto, P.: Diccionario del Folklore Ecuatoriano. Casa de la Cultura Ecuatoriana. Quito, 1964.
- 20.- HACKBARTH, J., y PAKENDORF, K.W.: *Lupinus mutabilis* Sweet, eine kulturpflanze der zukunft? (*Lupinus mutabilis* Sweet, a cultivated plant of the future?) *Zeitschrift für Pflanzenzüchtung* 63:237-245, 1970.
- 21.- HERRERA, F.L.: Plantas domesticadas por los antiguos peruanos. Revista del Museo Nacional. Lima, 1942.
- 22.- KOZIOT, M.J.: Composición Química. En: Quinoa, hacia su cultivo comercial. Edit. Por C. Whali. Latinreco. Imprenta Mariscal, Quito, 1990.
- 23.- MASEFIELD, G.B.: A preliminary trial of the pearl lupin in England. *Experimental Agriculture* 11:113-118, 1975.
- 24.- NARANJO, P.: Desnutrición: problemas y soluciones. Unidad Editorial del IESS. Editorial Olmedo, Quito, 1985.
- 25.- NARANJO, P.: Saber alimentarse. Ministerio de Educación y Cultura. Edit. El Comercio, Quito, 1991.
- 26.- NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES: Tropical legumes: Resources for the Future. Washington, D.C., 1979.
- 27.- NATIONAL RESEARCH COUNCIL: The crops of the Incas: little-known plants of the Andes with promise for worldwide cultivation. National Academy Press. Washington, D.C., 1989.
- 28.- ORTEGA, A.: Contenido de proteína en 160 muestras de semillas de la colección de "tarwi" (*Lupinus mutabilis*) del Cusco. Tesis. UNSAAC. Cusco, Perú, 1977.
- 29.- ORTIZ, C., GROSS, R. y VON BAER, E.: Protein quality of *Lupinus mutabilis* compared to *Lupinus albus*, *Lupinus luteus* and soybeans. *Zeitschrift für Ernährungswissenschaft* 14:230-234, 1975.
- 30.- PAKENDORF, K.W., VAN SCHALKWYK, D.J. y COETZER, F.J.: Mineral element accumulation in *Lupinus* II. *Zeitschrift Acker- und Pflanzenbau* 138:46-62, 1973.
- 31.- PAKENDORF, K.W.: Studies on the use of mutagenic agents in *Lupinus* II. Some mutants of *Lupinus mutabilis* after the application of gamma irradiation. *Zeitschrift für Pflanzenzüchtung* 72:152-159, 1974.
- 32.- PALMA, G.: Determinaciones de alcaloides de *Lupinus mutabilis* por cromatografía de gas. Proyecto Lupino. Instituto Nacional de Nutrición. Informe 7:92-116, 1981.
- 33.- PATIÑO, V.M.: *Lupinus mutabilis*. En: Plantas cultivadas y animales domésticos en América Equinoccial. 1a. edición. Imprenta Departamental. Cali, Colombia. p. 178-179, 1964.
- 34.- PATIÑO, V.M.: Plantas cultivadas y animales domésticos en América Equinoccial. Imprenta Departamental. 601 pp. Cali, 1965.
- 35.- RUIZ, L.P.: Alkaloid analysis of "sweet" Lupin seed by GLC. N.Z. *Journal of Agricultural Research* 21:241-242, 1978.

- 36.- SALCEDO, A.L.: La semilla del "tauri" (*Lupinus mutabilis*) como oleaginosa. Rev. Boliviana Química 3(1):97-110, 1979.
- 37.- TORRES-TELLO, F.: *Lupinus mutabilis* Sweet – a potent food source from the Andean region. The American Journal of Clinical Nutrition 29:933, 1976.
- 38.- VAN JAARVELD, A.B. y KNOX-DAVIES, P.S.: Resistance to lupins to *Phomopsis leptostromiformis*. Phytophylactica 6:55-60, 1974.

## **Informaciones Científico-Culturales**

# 1.- Revista del libro Theory and Scientific Method de William Whewell (1794-1866)

Dr. Luis A. Romo S.

Por la trascendencia que tiene la obra de William Whewell para los investigadores en el área de Epistemología, se justifica que realice el análisis resumido de su obra en relación a las contribuciones de tratadistas de este tema.

**1.- INTRODUCCION.-** Visité la Universidad de Cambridge en varias ocasiones (1958 - 1975) con el fin de recoger información sobre varias cuestiones científicas incluyendo temas sobre la problemática de la lógica inductiva. Se conoce la importantísima obra de John Stuart Mill titulada: A SYSTEM OF LOGIC Patrocinative and Inductive (1) que está integrada por los libros: I, II, III, IV, V y VI con un total de 66 capítulos escritos en 695 páginas. El contenido incluye el análisis de la lógica clásica con un tratamiento extenso del silogismo, de la demostración y las verdades necesarias, de las teorías y axiomas y entre otros, del problema de inducción. Sin duda que el contenido de la obra constituyó la fuente indispensable de conocimiento filosófico para la construcción de las filosofías contemporáneas de la ciencia.

Causa profunda preocupación el hecho de que en la mayoría de las obras contemporáneas de la filosofía de la ciencia, escritas en castellano, inglés, francés y alemán, se ignora las importantísimas contribuciones de William Whewell para la dilucidación de los problemas filosóficos de la ciencia. (2).

**2.- ANALISIS SINOPTICO DE PARTE DE LA OBRA DE WHEWELL.-** La obra titulada "HISTORY OF INDUCTIVE SCIENCE" que la publicó en 1837 es un relato de la historia y filosofía de la ciencia empírica que la amplió en el plano de excelencia académica en su obra publicada en 1840 que la tituló "THE PHILOSOPHY OF INDUCTIVE SCIENCES FOUNDED UPON THEIR HISTORY" que por su trascendencia en la tercera edición publicada entre 1858 y 1860, se la editó dividida en tres libros: I "HISTORY OF SCIENTIFIC IDEAS". II. NOVUM ORGANON RENOVATUM" y III "PHILOSOPHY OF DISCOVERY". (3)

El comentario que sigue, se refiere al contenido del libro II que está integrado por nueve capítulos de los que interesa, de modo particular, cubrir los temas acerca de los descubrimientos accidentales y las características de la inducción científica.

**2.1.- Descubrimientos Accidentales.-** Whewell afirma que ningún descubrimiento puede considerarse que se deba a un accidente. Refiriéndose a los hechos sin que importe la forma como perciba el descubridor jamás pueden tomarse en fuente de conocimiento exacto, excepto cuando la mente está provista de concepciones previas y adecuadas que permitan ser analizadas y relacionadas entre sí, pero Whewell pone énfasis cuando afirma que los hechos no pueden ser observados como hechos excepto en virtud de las concepciones que el observador por sí mismo inconscientemente las supla y que, por cierto, no son hechos de observación para cualquier propósito de descubrimiento, pero suponiendo que los hechos sean adecuadamente observados jamás pueden ser integrados en una nueva verdad excepto mediante nuevas concepciones, claras y apropiadas y así cuando la mente del observador está preparada con tales instrumentos, unos muy pocos hechos y aun uno solo puede hacer del proceso de descubrimiento, una realidad.

Cabe reconocer que los hechos no son independientes del observador, de sus hipótesis y preconcepciones, pero es posible que sobre un mismo hecho los observadores concuerden y es así como son hechos aquellos en los que todos los observadores concuerdan, pero un individuo no es solamente un observador, si no un observador bien informado e interesado en la dilucidación de lo observado. Whewell no descarta, por cierto, el hecho de que el observador o grupos de observadores, bien podrían estar equivocados. Esto ha sucedido en el pasado y sucederá en el presente y en el futuro.

La insistente aseveración de Whewell de que las concepciones deben ser claras, se justifica plenamente porque si el observador docto en la interpretación de un hecho se equivoca, el observador inteligente, pero carente de conocimientos simplemente actúa, con sus descubrimientos, fuera de contexto.

Un hecho adecuadamente observado no puede ser integrado en una nueva verdad, excepto mediante nuevas concepciones claras, y apropiadas. Al respecto, hagamos referencia al descubrimiento de la poliagua. (4). A principios de la década del 60, un distinguido científico ruso informó que el agua condensada en capilares de cuarzo se caracterizaba por la alta viscosidad, un cambio en el punto de congelación y el registro del espectro de Raman diferente al del agua. Se informó que ésta era una nueva fase del agua lo cual constituía un importante descubrimiento científico que alteraba la creencia de que el agua (H<sub>2</sub>O) existe en únicamente una forma líquida. Esta noticia sirvió de estímulo para que en varios países se realicen investigaciones sobre la obtención de la nueva forma de agua que aunque se obtenía en pequeñísimas cantidades se creía que es un polímero. Psicológicamente un modelo como el propuesto aunque es conjetural, genera un aire de realidad aunque hubo escepticismo que condujo a varios investigadores a descubrir que el comportamiento anormal del agua se debía a las impurezas que alteran sus propiedades físicas y químicas. Los eventos anormales son, a menudo importantes como guías del descubrimiento, pero a falta de modelos teóricos es la inspiración del genio la de seleccionar para ser investigados aquellos fenómenos inexplicables que proveen suficiente información para alcanzar entendimientos consensuados. Así, el descubrimiento fue invalidado aunque fue, sin duda, un episodio muy instructivo para la sociología de la ciencia moderna.

Whewell advierte que el amor común de lo maravilloso y el deseo vulgar de acarrear hacia la tierra los máximos logros de los genios al nivel de comprensión común puede conducir a los hombres a ubicar dichos resultados en cualquier circunstancia casual.

Cabe observar que ninguno de los que considera la real naturaleza de los grandes descubrimientos y los procesos intelectuales que se incluyen puede seriamente creer que un descubrimiento pueda ser el resultado de un proceso accidental.

**2.2.-Inducción Científica.-** La formalización de la lógica inductiva ha sido un problema de difícil solución que requiere de una garantía apodíctica para la creencia de que el futuro se parecerá al pasado. Al respecto, Bertrand Russell (5) observó que tal relación no puede ser establecida mediante una postulación porque es falso que el futuro se asemeje al pasado en alguna forma. Sin duda que el problema requiere de una teoría de la naturaleza de las leyes más allá del alcance de la propuesta de Hume. (6)

Cabe anotar que en siglo XIX John Stuart Mill formuló cinco principios de razonamiento inductivo (7) y que en el Siglo XX las propuestas más interesantes han sido las de vindicación pragmática de Reichenbach (8) y la probabilística de von Mises y Salmon (9,10) que por cierto no resuelven el problema por la falta de consistencia lógica en la formulación del principio de inducción.

El análisis del problema de inducción propuesto por Whewell en su célebre obra denominada "Novum Organon Renovatum" escrita en 1858 por su contenido, estimo que supera a las contribuciones realizadas por Mill, en el siglo XIX y Reichenbach en el Siglo XX. Cabe reflexionar sobre el alcance del pronunciamiento de Whewell, que dice: la explicación de las concepciones de nuestras mentes y la coligación de los hechos observados mediante el aporte de tales concepciones están inseparablemente ligadas entre ellas. Cuando se las une y se las emplea para recoger conocimientos a partir de los fenómenos que el mundo nos representa constituyen el proceso mental, denominado inducción (11) y continúa: "El análisis de las doctrinas obtenidas inductivamente partiendo de los hechos constitutivos y su arreglo de tal modo que la propiedad concluyente de la inducción puede ser apreciada distintivamente y así denominarse Lógica de Inducción. Por lógica, se entiende generalmente que es un sistema que enseña a ordenar nuestros razonamientos, que su verdad o falsedad será evidente en sus formas. En el razonamiento deductivo en el que se asume los principios generales y la cuestión se relaciona a su aplicación y combinación en casos particulares y así, el instrumento que nos capacita para juzgar si nuestro razonamiento es concluyente es el silogismo y esta forma acompañada de las reglas de operación lógica de hecho provee el criterio de razonamiento deductivo o demostrativo.

El cuadro inductivo, tal como se lo presenta de igual modo, suple los medios de comprobar la verdad de nuestras indiferencias inductivas. Por supuesto, que se requiere de detenimiento para reducir las demostraciones en la forma de una serie de silogismos y ciertamente que se debe asignar la suficiente atención para resolver todas las doctrinas de cualquier ámbito de la ciencia en un cuadro sistemático de inducciones coordinadas y subordinadas. Empero, en cada caso, una vez que se realiza esta tarea, la evidencia o necesidad de evidencia de nuestras conclusiones aparecen inmediatamente en la forma más luminosa. En cada paso de razonamiento inductivo, nuestro cuadro enumera los hechos particulares y afir-



ma la verdad teórica general que incluye a éstas y a aquellas que éstas constituyen. El especial acto de atención mediante el cual nos satisfacemos de que los hechos están incluidos que la verdad general está constituida y así entonces resulta que no queda lugar para el error sujeta a una atención moderada y suficiente claridad de pensamiento". (12)

**3.- WHEWELL** en sus obras cubre temas fundamentales de la teoría del conocimiento y de la relación entre el razonamiento deductivo e inductivo y demuestra que la deducción es una parte necesaria de la inducción y que así cada paso de inducción debe ser confirmado mediante riguroso razonamiento deductivo.

Finalmente, cumpla con el deber académico de recomendar a los estudiosos de la problemática de la Filosofía de la ciencia que revisen críticamente las contribuciones de William Whewell que honró a la Universidad de Cambridge en su calidad de "Master of Trinity College" y de Vicecanciller en 1842 y 1855, respectivamente.

#### 4.- Referencias Bibliográficas

- (1) John Stuart Mill, A SISTEM OF LOGIC Ratiocinative and Inductive, Harper & Brothers Publishers, Eighth Edition (1895).
- (2) Luis A. Romo S., CUESTIONES LOGICO-FILOSOFICAS DE LA CIENCIA, Editorial Universitaria, Quito (1994).
- (3) William Whewell, NOVUM ORGANON RENOVATUM, Part II. 3.1.- THE HISTORY OF SCIENTIFIC IDEAS, 2 Volumes, Part I. Los tres libros I, II, y III se incluyen en la tercera edición de PHILOSOPHY OF INDUCTIVE SCIENCES, London (1858-1860). 3.2.- ON THE PHILOSOPHY OF DISCOVERY, Part III.
- (4) Luis A. Romo S., AGUA: PATRIMONIO DE LA HUMANIDAD, Editorial Universitaria, Quito (2002).
- (5) Bertrand Russell, DICTONARY OF MIND, MATTER AND MORALS, Philosophical Library, New York (1952). Pp. 106-108.
- (6) David Hume, AN ENQUIRY CONCERNING HUMAN UNDERSTANDING, Edited by Eric Steinberg, Hackett Publishing Co., Indianapolis, (1981).
- (7) John Stuart Mill, Op. Cit., Ref. (1).
- (8) Hans Reichenbach, THE RISE OF SCIENTIFIC PHILOSOPHY, Berkeley, California (1951).
- (9) Richard von Mises, POSITIVISM: AN ESSAY IN HUMAN UNDERSTANDIG, Trans. J. Berenstein, Harvard University Press (1951).
- (10) Wesley Salmon, THE FOUNDATIONS OF SCIENTIFIC INFERENCE, University of Pittsburgh Press (1965).
- (11) William Whewell, THEORY OF THE SCIENTIFIC METHOD, Editor, R. Butts, Hackett Publishing Co., Cambridge (1989), pp. 119, 138-142.
- (12) William Whewell, Op. Cit. Ref. (11).

## Apología Montalvina del Agua

Dr. Plutarco Naranjo

A propósito de la publicación del magnífico libro del Dr. Luis A. Romo Salto, titulado AGUA: PATRIMONIO DE LA HUMANIDAD, he recordado la apología que hizo Montalvo del líquido vital y que es muy poco conocida.

Antes de transcribir esa poética apología, me referiré muy brevemente al libro del Dr. Romo. Consiste en un tratado bastante completo de cuanto sabe y cuanto se puede escribir sobre una substancia que nos es tan familiar y que sin embargo sabemos tan poco, en especial sobre sus extraordinarias propiedades físico-químicas que han determinado el apareamiento de la vida tanto vegetal como animal. Los seres vivientes somos, esencialmente agua. El 50% y más del 70%, de acuerdo a la edad y clase de viviente, es agua. Este elemento es el que posibilita los procesos bioquímicos que constituyen la vida.

Pero más allá de estos aspectos básicos de conocimiento, el Dr. Romo aborda los grandes problemas humanos y biológicos presentes y futuros relacionados con la productividad y utilización del agua. Millones de hombres sufren de la escasez del agua. Sufren de sed y se avizora un futuro más grave.

Si hoy con unos seis mil millones de habitantes hay ya déficit del dulce líquido ¿cómo será en un futuro no muy lejano si la humanidad rebase los diez mil millones?; ¿cómo evitar la descontrolada contaminación del agua?; ¿cómo lograr la desalinización del agua de los mares?

Estos y muchos aspectos son analizados, en profundidad y con acierto en el libro del Dr. Romo.

Y ahora si, veamos que dice nuestro famoso escritor, en un pasaje de su obra CAPITULOS QUE SE LE OLVIDARON A CERVANTES.

"Agua, exclama Montalvo, licor celestial ¿No eres tú el que circulaba en el Olimpo con nombre de néctar de los dioses? ¿No eres tú el que la hacedosa y delicada Hebe, llevaba en el hombro en tazones de sonrosada perla, y vertía a chorros cristalinos en las copas de los inmortales? Agua primor del universo, esencia pura y saludable que la tierra elabora en sus entrañas, tú eres la leche sin la que el hombre se criaría raquítico y deforme. ¿Hay cosa más inocente, pura, suave, necesaria para el mundo? Eres lo más precioso y nada cuestras; lo más fino y sobreabundas. La árida roca, como un seno de la naturaleza te echa de sí alegre y murmurante, y corres a lo largo de la pecha o te recoges en silvestre receptáculo rebulléndote en mil sonoras burbujitas. El vino es artificio del hombre; el agua, invención del Todopoderoso: el vino ha traído la embriaguez al mundo; el agua limpia las entrañas y aclara el entendimiento; el vino desmejora y enloquece: el agua no ocasiona mal ninguno, porque de suyo es inofensiva; y porque nadie abusa de ella. Manjar no hay en la tierra que más dedicadamente saboree el hombre de buenas costumbres y templados apetitos, ni que más regenere y conforte. Quiere decir que tengo sed, añadió variando tono y alzándose la visera (Don Quijote). Es gran fortuna del hombre que su deseo más ardiente y su satisfacción más intensa no le hayan de costar trabajo ni dinero".

Así era en tiempos de Montalvo, hace más de un siglo, el maravilloso líquido, límpido no contaminado y que cuesta poco o nada, ahora sigue siendo, si se quiere llamar así, un don divino, pero cada vez más escaso, menos puro y más costoso.

*CIENCIA Y TECNOLOGIA*, se terminó de imprimir en Quito, el mes de febrero de 2003, en la Editorial "Pedro Jorge Vera" de la Casa de la Cultura Ecuatoriana "Benjamín Carrión", siendo Presidente el escritor *Raúl Pérez Torres*, Director de Publicaciones Lic. *Patrio Herrera C.* y Jefe Técnico General el Sr. *Jaime Paredes Tobar*.

**Publicación del Fondo Editorial de la CCE**