

Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales, FLACSO Ecuador

Departamento de Desarrollo, Ambiente y Territorio

Convocatoria 2018 – 2021

Tesis para obtener el título de Doctorado en Economía del Desarrollo

Poder, crisis y periferia: cinco ensayos sobre la complejidad capitalista

John Wilfrido Cajas Guijarro

Asesor: Wilson Pérez Oviedo

Lectores: Fernando Martín, Leonardo Vera, José Luis da Costa Oreiro, María Cristina Vallejo,
Pablo Cabrera

Quito, enero de 2023

Agradecimientos

Agradezco a todos mis profesores, alumnos y amigos de FLACSO, de la Universidad Central del Ecuador, y de las demás universidades y espacios en las que he podido participar sea como alumno, profesor o ambos. Asimismo, agradezco a Wilson Pérez, Leonardo Vera, William Sacher, Giovanni Manosalvas, Amitava Dutt, Marco Missaglia, Fernando Martin y Cinthya Barrera por sus comentarios y aportes en los ensayos que componen esta tesis, así como a Sofía Molina por brindarme su amistad durante todo mi paso por FLACSO. También, un especial agradecimiento a los amigos Wilson Pérez y Alberto Acosta pues, gracias a ustedes (¿o por culpa de ustedes?), he consolidado mi vocación por la economía. Finalmente, agradezco a Wilson por toda la confianza que me ha brindado durante mi paso por FLACSO y durante el desarrollo de esta tesis.

Dedicatoria

Dedico este esfuerzo a mi familia. A mis padres por su apoyo y afecto incondicional. Y a mis hermanos, por su confianza y sus deseos de superarse. Pese a las dificultades que puedan venir, siempre saldremos adelante.

Epígrafe

La lucha del hombre contra el poder es la lucha de la memoria contra el olvido

—Milan Kundera

Índice de contenidos

Resumen	XII
Introducción	1
Capítulo 1 . Poder, intensidad del trabajo y crisis en un modelo marxista de ciclos endógenos	7
1.1.Introducción	7
1.2.Breve revisión de literatura	10
1.3.Modelo	14
1.3.1.Tasas de ganancia y de acumulación.....	15
1.3.2.El papel del ejército laboral de reserva en la acumulación capitalista	19
1.3.3.Dinámica cíclica, poder y crisis	24
1.4.Conclusión.....	35
Capítulo 2 . Revisitando la reproducción capitalista: equilibrio, redes y competencia intersectorial	37
2.1. Introducción	37
2.2. Revisión de literatura	41
2.3. Modelo	47
2.3.1. Equilibrio e interpretación markoviana de la reproducción capitalista.....	49
2.3.2. El rol de la competencia intersectorial en la reproducción capitalista	66
2.4. Conclusiones	75
Capítulo 3 . Un modelo sectorial de ciclos y sobreproducción.....	78
3.1. Introducción	78
3.2. Breve revisión teórica y de literatura	79
3.3. Modelo	83
3.3.1. Esquema inicial y equilibrio con distribución exógena	85
3.3.2. Equilibrio de largo plazo y ciclos con distribución endógena	93
3.3.3. Sobreproducción y ciclos	101
3.4. Conclusión.....	107
Capítulo 4 . Deuda, poder y ciclos: un modelo norte-sur de deuda y distribución (NSDD).....	108
4.1. Introducción	108
4.2. Revisión teórica y de literatura.....	109

4.2.1. Estructuralismo, balanza de pagos y modelos Norte-Sur.....	109
4.2.2. Poder estructural y ciclos dependientes	112
4.2.3. Modelos Norte-Sur de deuda externa y contribución a la literatura	114
4.3. Modelo NSDD: planteamiento, estabilidad y ciclos	116
4.3.1. Esquema general Norte-Sur y un acercamiento a la dependencia	118
4.3.2. Dinámica entre composición regional del capital y endeudamiento externo.....	124
4.3.3. Ciclos distributivos y deuda: un acercamiento preliminar	134
4.4. Conclusión.....	143
Capítulo 5 . Retroalimentación, influencia y poder en las redes de comercio mundial	145
5.1. Introducción	145
5.2. Revisión de literatura	146
5.2.1. Intuiciones centro-periferia y primeros análisis de redes de comercio	146
5.2.2. Enfoques desagregados, identificación de grupos y sub-redes	150
5.2.3. Identificación de países centrales, asimetría de poder y dependencia	152
5.2.4. Redes de comercio mundial y pandemia COVID-19.....	155
5.2.5. Comentario crítico y aporte a la literatura.....	157
5.3. Propuesta metodológica	158
5.3.1. Redefiniendo a las redes de comercio	158
5.3.2. Algunos indicadores para el estudio económico de las redes comerciales	166
5.4. Resultados y discusión	175
5.4.1. Retroalimentación comercial absoluta y relativa	176
5.4.2. Influencia comercial y mapas de estructura de comercio.....	183
5.4.3. Pugna comercial entre Estados Unidos-China a nivel bilateral y regional	193
5.4.4. Esquemas de centralidad y algunos patrones relevantes	201
5.5. Conclusiones	209
Conclusión general.....	213
Referencias	218
Anexos.....	238

Lista de ilustraciones

Figuras

Figura 1.1. Ciclos límite estables para diferentes valores iniciales de la intensidad del trabajo....	27
Figura 1.2. Etapas de animación y de crisis periódicas de la acumulación capitalista	29
Figura 1.3. Ciclos decrecientes ante bajo poder obrero de negociación salarial.....	30
Figura 1.4. Ciclos explosivos ante elevado poder obrero de negociación salarial.....	32
Figura 1.5. Relación entre poder de negociación y estabilidad de los ciclos	33
Figura 2.1. Red de flujo monetario en reproducción capitalista simple.....	59
Figura 2.2. Red de flujo monetario en reproducción capitalista ampliada.....	63
Figura 2.3. Dinámica simplificada de la distribución sectorial del empleo	70
Figura 2.4. Efecto del salario sobre empleo, precios de producción y tasa media de ganancia.....	73
Figura 3.1. Equilibrio de corto plazo en uso de capacidades instaladas sectoriales	90
Figura 3.2. Equilibrio de largo plazo con distribución exógena	92
Figura 3.3. Ciclos límite de largo plazo con distribución endógena en tres dimensiones	99
Figura 3.4. Ejemplo de ciclo límite tridimensional complejo	101
Figura 3.5. Ciclo límite, sobreproducción y etapas.....	103
Figura 4.1. Línea nula para $k' = 0$ y dinámica de la composición regional de capital k	127
Figura 4.2. Línea nula para $f' = 0$ y dinámica del endeudamiento del Sur f	128
Figura 4.3. Dinámica estable entre composición regional del capital k y endeudamiento del Sur f (tasa de interés baja, $\tau < \tau^*$).....	129
Figura 4.4. Simulaciones del sistema $k - f$ con dinámica estable (tasa de interés baja, $\tau < \tau^*$)	131
Figura 4.5. Impacto de aumento de la tasa de interés en líneas nulas y dinámica k, f	132
Figura 4.6. Dinámica inestable entre composición regional del capital k y endeudamiento del Sur f (tasa de interés alta, $\tau > \tau^*$)	132
Figura 4.7. Simulaciones del sistema $k - f$ con dinámica inestable (tasa de interés alta, $\tau > \tau^*$)	133
Figura 4.8. Simulación de trayectorias temporales de las variables endógenas del modelo NSDD (tasa de interés baja).....	137
Figura 4.9. Simulación de ciclos distributivos en el modelo NSDD (tasa de interés baja).....	138

Figura 4.10. Simulación del aumento de la tasa de interés en los ciclos distributivos del modelo NSDD	139
Figura 4.11. Simulación de trayectorias temporales de participaciones salariales ante aumentos de la tasa de interés en modelo NSDD.....	140
Figura 4.12. Simulación del efecto del poder de negociación salarial en los ciclos de deuda (<i>f</i>) del modelo NSDD (tasa de interés baja)	142
Figura 5.1. Ejemplo de la influencia comercial entre países con intermediarios.....	159
Figura 5.2. Ejemplo de retroalimentaciones comercial entre países pequeños	160
Figura 5.3. Transición entre shock inicial y primera “ronda” de transacciones comerciales	162
Figura 5.4. Transición entre primera y segunda “ronda” de transacciones.....	163
Figura 5.5. Intuición de la influencia comercial.....	168
Figura 5.6. Intuición de la pugna comercial.....	169
Figura 5.7. Intuición de la retroalimentación comercial	171
Figura 5.8. Intuición del balance de poder comercial	173
Figura 5.9. Retroalimentación comercial por principales países	177
Figura 5.10. Mapas de retroalimentación comercial a escala mundial	179
Figura 5.11. Retroalimentación comercial por regiones	180
Figura 5.12. Retroalimentación comercial por continentes.....	181
Figura 5.13. Retroalimentación comercial mundial	183
Figura 5.14. Influencia comercial sobre el resto del mundo por principales países	184
Figura 5.15. Influencia comercial sobre el resto del mundo por regiones	186
Figura 5.16. Influencia comercial sobre el resto del mundo por continentes.....	186
Figura 5.17. Peso económico, la influencia y la retroalimentación comercial por países	187
Figura 5.18. Mapas de estructura de comercio mundial	189
Figura 5.19. Mapas de estructura de comercio de Eurasia.....	190
Figura 5.20. Mapas de estructura de comercio de América Latina y el Caribe	191
Figura 5.21. Mapas de estructura de comercio de África.....	192
Figura 5.22. Balance de poder comercial entre Estados Unidos y China	194
Figura 5.23. Pugna comercial entre Estados Unidos y China sobre países más influyentes	194
Figura 5.24. Pugna comercial entre Estados Unidos y China sobre regiones.....	196
Figura 5.25. Pugna comercial entre Estados Unidos y China sobre continentes	196

Figura 5.26. Mapas de pugna comercial entre Estados Unidos y China a escala mundial	197
Figura 5.27. Mapas de pugna comercial entre Estados Unidos y China sobre Eurasia	198
Figura 5.28. Mapas de pugna comercial entre Estados Unidos y China sobre América Latina y el Caribe	199
Figura 5.29. Mapas de pugna comercial entre Estados Unidos y China sobre África	200
Figura 5.30. Balance de poder comercial centro-periferia y asignación del primer nivel de centralidad	202
Figura 5.31. Esquemas de centralidad comercial	205
Figura 5.32. Centralidad vs. retroalimentación comercial (1995-2020)	208
Figura 5.33. Centralidad vs. influencia comercial (1995-2020)	208
Figura 5.34. Centralidad comercial vs. exportaciones manufactureras (1995-2020).....	209

Tablas

Tabla 2.1. Matriz de transición monetaria en reproducción capitalista simple (MRKS)	60
Tabla 2.2. Matriz de transición monetaria en reproducción capitalista ampliada (MRKA)	64
Tabla 5.1. Algoritmo de identificación de estructuras centro-periféricas	174
Tabla A. 1. Retroalimentación comercial absoluta por principales países.....	253
Tabla A. 2. Retroalimentación comercial relativa por principales países	253
Tabla A. 3. Retroalimentación comercial absoluta por regiones	254
Tabla A. 4. Retroalimentación comercial relativa por regiones.....	254
Tabla A. 5. Retroalimentación comercial absoluta por continentes.....	255
Tabla A. 6. Retroalimentación comercial relativa por continentes	255
Tabla A. 7. Influencia comercial sobre el resto del mundo por principales países	255
Tabla A. 8. Influencia comercial sobre el resto del mundo por regiones.....	256
Tabla A. 9. Influencia comercial sobre el resto del mundo por continentes	256
Tabla A. 10. Pugna comercial entre Estados y China sobre países más influyentes de la red de comercio mundial	257
Tabla A. 11. Pugna comercial entre Estados y China sobre regiones	257
Tabla A. 12. Pugna comercial entre Estados y China sobre continentes	258
Tabla A. 13. Pugna comercial entre Estados y China sobre países de América	258

Tabla A. 14. Pugna comercial entre Estados y China sobre países de Europa	259
Tabla A. 15. Pugna comercial entre Estados y China sobre países de Asia.....	260
Tabla A. 16. Pugna comercial entre Estados y China sobre países de África.....	261
Tabla A. 17. Pugna comercial entre Estados y China sobre países de Oceanía.....	262
Tabla A. 18. Indicadores según nivel de centralidad comercial (1995).....	262
Tabla A. 19. Indicadores según nivel de centralidad comercial (2000).....	263
Tabla A. 20. Indicadores según nivel de centralidad comercial (2005).....	264
Tabla A. 21. Indicadores según nivel de centralidad comercial (2010).....	265
Tabla A. 22. Indicadores según nivel de centralidad comercial (2015).....	266
Tabla A. 23. Indicadores según nivel de centralidad comercial (2020).....	267

Declaración de cesión de derecho de publicación de la tesis

Yo, John Wilfrido Cajas Guijarro, autor de la tesis titulada “Poder, crisis y periferia: cinco ensayos sobre la complejidad capitalista” declaro que la obra es de mi exclusiva autoría, que la he elaborado para obtener el título de doctor en Economía del Desarrollo concedido por la Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales, FLACSO Ecuador.

Cedo a la FLACSO Ecuador los derechos exclusivos de reproducción, comunicación pública, distribución y divulgación bajo la licencia Creative Commons 3.0 Ecuador (CC BY-NC-ND 3.0 EC), para que esta universidad la publique en su repositorio institucional, siempre y cuando el objetivo no sea obtener un beneficio económico.

Quito, enero de 2023.



Firmado digitalmente por:
JOHN WILFRIDO
CAJAS GUIJARRO

John Wilfrido Cajas Guijarro

Resumen

La presente tesis estudia la complejidad capitalista desde un enfoque analítico-matemático y destacando tres conceptos guía: poder, crisis y periferia. Para ello, la tesis se compone de cinco capítulos tipo ensayo que buscan contribuir en el campo de la economía política analítica. El primer capítulo reinterpreta intuiciones de Marx usando un modelo de ciclos endógenos en tres dimensiones (tasa de empleo, participación salarial e intensidad del trabajo); aquí se demuestra la existencia de ciclos estables e inestables, resultado que permite plantear un vínculo entre el poder de negociación de los trabajadores y la noción de crisis estructural, distinta a las crisis periódicas del ciclo capitalista. El segundo capítulo revisita la reproducción de capital desde un enfoque de equilibrio, redes y competencia, usando un modelo sectorial asociado a redes monetarias y cadenas de Markov; asimismo, al modelo se incorpora el rol de la competencia intersectorial para explicar el surgimiento de la tasa media de ganancia a largo plazo y se exponen algunos aspectos que podrían dificultar ese surgimiento. El tercer capítulo expone un modelo sectorial de ciclos y sobreproducción inspirado en Dutt (1988) y Goodwin (1967), el cual es capaz de generar ciclos estables en tres dimensiones (composición sectorial del capital, tasa de empleo y participación salarial), resultado que se aprovecha para reinterpretar la noción de sobreproducción en las diferentes etapas de los ciclos capitalistas. El cuarto capítulo presenta un modelo Norte-Sur de Deuda y Distribución que combina la dinámica de la deuda externa del Sur con ciclos distributivos simultáneos en ambas regiones, tomando como base a Dutt (1989; 1990) y Goodwin (1967); aquí se estudia la estabilidad de la deuda externa sureña y la posibilidad de que una elevada tasa de interés sobre la deuda externa empeore los ciclos distributivos en perjuicio de los trabajadores del Sur. Finalmente, el quinto capítulo redefine a las redes de comercio mundial como redes direccionadas-ponderadas que consideran simultáneamente los flujos comerciales y su retroalimentación, el tamaño de las economías que comercian y su propensión a importar, a la vez que se propone indicadores que faciliten su interpretación (retroalimentación, influencia, pugna y balance de poder comercial); este análisis de redes comerciales se aplica a 115 países entre 1995-2020, notándose en especial la expansión comercial de China sobre todo luego de la crisis financiera internacional (y consolidada en el primer año de la pandemia del coronavirus), al punto de disputar con Estados Unidos la condición de país más influyente en el comercio mundial.

Introducción

En correspondencia del 31 de mayo de 1873 enviada a Friedrich Engels, Karl Marx mencionó lo siguiente:

Tú conoces los gráficos donde se muestran los precios, las discount rate [tasas de descuento], etc., etc., con las fluctuaciones que sufren en el curso del año, representadas por curvas en zig-zag que suben y bajan. En distintas ocasiones he tratado de calcular, a fin de analizar las crisis, esas ups and downs [alzas y bajas] como se analizan las curvas irregulares, y he creído posible (y todavía creo que es posible, con la ayuda de información estadística seleccionada con cuidado) determinar matemáticamente, partiendo de ahí, las leyes esenciales de las crisis (Marx 1983a, 277-278).

Esta correspondencia no es anecdótica si se toma en cuenta que Marx se dedicó al final de su vida a estudiar matemáticas (sobre todo cálculo) con el propósito de mejorar sus teorías sobre el capitalismo, como ilustran sus *Manuscritos Matemáticos* escritos entre 1873 y 1883, año en que falleció. Sin embargo, sus conocimientos de matemática fueron defectuosos como bien ilustran los mismos *Manuscritos* –incluso alguna vez él admitió que tuvo problemas con el manejo del álgebra al elaborar el tomo I de *El Capital*– y, por ende, nunca logró “determinar matemáticamente ... las leyes esenciales de las crisis”. Claro, es justo mencionar también que Marx tenía demasiados propósitos intelectuales; de hecho, recordemos que en uno de sus planes originales él planteaba estudiar críticamente la economía política del capitalismo en *seis libros*: (1) sobre el capital; (2) sobre la propiedad territorial; (3) sobre el trabajo asalariado; (4) sobre el Estado; (5) comercio internacional; (6) mercado mundial (Marx 1983b, 89), de los cuales ni siquiera el primero llegó a completarse plenamente.

Pese a sus limitaciones, como bien mencionó en su momento Joan Robinson (1967), se debe reconocer que Marx tenía un enorme “sentido de la realidad” aunque sus métodos intelectuales resultan “bastante más crudos” que aquellos aplicados por los economistas convencionales. Quizá ese mismo sentido de la realidad más una enorme intuición llevaron a Marx a pensar que el *estudio crítico* de la *economía política del capitalismo* requiere –entre otras herramientas– el uso del lenguaje matemático, particularmente en el análisis de las crisis. Asimismo, su ambicioso plan inicial sugiere que Marx tenía una profunda *visión de totalidad* al estudiar las diferentes dimensiones del capitalismo, aspirando a discutir desde los elementos más básicos que

configuran al capital hasta las amplias estructuras formadas por el comercio internacional y el mercado mundial.

En cierta forma, tales aspiraciones de Marx de un estudio crítico del capitalismo desde una visión de totalidad y con el empleo de herramientas como la matemática no quedaron en el olvido luego de la muerte del pensador alemán. De hecho, actualmente existe un campo conocido como *economía política analítica*, el cual puede definirse como el estudio formal y riguroso (tanto teórico como empírico) de las *estructuras económico-políticas¹ del capitalismo* (producción, distribución, circulación, consumo, reproducción) desde una *perspectiva crítica* a esta forma de sociedad y al pensamiento económico dominante (Veneziani y Zamparelli 2017).

Si se acepta que las estructuras económico-políticas del capitalismo (que Marx aspiraba estudiar en su plan original) se sostienen en la interacción de múltiples componentes capaces de generar dinámicas colectivas sofisticadas, entonces necesariamente estas estructuras conforman múltiples *sistemas complejos* (Mitchell 2009, 13). Aquí cabe mencionar que la *complejidad* es un término que suele caracterizar a sistemas o modelos compuestos por múltiples componentes que interactúan entre sí y que generan comportamientos sofisticados como, por ejemplo, *dinámicas no lineales, aleatoriedad, jerarquías, patrones emergentes*, y similares (Krakauer 2019). Siguiendo esta interpretación, puede acuñarse el término de *complejidad capitalista* para agrupar a las dinámicas no lineales, jerarquías, patrones emergentes y similares creados por la interacción de las estructuras económico-políticas del capitalismo.

Tomando como *motivación* los elementos que se acaba de exponer, el presente trabajo se plantea la siguiente *pregunta central*: ¿es posible estudiar la complejidad capitalista desde un enfoque de economía política analítica, continuando con las aspiraciones de Marx sobre el uso de las matemáticas al analizar las crisis y manteniendo una visión de totalidad (es decir, partiendo desde los elementos básicos del capital hasta las amplias estructuras del comercio internacional)? Por su parte, el objetivo general de este trabajo es demostrar que *sí es posible hacer ese estudio*, en particular si se analiza a la complejidad capitalista desde un enfoque analítico-matemático guiado

¹ La noción de *economía política* empleada en este trabajo se sustenta en el análisis originalmente planteado por Marx sobre las estructuras del capitalismo, incluyendo el estudio de la distribución, la acumulación de capital, el rol de las clases sociales, el Estado y el conflicto político. Sobre esta noción, así como la historia de los términos “economía política” (*political economy*) y “economía” (*economics*), ver Dutt (2018).

por varias intuiciones de Marx y por tres grandes conceptos: *poder*, *crisis* y *periferia*. Para cumplir este objetivo general, el trabajo se enfoca en los siguientes objetivos específicos: (a) representar al capitalismo con sistemas dinámicos complejos y no lineales que generen bifurcaciones económicamente relevantes; (b) comprender el rol de las relaciones de poder entre trabajadores y capitalistas en la formación de los ciclos económicos; (c) describir la complejidad de las interacciones entre sectores de la producción usando enfoques de red; (d) reinterpretar las nociones de crisis económicas estructurales, periódicas, por desequilibrio sectorial, por sobreproducción y por deuda externa; (e) identificar los efectos de las relaciones asimétricas de poder entre economías centrales (Norte) y periféricas (Sur) sobre sus ciclos económicos internos; (f) describir empíricamente las estructuras centro-periféricas vigentes en el capitalismo mundial contemporáneo desde el replanteamiento de la red de comercio mundial y su evolución histórica.

Por medio de estos objetivos, el trabajo busca aportar en el campo de la economía política analítica, sobre todo a la literatura especializada en los siguientes temas: (a) modelos cíclicos endógenos; (b) modelos sectoriales de reproducción capitalista simple y ampliada; (c) modelos de sobreproducción; (d) modelos centro-periferia (o Norte-Sur); (e) redes comerciales y su representación geográfica; (f) el uso del concepto de poder en economía. Para alcanzar estas contribuciones, el documento se compone de cinco capítulos tipo ensayo, cuyo orden y articulación *no son arbitrarios*, sino que intentan seguir –al menos parcialmente– la línea argumental pensada por Marx en *El Capital* y en su plan original de estudio del capitalismo, junto con elementos *estructuralistas* y *dependentistas*. El *capítulo 1* expone un modelo de ciclos endógenos para una economía agregada junto con el posible vínculo entre relaciones de poder entre clases y crisis, siguiendo intuiciones del *tomo 1 de El Capital* (Marx 2009a). El *capítulo 2* reinterpreta la reproducción capitalista desde un modelo bi-sectorial, siguiendo planteamientos del *tomo 2 de El Capital* (Marx 2009b). El *capítulo 3* junta elementos de los modelos de ciclos y bi-sectorial de los capítulos 1 y 2 para reinterpretar la *sobreproducción*, aprovechando también ideas de los *tomos 2 y 3 de El Capital* (Marx 2009b; 2009c). El *capítulo 4* también junta elementos de los modelos de ciclos y bi-sectorial de los capítulos 1 y 2 para representar el vínculo entre poder y crisis en las interacciones centro-periferia o Norte-Sur, como intento preliminar de caracterizar la complejidad de la economía capitalista mundial (pensando en el libro 6 del “plan original” de Marx, junto con intuiciones *estructuralistas* y *dependentistas*). Por último, el capítulo

5 abandona la visión bi-sectorial y pasa al estudio empírico de múltiples economías que interactúan entre sí en redes de comercio mundial, donde igualmente es posible identificar estructuras centrales y periféricas y distribución asimétrica de poder (pensando en el libro 5 del “plan original” de Marx, combinado con elementos estructuralistas). Mayor detalle de cada uno de estos capítulos se describe a continuación.

El *capítulo 1* reinterpreta algunas intuiciones de Marx usando un sistema dinámico no lineal de ciclos endógenos en tres dimensiones: tasa de empleo, participación salarial e intensidad del trabajo (variable que no ha recibido suficiente atención en la literatura marxista de modelos cíclicos). Así, luego de una revisión de literatura de modelos marxistas de ciclos, este capítulo demuestra analíticamente (usando el teorema de bifurcaciones de Hopf) y con simulaciones la existencia de ciclos estables dentro del modelo si la mecanización es alta y el poder obrero de negociación salarial es menor a un determinado umbral. En cambio, el modelo es inestable cuando el poder de negociación obrero es demasiado alto, resultado que permite plantear la noción de crisis estructural, distinta a las crisis periódicas del ciclo capitalista. Al final, se resume resultados y se sugiere posibles extensiones al modelo.

El *capítulo 2* revisita la reproducción capitalista desde un enfoque de equilibrio, redes y competencia. Así, luego de una revisión de literatura, se presenta un modelo de reproducción capitalista en tres etapas: (1) se expone cómo el equilibrio en los mercados de bienes limita la distribución sectorial del empleo; (2) se plantean redes monetarias que permiten reinterpretar la reproducción simple y ampliada usando cadenas de Markov; (3) se incorpora el rol de la competencia intersectorial para explicar el surgimiento de la tasa media de ganancia a largo plazo y se exponen algunos aspectos que podrían dificultar ese surgimiento. Al final, se exponen las principales conclusiones y se plantean posibles discusiones futuras sobre la complejidad de la reproducción capitalista.

El *capítulo 3* expone un modelo sectorial de ciclos y sobreproducción inspirado en el modelo sectorial de Dutt (1988) y el modelo de ciclos de Goodwin (1967). El capítulo deduce las condiciones analíticas que llevan a un equilibrio de corto plazo de las capacidades instaladas sectoriales. Luego, se emplea el teorema de bifurcaciones de Hopf en tres dimensiones para demostrar que el modelo es capaz de generar ciclos estables en la composición sectorial del

capital, la tasa de empleo y la participación salarial en el producto. Se aprovecha este resultado para reinterpretar la noción marxista de sobreproducción en las diferentes etapas de los ciclos capitalistas. Finalmente, el capítulo menciona algunas propuestas para extender el estudio del modelo en trabajos futuros.

El *capítulo 4* presenta un modelo Norte-Sur de Deuda y Distribución (NSDD) que combina la dinámica de la deuda externa del Sur con ciclos distributivos simultáneos en ambas regiones. El modelo incluye intuiciones estructurales planteadas por Dutt (1989; 1990), dinámicas cíclicas del modelo de Goodwin (1967), y restricciones en la balanza de pagos del Sur. El modelo estudia la estabilidad de la deuda externa sureña y su simulación numérica brinda varias interpretaciones de economía política, como la posibilidad de que una elevada tasa de interés sobre la deuda externa puede empeorar los ciclos distributivos en perjuicio de los trabajadores del Sur.

Finalmente, el *capítulo 5* redefine a las redes de comercio mundial como redes direccionadas-ponderadas que consideran simultáneamente los flujos comerciales y su retroalimentación, el tamaño de las economías que comercian y su propensión a importar. Para interpretar estas redes, se propone indicadores de retroalimentación, influencia, pugna y balance de poder comercial, la elaboración de mapas de estructura de comercio y un algoritmo para identificar estructuras centro-periféricas que pueden representarse usando esquemas de centralidad comercial. Esta propuesta se aplica a 115 países para el período 1995-2020, lo que permite estimar algunos impactos asociados al primer año de la pandemia del COVID-19. Los resultados evidencian la expansión comercial de China sobre todo luego de la crisis financiera internacional, al punto de disputar con Estados Unidos la condición de país más influyente tanto sobre el mundo como a escala regional. Asimismo, se evidencia la persistente condición periférica de múltiples regiones, aunque en su interior existen importantes heterogeneidades.

Cabe mencionar que, al momento de escribir esta tesis, una versión preliminar del capítulo 1, todo el capítulo 2, y una versión preliminar del capítulo 5 ya han sido publicadas o aceptadas para publicación en algunas revistas académicas (detalle que se aclara al inicio de cada capítulo para los fines pertinentes). Asimismo, conviene indicar que todos los capítulos forman parte del proyecto de rediseño de la cátedra de Economía Política 2 de la Universidad Central del Ecuador (donde el autor actualmente ejerce como profesor), de modo que versiones previas han sido

presentadas en diferentes espacios de divulgación y se suman a otros trabajos de reflexión de la complejidad capitalista elaborados por quien escribe este trabajo. Finalmente, similar a Marx, es justo aclarar que varios ensayos no pudieron entrar en esta tesis por limitaciones de tiempo y espacio, destacándose la cuestión de la caída de la tasa de ganancia junto con otros enfoques de las crisis capitalistas, temas que se abordarán desde un enfoque analítico en trabajos futuros (si es que las fuerzas y voluntad del autor así lo permiten).

Capítulo 1 . Poder, intensidad del trabajo y crisis en un modelo marxista de ciclos endógenos²

1.1.Introducción

Uno de los últimos capítulos del tomo I de El Capital titulado “La ley general de la acumulación capitalista” (Marx 2009a, cap. 23) ha motivado a algunos autores a desarrollar modelos analíticos donde las relaciones de poder entre asalariados y capitalistas generan dinámicas cíclicas. Sin embargo, esta literatura no parece aprovechar elementos que Marx dejó sobre el papel del ejército laboral de reserva como regulador no solo de los salarios (Goodwin 1967) y de la jornada laboral (Eagly, 1972), sino también de la intensidad del trabajo y, por ende, de la productividad. De hecho, en el capitalismo actual, la explotación laboral no solo implica el ajuste salarial y/o de la jornada, sino también la capacidad de reducir los tiempos muertos o no utilizados en cada hora de trabajo, presionando a que los obreros apliquen una mayor intensidad laboral y produzcan más mercancías en igual período de tiempo (Mavroudeas y Ioannides 2011). Pese a la relevancia que Marx otorgó a este fenómeno al plantear su noción de plusvalor relativo (2009a, cap. 10) y al hablar de la maquinaria y gran industria (2009a, cap. 13), la literatura marxista de modelos cíclicos no cubre este tema a profundidad.

En respuesta a esta limitación, y partiendo de desarrollos preliminares (Cajas Guijarro 2018a; 2018b), el presente texto reinterpreta algunas intuiciones de Marx sobre la acumulación de capital y el ejército laboral de reserva usando un modelo de ciclos endógenos en tres dimensiones: tasa de empleo, participación salarial (de los trabajadores en el producto) e intensidad del trabajo. El texto demuestra que el modelo genera ciclos límite (usando el teorema de bifurcaciones de Hopf para tres dimensiones), y presenta simulaciones que describen la existencia de ciclos estables e inestables. La estabilidad del modelo y su dinámica cíclica se garantizan con dos condiciones: (a) la mecanización de la producción es lo suficientemente alta; (b) el poder obrero de negociación salarial cae por debajo de un umbral delimitado por la pugna entre clases sociales al definir la

² Este ensayo ha sido aceptado para próxima publicación en el *Trimestre Económico* (Fondo de Cultura Económica) y representa una completa reelaboración de una versión preliminar que ha sido publicada en la *Revista Economía* (Universidad Central del Ecuador), vol.70, no.111, pp.47-67, mayo de 2018 (<https://doi.org/10.29166/economia.v70i111.1389>). Se agradece los comentarios y aportes de Wilson Pérez, Leonardo Vera, William Sacher, Giovanni Manosalvas, Fernando Martin y evaluadores anónimos de la *Revista Economía* y del *Trimestre Económico*.

intensidad laboral. En cambio, cuando el poder obrero para negociar el salario supera ese umbral, el modelo se vuelve inestable, resultado que puede interpretarse como la tendencia a una crisis económica estructural distinta a las crisis económicas periódicas propias del ciclo capitalista. Así se concluye que, en el presente modelo, los capitalistas requieren limitar el poder obrero para garantizar en el tiempo (de forma cíclica y estable) la reproducción capitalista y el crecimiento económico sostenido.

Cabe aclarar que este trabajo se delimita³ a ciclos económicos inducidos por la pugna distributiva entre clases sociales al estilo del modelo de Goodwin (1967)⁴. Así, este nivel de análisis deja de lado a las crisis y ciclos asociados a otros factores (económicos⁵ y no económicos). En particular, la noción de crisis económica estructural aquí empleada se refiere a una interrupción de la reproducción capitalista (Marx 2010, 134; Shaikh 1978, 219) superable solo con cambios exógenos en las estructuras de poder representadas por los parámetros del modelo teórico propuesto⁶. Este enfoque difiere con otras interpretaciones estructurales. Por ejemplo, Kondratiev planteó que la base material de los ciclos u ondas largas posee un carácter técnico asociado al desgaste, reemplazo y expansión del capital fijo, el cual requiere amplios períodos de tiempo y enormes gastos para producirse, de modo que ese carácter técnico es endógeno a la dinámica capitalista⁷. En contraste, Trotsky consideró que los ciclos largos no están determinados por fuerzas internas del capitalismo sino por factores externos incluso “superestructurales” (p.ej. guerras) (Rosenberg y Frischtak 1984; Day 1976). Similarmente, Bujarin (1972, 27-28) planteó que las crisis capitalistas implican la “destrucción de las fuerzas productivas” y que su análisis debe hacerse “trascendiendo el marco de varios ciclos productivos” pues estas crisis tienden a “ensanchar” el posterior desarrollo capitalista. Si bien el modelo de ciclos expuesto en este trabajo no analiza el cambio técnico (potencialmente endógeno) ni los efectos de factores no económicos sobre las fuerzas productivas y similares, puede brindar una base analítica para

³ Se agradece a un evaluador anónimo por sus aportes para aclarar esta delimitación.

⁴ El enfoque distributivo hace que la noción de crisis empleada en este texto difiera de nociones asociadas a desproporción sectorial, sobreproducción, caída de la tasa de ganancia, entre otras.

⁵ Para revisiones amplias de literatura sobre ciclos económicos, ver Orlando y Sportelli (2021).

⁶ Para una interpretación similar, ver Cajas Guijarro y Vera (2022, 573).

⁷ En su reinterpretación de Kondratiev, Mandel (1981) igualmente negó que las innovaciones tecnológicas automáticamente generan ciclos largos pues serían endógenas a la acumulación capitalista.

trabajos futuros que estudien estas cuestiones y los vínculos que se generan entre diferentes formas de crisis⁸.

Igualmente, conviene resaltar que el modelo aquí presentado posee una perspectiva marxista pues estudia el papel del ejército laboral de reserva y del poder de negociación obrero sobre la estabilidad de los ciclos capitalistas desde un enfoque distributivo y en donde la producción es endógena a la intensidad laboral. Así, el modelo se distingue de interpretaciones ricardianas que estudian la distribución, pero no profundizan en las estructuras de poder capitalistas ni en sus efectos sobre la producción⁹. Incluso, este trabajo puede contribuir en algunas discusiones marxistas sobre acumulación de capital y poder obrero. Por ejemplo, Tronti (2019, cap. 8) planteó que el poder obrero puede modificar las dinámicas de la acumulación, como sucedió cuando la lucha histórica de la clase trabajadora redujo la jornada laboral y limitó la generación de plusvalor absoluto, empujando a la clase capitalista a priorizar la explotación desde el plusvalor relativo que precisamente depende de la intensidad y la productividad laborales, variables cruciales en este texto. Por su parte, Palermo (2007) propuso que en el capitalismo se distribuye asimétricamente el “poder de acción” de las clases sociales. Por ende, para mantener su estabilidad, la clase capitalista puede crear “estructuras condicionantes” que limitan las posibilidades del poder obrero. Desde estas y otras visiones¹⁰ es posible plantear interpretaciones relevantes y nuevas extensiones para los resultados del modelo de ciclos expuesto en este documento.

Considerando esta delimitación y posible contribución, el artículo se estructura de la siguiente forma. Después de esta introducción, la sección 1.2 revisa alguna literatura marxista sobre modelos cíclicos para ilustrar la falta de discusión sobre la intensidad laboral. Luego, la sección 1.3 reinterpreta varias intuiciones de Marx (2009a) desde un modelo de ciclos donde se plantea una intensidad laboral endógena, a la vez que se analiza el vínculo entre poder de negociación

⁸ Goodwin dudaba de la posibilidad de identificar ciclos largos pues la “turbulencia” del capitalismo volvería imposible la existencia de parámetros constantes a muy largo plazo. De todas formas, combinando elementos de Marx y Schumpeter, él planteó un esquema analítico para modelizar ciclos cortos asociados al producto y ciclos largos asociados a la innovación (Goodwin 1987). Tal esquema podría emplearse en interpretaciones más profundas de las crisis capitalistas.

⁹ Precisiones similares pueden encontrarse en Goodwin (1983).

¹⁰ Para otra interpretación marxista sobre relaciones de poder en el capitalismo, ver Bowles y Gintis (1990).

obrero y la estabilidad de los ciclos. Finalmente, la sección 1.4 cierra con una conclusión y con sugerencias para trabajos futuros.

1.2. Breve revisión de literatura

Como reseña Cámara Izquierdo (2022), uno de los primeros ejemplos –imperfecto– de modelos cíclicos inspirados en Marx es el trabajo de Goodwin (1967). Desde un modelo agregado, Goodwin plantea la existencia de ciclos distributivos endógenos entre la tasa de empleo y la participación salarial, asumiendo que siempre hay equilibrio en el mercado de bienes. Entre los principales elementos del modelo están: (a) una curva de Phillips donde, a mayor tasa de empleo, los trabajadores poseen mayor poder de negociación que les permite acelerar el crecimiento del salario real; (b) la inversión depende de las ganancias que, a su vez, son empujadas hacia la baja cuando crece la participación salarial. Como resultado, surge un sistema dinámico análogo al modelo presa-depredador (Lotka 1910; Volterra 1927), donde la tasa de empleo y la participación salarial ocupan los lugares de presa y depredador respectivamente. Este sistema genera soluciones cíclicas cerradas en sentido horario empujadas por la lucha entre clases sociales “parcialmente complementarias, parcialmente hostiles” y, a criterio de Goodwin, reflejaría las intuiciones de Marx (2009a) sobre los ciclos y el ejército laboral de reserva¹¹.

El modelo de Goodwin (1967) posee una estructura general y compacta –su versión original ocupa cinco páginas– que ha recibido varias ampliaciones. Por ejemplo, Sato (1985) presenta una ampliación para dos sectores con mercados siempre en equilibrio y concluye que: (a) no existen movimientos cíclicos y la economía converge a un equilibrio balanceado si la razón capital/trabajo en el sector 2 que produce medios de consumo es suficientemente mayor que en el sector 1 que produce medios de producción; (b) en los demás casos existen ciclos, pero para algunas condiciones iniciales éstos no son duraderos si la razón capital/trabajo en el sector 2 es mayor que en el sector 1. Es decir, para Sato, a nivel sectorial el modelo de Goodwin no siempre refleja la relación antagónica entre capital y trabajo. Araújo, Dávila-Fernández y Moreira (2019) presentan una breve reseña con varias extensiones adicionales donde se incluye factores como:

¹¹ Para Solow (1990), en el modelo de Goodwin (1967) más bien los desempleados serían las presas y los empleados serían los depredadores. A su vez, los ciclos tendrían una duración mayor a aquellos estudiados por la macroeconomía convencional.

inflación; política fiscal; crecimiento neoclásico¹²; salarios de eficiencia; cuestiones sectoriales; estabilidad financiera. Otra reseña relevante puede encontrarse en Barrales-Ruiz, Mendieta-Muñoz, Rada, Tavani, y von Arnim (2022). Asimismo, Grasselli y Maheshwari (2018) plantean una evaluación empírica del modelo de Goodwin empleando series temporales en panel entre 1960 y 2010 para Australia, Canadá, Dinamarca, Finlandia, Francia, Italia, Noruega, Reino Unido, Estados Unidos y Alemania.

Por otro lado, Cámara Izquierdo (2022) considera que un trabajo más apegado a los textos de Marx corresponde a Eagly (1972), quien construye un modelo cuyos principales componentes son: (a) un salario de subsistencia constante y que depende de la productividad del sector 2; (b) a mayor tasa de empleo, los trabajadores tienen el poder suficiente para presionar por una menor jornada laboral; (c) a mayor tasa de empleo, los capitalistas tienen incentivos para aumentar la mecanización (reemplazar trabajo por capital); (d) los capitalistas acumulan todas sus ganancias cuando la rentabilidad es alta, y dejan de acumular cuando la rentabilidad es menor a una tasa mínima. Juntando estos elementos en un esquema dinámico, Eagly obtiene ciclos endógenos en sentido antihorario para las tasas de ganancia y desempleo con la peculiaridad de que, al pasar de un ciclo a otro, en promedio el desempleo crece hasta que las tensiones sociales provocan un colapso.

A diferencia de Goodwin (1967), Eagly (1972) ha recibido menor atención en la literatura, aunque algunas reinterpretaciones pueden encontrarse en los modelos analíticos y de simulación de Laibman (1978; 1992a; 1997). De hecho, Laibman (1978) también critica el modelo de Goodwin (1967) por su supuesto de una relación capital-producto constante, lo que impediría describir adecuadamente el cambio técnico marxista (*Marx-biased technical change*) usualmente definido como una situación donde al mismo tiempo crecen la productividad laboral y la relación capital-producto, implicando un sesgo hacia tecnologías que ahorran trabajo (Campbell y Tavani

¹² Sobre el crecimiento neoclásico, van der Ploeg (1983) combina los modelos de Goodwin (1967) y Solow (1956) incorporando los supuestos neoclásicos de sustitución capital-trabajo y maximización de ganancias. Al final concluye que estos supuestos reducen el efecto de la lucha de clases en la dinámica cíclica, aunque los trabajadores pueden acrecentar el conflicto si ahorran y alcanzan algún control de los medios de producción o si exigen compensaciones por los incrementos de la productividad laboral.

2019). Asimismo, Laibman critica que el supuesto de Goodwin de que los capitalistas acumulan una proporción fija de las ganancias es rígido e impide considerar el rol de las expectativas.

Sherman (1971) es otro autor que expone una interpretación marxista de ciclos usando varios modelos que representan intuiciones asociadas a la sobreproducción. En su trabajo destacan un modelo de subconsumo (modelo 2), uno de sobreinversión (modelo 3), y otro que incluye a la capacidad instalada (modelo 5), todos bajo un enfoque sectorial de corto plazo. En particular, algunos supuestos del modelo 2 son: (a) los capitalistas poseen una función de consumo lineal con propensión media a consumir decreciente; (b) los salarios crecen a un ritmo más lento que la producción y que el ingreso total (se asume una función salarial lineal dependiente del producto); (c) los capitalistas siguen una función de inversión guiada por la rentabilidad. Por su parte, en el modelo 3 se asume que: (a) trabajadores y capitalistas consumen una fracción fija de sus ingresos; (b) los capitalistas poseen una función de inversión que depende de las ganancias esperadas; (c) los capitalistas construyen sus expectativas de ganancias futuras como una suma ponderada de las ganancias de cada sector, otorgando mayor peso al sector que produce bienes de consumo; (d) los precios de los medios de producción crecen más rápido que los precios de los medios de consumo por la presión ejercida desde la inversión. Finalmente, el modelo 5 combina tendencias de corto y largo plazo, donde se incluye la capacidad instalada en la función de inversión. Juntando estos modelos en sistemas de ecuaciones con retardos, Sherman (1971) estableció los parámetros que generan ciclos estables de tipo discreto.

Posteriormente, Sherman (1979) discute diferentes perspectivas sobre las teorías marxistas de las crisis (composición orgánica del capital creciente, agotamiento del ejército laboral de reserva y crecimiento salarial, subconsumo) y presenta patrones empíricos para fundamentar un modelo cíclico agregado de corto plazo. Dicho modelo incluye: (a) una función de consumo para los capitalistas con propensión media a consumir decreciente; (b) una participación salarial que posee una relación inversa con la capacidad instalada; (c) la capacidad instalada depende positivamente del crecimiento de la economía; (d) existe una función de inversión que depende positivamente de los valores históricos de la tasa de ganancia (que influyen en las expectativas); (e) hay una relación capital-producto que depende positivamente de la capacidad instalada. Entre las limitaciones que el propio Sherman destaca en su modelo están la ausencia de: tendencias de largo plazo; ciclos de inventarios; ciclos de depreciación y de reemplazo de la inversión; el rol

del dinero, el crédito y la inflación; el poder monopólico; el rol del gobierno; y las relaciones internacionales. Para aportes similares, ver Sherman (1991).

En un comentario crítico, Glombowski (1982) plantea cambios al trabajo de Sherman (1979) dejando que la capacidad instalada sea definida endógenamente por el modelo en vez de depender del crecimiento económico; a la vez, discute la dificultad de generar ciclos estables (en particular por la indefinición de la función de inversión), el excesivo enfoque subconsumista, y la ausencia de otros enfoques marxistas sobre la crisis como, por ejemplo, el impacto del crecimiento de la composición orgánica del capital o del desempleo. En este último punto, Glombowski incluso cita como ejemplo a Goodwin (1967). En otro trabajo, Glombowski (1983) plantea un modelo marxista de largo plazo (agregado y sectorial) donde obtiene las tendencias de la tasa de explotación laboral, la relación entre trabajo muerto y vivo (proxy de la tecnificación), la distribución del capital entre sectores 1 y 2 y otras variables. Tales tendencias serían crecientes sin límite ante un cambio técnico marxista con aumento permanente de tecnificación y crecimiento autónomo de la explotación, y estables ante un cambio técnico neutral con tecnificación constante y sin crecimiento autónomo de la explotación¹³. En este modelo, Glombowski asume una relación directa entre la tasa de explotación laboral y la tasa de empleo, cercana a la curva de Phillips empleada por Goodwin (1967) con variantes para evitar el surgimiento de ciclos, pero cuya modificación para obtener dinámica cíclica es relativamente sencilla.

A esta literatura puede incorporarse trabajos más recientes de mayor complejidad analítica como Dupont (2014) quien expone un modelo de tres dimensiones que estudia la interacción entre tasas de empleo y plusvalor y composición orgánica del capital. Asimismo, desde un enfoque ecléctico, Mariolis, Rodousakis y Soklis (2021, cap. 11) combinan elementos de Goodwin (1967), Bhaduri y Marglin (1990), y una noción de desequilibrios de corto plazo entre inversión y ahorro para obtener un sistema de tres dimensiones que genera ciclos estables al emplear funciones de inversión no lineales. Por su parte, Nikolaos, Persefoni y Tsoulfidis (2022) plantean un modelo que combina intuiciones de la “ley general de la acumulación capitalista” y la

¹³ Otro ejemplo de un modelo sectorial de crecimiento marxista que identifica tendencias de largo plazo, incluyendo la cuestión de la transformación de valores a precios de producción y luego a precios de mercado, y capitalistas maximizadores de la tasa de ganancia, ver Laibman (1981).

“tendencia a la caída de la tasa de ganancia” donde surgen ciclos largos en tres dimensiones entre la proporción de plusvalor invertida en capital constante y variable y la tasa de ganancia.

Como puede verse, pese al amplio número de variables y supuestos considerados por la literatura marxista de modelos cíclicos, la intensidad laboral no ha recibido mayor atención. Quizá los trabajos más cercanos a esta cuestión son aquellos que asumen una productividad endógena. Por ejemplo, Dávila-Fernández y Sordi (2019) plantean una extensión del modelo de Goodwin donde la productividad depende de la demanda desde un enfoque kaldoriano. Sin embargo, aunque la productividad y la intensidad laboral están vinculadas, no son idénticas. Mientras que la productividad puede crecer por mejoras técnicas que no necesariamente implican para los trabajadores un incremento de su esfuerzo promedio por hora trabajada en cambio, por definición, el incremento de la intensidad laboral siempre implica que los trabajadores deben realizar un mayor esfuerzo por hora. Así, cuando los trabajadores tienen un elevado poder de negociación, pueden aspirar a reducir la intensidad laboral, lo que modifica a la productividad no por una cuestión técnica sino por una pugna de poder entre clases sociales. Precisamente este es el espíritu del presente trabajo, el cual busca contribuir a la literatura ubicando a la intensidad laboral como una variable endógena de igual relevancia que la participación salarial y la tasa de empleo. Asimismo, el texto busca contribuir con una discusión sobre cómo la pugna por definir la intensidad impone límites al poder de negociación obrero, los cuales deben respetarse para garantizar la estabilidad de la dinámica capitalista.

1.3. Modelo

A continuación, y tomando como base intuiciones de Marx (2009a) junto con desarrollos preliminares del autor (Cajas Guijarro 2018a; 2018b), se expone un modelo marxista de ciclos endógenos cuya principal característica es la inclusión de la intensidad laboral como variable endógena que depende, entre otros factores, de la tasa de empleo. Así, cuando la tasa de empleo crece se asume que la clase trabajadora posee un mayor poder de negociación que le permite exigir una reducción de la intensidad del trabajo (menor esfuerzo por hora trabajada) y, por ende, una menor explotación laboral. Esta dinámica afecta a la productividad pues, al disminuir la intensidad, *ceteris paribus*, se asume un menor número de mercancías producidas por hora trabajada. Otros supuestos del modelo son: economía cerrada y sin gobierno; todo se mide en

magnitudes netas (ya se ha descontado la depreciación); no hay inflación; existe pleno empleo de capacidad instalada; existe un solo bien que se emplea como medio de producción (“máquinas”) o medio de consumo; no hay bienes intermedios; la jornada y la mecanización son constantes exógenas; los trabajadores buscan incrementar su salario cuando aumenta su poder de negociación; la población disponible para trabajar crece a una tasa constante pero pequeña.

A más de estos supuestos (y otros mencionados a lo largo del texto), el modelo se compone de tres partes. En la primera parte se definen los componentes del capital, las condiciones técnicas de producción, variables distributivas, y con estas definiciones se deduce los determinantes de las tasas de ganancia y de acumulación del capital. Después, en la segunda parte se detallan las funciones del ejército laboral de reserva en la acumulación capitalista tanto como reserva de trabajadores (para ello se define la tasa de empleo y los determinantes de su crecimiento), así como su influencia sobre la explotación laboral a nivel de salarios y de la intensidad del trabajo (incluyendo dos ecuaciones dinámicas que describen el crecimiento de estas variables sobre todo con respecto a la tasa de empleo). Finalmente, en la tercera parte se resumen los resultados en un sistema dinámico de tres dimensiones: tasa de empleo, participación salarial e intensidad laboral. El estudio analítico (realizado con el teorema de bifurcación Hopf, ver anexos 1.1 y 1.2) y simulaciones numéricas del sistema sugieren la existencia de ciclos límite, estables e inestables; asimismo, se identifica analíticamente un umbral que delimita el efecto del poder de negociación obrero sobre la estabilidad de los ciclos.

1.3.1. Tasas de ganancia y de acumulación

Tal como sugiere Marx al analizar la circulación del capital productivo (2009b, 57), la producción capitalista requiere de un monto de dinero (D) para adquirir dos grupos de mercancías (M): medios de producción (MP) y fuerza de trabajo (FTR). Cuando estas mercancías se juntan en la producción (P), surgen nuevas mercancías (M') que se venden por un monto de dinero (D') superior al monto original (D). Este proceso puede representarse en el siguiente esquema:

$$D - M \left\{ \begin{array}{l} MP \\ \dots P \dots M' - D' \\ FTR \end{array} \right. \text{ donde } D' > D$$

Donde la suma de dinero que adquiere medios de producción representa un capital constante (C) y la suma que adquiere fuerza de trabajo representa un capital variable (V) (Marx 2009a, 250-253). Esta distribución del capital se expone en las siguientes expresiones:

$$K = C + \rho V \quad (1)$$

$$C = pA \quad (2)$$

$$V = whE \quad (3)$$

Donde A es la cantidad del bien empleado como medio de producción y p es su precio, E es el número de empleados que venden su fuerza de trabajo, h es la jornada laboral (horas de trabajo por persona) que se asume constante¹⁴, w es el salario promedio por hora trabajada, y ρ es un factor igual a 1 si los salarios se pagan al inicio de la producción e igual a 0 si los salarios se pagan al final de la producción. De ahora en adelante, para simplificar la exposición, se asume $p = 1$ (todo se mide en magnitudes reales) y $\rho = 0$, de modo que V no requiere contabilizarse en el capital inicial, al que se nombra K .

Esta notación permite definir al volumen de mercancías producidas en términos netos Q como la multiplicación entre el número de personas empleadas, las horas que trabajan y la productividad laboral promedio por hora de trabajo:

$$Q = qhE \quad (4)$$

Aquí se asume que la productividad laboral q es endógena y crece al aumentar la intensidad del trabajo e y/o la mecanización m , donde la intensidad se define como el desgaste (esfuerzo) promedio de fuerza de trabajo realizado en cada unidad de tiempo trabajado (p.ej. esfuerzo promedio por hora) (Marx 2009a, 498; Mavroudeas y Ioannides 2011, 430-435)¹⁵. En cambio, la

¹⁴ Si bien h podría omitirse, se la incluye para facilitar futuras reinterpretaciones. Por ejemplo, siguiendo a Eagly (1972, 526), podría asumirse que h es endógena y depende del poder de negociación obrero.

¹⁵ Como ejemplo para ilustrar la noción de intensidad laboral, puede pensarse en un obrero trabajando ante una línea de ensamblaje movida por una banda sin fin. Cuando la banda se acelera, en promedio el obrero aplica un mayor esfuerzo en cada hora trabajada para ensamblar más productos pese a que no han cambiado ni la jornada ni los medios de producción. Así, a mayor velocidad de la banda, existe una mayor intensidad laboral.

mecanización se define como la ratio entre medios de producción y personas empleadas y se toma como indicador *proxy* de tecnificación¹⁶:

$$m = \frac{A}{E} \quad (5)$$

Así, por simplicidad se asume que la productividad queda definida por el siguiente producto:

$$q = em \quad (6)$$

Donde implícitamente se asume pleno empleo de capacidades instaladas. Con respecto al ingreso neto obtenido al vender las mercancías producidas, asumamos que se distribuye entre salarios V y ganancias Π :

$$Q = V + \Pi \quad (7)$$

Para representar esta distribución, se define a la participación salarial como:

$$\omega = \frac{V}{Q} = \frac{w}{q} \quad (8)$$

Mientras que $(1 - \omega)$ representa a la participación del capital en el producto¹⁷. A su vez, definamos a la tasa media de ganancia r como la ratio entre las ganancias y el dinero que representa al capital inicial:

¹⁶ La mecanización es análoga al “capital por persona” empleado por modelos de crecimiento que asumen un solo bien como en Solow (1956). Así, por ejemplo $m = 5$ significa que hay 5 unidades del bien utilizado como medio de producción por cada trabajador empleado. El autor es consciente que esta ratio es problemática si existen bienes de capital heterogéneos por la dificultad de obtener una medida agregada del capital independiente de la distribución (Harcourt 2022; Fratini 2019). Por ende, queda como trabajo futuro extender el modelo a un contexto sectorial con varios tipos de medios de producción.

¹⁷ En los modelos de negociación asimétrica de Nash y similares, la participación salarial y la participación del capital resultan proporcionales al poder de negociación ejercido por cada clase social (Muthoo 1999). Esta perspectiva difiere con el presente artículo donde se representa al poder de negociación en los parámetros de las ecuaciones que describen el crecimiento del salario y de la intensidad laboral. De todas formas, no se descarta la posibilidad de combinar ambos enfoques en trabajos futuros, quizá siguiendo la noción de poder de negociación sugerida por Ozanne (2016, cap. 9).

$$r = \frac{\Pi}{K} \quad (9)$$

Al combinar (1) a (9), puede escribirse¹⁸:

$$r = he(1 - \omega) \quad (10)$$

Donde se nota que la tasa de ganancia r crece cuando aumentan la intensidad del trabajo e , la jornada laboral h y/o la participación del capital $(1 - \omega)$. Ahora, asumamos que los capitalistas emplean una fracción constante de sus ganancias para ampliar su capital inicial como respuesta a sus expectativas de ganancias futuras y a las presiones de la competencia (Marx 2009a, 697, 731-732). Así, surge la acumulación de capital, es decir, la ampliación del capital que se financia con el ahorro de una fracción $(0 < s \leq 1)$ de las ganancias (en el caso más básico¹⁹), esperando que tal ahorro se canalice -gracias al sistema financiero- hacia la compra de una mayor cantidad de medios de producción y de fuerza de trabajo (se asume equilibrio en el mercado de bienes y en el mercado financiero; asimismo se asume que los trabajadores solo consumen y no ahorran). Por tanto, la acumulación capitalista puede representarse como el cambio en el tiempo del dinero que representa al capital inicial neto K financiado por el ahorro de una fracción de las ganancias:

$$K' = s\Pi \quad (11)$$

Donde $K' = dK/dt$ es la derivada en el tiempo (derivada temporal) de K . Asimismo, puede nombrarse a la tasa de crecimiento de K como una tasa de acumulación γ igual a:

$$\gamma = \frac{K'}{K} \quad (12)$$

Combinando (1) a (12), puede escribirse:

$$\gamma = sr = she(1 - \omega) \quad (13)$$

¹⁸ Todas las deducciones se obtuvieron con *Wolfram Mathematica* y los respectivos comandos pueden consultarse al autor vía correspondencia.

¹⁹ Es decir, asumiendo una sociedad capitalista cerrada sin vínculos económicos con otras sociedades, tal como asume Marx (2009a, 715).

Donde se nota un vínculo directo entre las tasas de acumulación y de ganancia.

1.3.2. El papel del ejército laboral de reserva en la acumulación capitalista

Marx consideraba que, con la acumulación de capital puede crecer tanto su componente constante como variable. Al crecer el capital variable, por un lado, puede suceder que “la demanda de obreros supere su oferta, a raíz de lo cual los salarios pueden aumentar” (2009a, 760), lo que beneficia a la clase asalariada por la “merma cuantitativa del trabajo impago que debe ejecutar” (2009a, 768). Por otro lado, si el salario crece demasiado, las ganancias podrían disminuir en perjuicio de la clase capitalista (2009a, 768-769). Ambos efectos reflejan la pugna distributiva que surge al expandirse el capital. La regulación de esta pugna necesita de una sobrepoblación obrera relativa, es decir, de un grupo de no empleados (o subempleados), que brinde “el material humano explotable y siempre disponible” para la acumulación sin importar los límites del crecimiento poblacional (2009a, 786-787). En el capitalismo, esa sobrepoblación obrera toma la forma de un ejército laboral de reserva compuesto por desempleados (y subempleados) que puedan integrarse a la producción a la vez que contribuyen a regular la explotación laboral (2009a, 797)²⁰.

De hecho, durante el proceso de acumulación siempre es necesario que unos sectores de la producción ajusten su nivel de empleo sin afectar a otros sectores. Para Marx, el ejército laboral de reserva brinda la masa obrera que permite hacer esos ajustes:

Es necesario que se pueda volcar súbitamente grandes masas humanas en los puntos decisivos, sin que con ello se rebaje la escala alcanzada por la producción en otras esferas. La sobrepoblación [ejército laboral de reserva en el capitalismo] proporciona esas masas (Marx 2009a, 787).

Asimismo, él considera que en el capitalismo existe una importante tendencia a la mecanización, provocando la expulsión continua de trabajadores que terminan integrándose al ejército de reserva:

²⁰ Entre los trabajos que motivaron a Marx a plantear la noción del ejército laboral de reserva está la contradicción que Ricardo (1973, cap.31) menciona entre empleo y maquinaria.

A medida que progresa la acumulación, pues, no solamente se da un acrecentamiento cuantitativo y simultáneo de los diversos elementos reales del capital: [...] [también hay] cambios graduales en la composición técnica del capital [similar a la mecanización], cuyo factor objetivo aumenta progresivamente [medios de producción], en magnitud relativa, frente al factor subjetivo [fuerza de trabajo] (Marx 2009a, 773).

[En consecuencia] La acumulación capitalista produce de manera constante, antes bien, y precisamente en proporción a su energía y a su volumen, una población obrera relativamente excedentaria, esto es, excesiva para las necesidades medias de valorización del capital y por tanto superflua (Marx 2009a, 784).

Para representar este vínculo entre expansión capitalista y la condición de reserva del ejército laboral, puede asumirse un caso simplificado donde solo existe empleo y desempleo. Así, puede definirse a la tasa de empleo l como la ratio entre personas empleadas E y la población disponible para trabajar N :

$$l = \frac{E}{N} \quad (14)$$

Por simplicidad y siguiendo a Goodwin (1967), asumamos que el crecimiento de N es exógeno (pudiendo depender, por ejemplo, de aspectos demográficos)²¹, y puede representarse con una tasa constante n :

$$\frac{N'}{N} = n \quad (15)$$

Derivando (14) con respecto al tiempo y reemplazando en (15) se obtiene:

$$\frac{l'}{l} = \frac{E'}{E} - n \quad (16)$$

A su vez, combinando (1) a (9) puede escribirse el siguiente vínculo entre tasa de empleo y capital inicial:

²¹ Para una interpretación alternativa, ver Harris (1983, 317).

$$K = Em \quad (17)$$

Derivando (17) con respecto al tiempo (recordando que m es constante) y combinando con (12), (13) y (16) puede escribirse al crecimiento de la tasa de empleo como²²:

$$\frac{l'}{l} = \gamma - n = she(1 - \omega) - n \quad (18)$$

Donde el empleo crece por los mismos factores que hacen crecer a la acumulación de capital, es decir, la intensidad laboral, la jornada y la participación del capital. En cuanto al rol del ejército laboral de reserva como regulador de la explotación, por un lado, puede pensarse en la presión que la reserva ejerce sobre los salarios:

Los movimientos generales del salario están regulados exclusivamente por la expansión y contracción del ejército industrial de reserva, las cuales se rigen, a su vez, por la alternación de períodos que se opera en el ciclo industrial. Esos movimientos no se determinan, pues, por el movimiento del número absoluto de la población obrera, sino por la proporción variable en que la clase obrera se divide en ejército activo y ejército de reserva, por el aumento y la mengua del volumen relativo de la sobrepoblación, por el grado en que ésta es ora absorbida, ora puesta en libertad (Marx 2009a, 793).

Esta intuición puede representarse con una curva de Phillips que vincule al salario real (recordar que $p = 1$) con la tasa de empleo, tal como plantea Goodwin (1967, 55):

$$\frac{w'}{w} = -\alpha_{w0} + \alpha_{w1}l \quad (19)$$

Donde el parámetro α_{w0} representa de forma simplificada al poder de negociación de los capitalistas para empujar el salario a la baja, mientras que α_{w1} representa al poder de negociación obrero de empujar el salario al alza dada una determinada tasa de empleo²³. Aquí se asume que, a

²² Una mecanización constante implica que el empleo crece al mismo ritmo que el capital total inicial (que solo incluye capital constante), es decir $\frac{E'}{E} = \frac{K'}{K}$. Este resultado es consecuencia del supuesto (implícito) de pleno empleo de capacidad instalada pues, si se retira ese supuesto, el empleo puede crecer para un mismo capital total si crece el uso de capacidad instalada. Conviene notar este detalle para futuras extensiones.

²³ Una interpretación similar es propuesta por Mehrling (1986) en su “ecuación de negociación salarial”. Por cierto, para incluir elementos de negociación asimétrica, la ecuación (19) podría extenderse agregando a la derecha el

mayor tasa de empleo y, por ende, a menor proporción de desempleados y de miembros de la reserva laboral, se reduce la presión que sufren los empleados para aceptar salarios bajos ante amenazas de despido o similares²⁴. Asimismo, una mayor proporción de empleados podría otorgar a la clase trabajadora mayores posibilidades de generar sindicatos y otras formas de organización que le otorguen un mayor poder de negociación salarial.

Por otro lado, la explotación laboral también puede regularse en un contexto de salarios crecientes dada la capacidad capitalista de extraer mayor fuerza de trabajo de un mismo número de obreros por la presión que ejerce el ejército de reserva:

A todo capitalista le interesa, de manera absoluta, arrancar una cantidad determinada de trabajo de un número menor de obreros, en vez de extraerla, con la misma baratura e incluso a un precio más conveniente, de un número mayor. En el último caso la inversión de capital constante aumenta proporcionalmente a la masa del trabajo puesto en movimiento; en el primer caso, aumenta con lentitud mucho mayor. [...] El desarrollo del modo capitalista de producción y de la fuerza productiva del trabajo –causa y efecto, a la vez, de la acumulación– permite que el capitalista, con la misma inversión de capital variable, ponga en movimiento más trabajo gracias a una explotación mayor –en extensión o en intensidad– de las fuerzas de trabajo individuales. [...] El trabajo excesivo de la parte ocupada de la clase obrera engruesa las filas de su reserva, y, a la inversa, la presión redoblada que esta última, con su competencia, ejerce sobre el sector ocupado de la clase obrera, obliga a éste a trabajar excesivamente y a someterse a los dictados del capital. La condena de una parte de la clase obrera al ocio forzoso mediante el exceso de trabajo impuesto a la otra parte, y viceversa, se convierte en medio de enriquecimiento del capitalista singular y, a la vez, acelera la producción del ejército industrial de reserva en una escala acorde con el progreso de la acumulación social (Marx 2009a, 791-792).

Dada una jornada constante, la mayor explotación de la fuerza de trabajo con un salario fijo (o hasta creciente) se logra incrementando la intensidad laboral, tomando como base la siguiente intuición de Marx resaltada también por Mavroudeas y Ioannides (2011): “cuanto más se acrecienta la fuerza productiva del trabajo, tanto más puede reducirse la jornada laboral, y cuanto

término $\alpha_{w2}\omega - \alpha_{w3}(1 - \omega)$, donde ω tiene un efecto positivo y $(1 - \omega)$ tiene un efecto negativo en el crecimiento salarial, agregando así mayores dinámicas complejas al modelo.

²⁴ Así, podría vincularse al presente modelo con trabajos donde el desempleo sirve como mecanismo de disciplina laboral como, por ejemplo, Shapiro y Stiglitz (1984).

más se la reduce, tanto más puede aumentar la intensidad del trabajo” (Marx 2009a, 643). Esto se debe a que la misma acumulación puede acrecentar “la oferta de obreros mediante su ‘puesta en libertad’, mientras que a la vez la presión de los desocupados obliga a los ocupados a poner en movimiento más trabajo” (Marx 2009a, 796-797)²⁵. A su vez, conviene recordar que Marx intuía un vínculo entre intensidad laboral y mecanización: “con el progreso de la maquinaria y al acumularse la experiencia de una clase especial de obreros mecánicos, aumenta de manera natural la velocidad y con ella la intensidad del trabajo” (2009a, 498-499).

Estas intuiciones pueden representarse en la siguiente expresión:

$$\frac{e'}{e} = -\alpha_{e1}l - \alpha_{e2}e + \alpha_{e3}m + \alpha_{e4}\frac{w'}{w} \quad (20)$$

Donde α_{e1} representa de forma simplificada el poder obrero de presionar por una menor intensidad laboral dada una determinada tasa de empleo (similar a α_{w1} en el caso del salario); α_{e2} recoge la tendencia a que, mientras más alta sea la intensidad laboral, hay cada vez una mayor presión a que la misma deje de crecer incluso por límites fisiológicos²⁶; en cambio, α_{e3} refleja el poder capitalista de aumentar la intensidad laboral futura por la mecanización actual²⁷; y α_{e4} también refleja el poder capitalista para incrementar la intensidad, pero asociado a la expansión de la demanda: a mayores salarios ($w'/w > 0$), la demanda de consumo obrero crece, lo que puede llevar a que los capitalistas aceleren la producción (y se incremente la intensidad) para satisfacer esa demanda acrecentada (también podría verse como una reacción de los capitalistas al incremento de costos laborales)²⁸.

²⁵ Volviendo al ejemplo del obrero y la banda sin fin, incluso con una jornada constante y salarios crecientes, los capitalistas pueden aumentar la explotación laboral y sus ganancias si incrementan lo suficiente la velocidad de la banda y, por ende, incrementan la intensidad laboral (aprovechando también la amenaza de despido).

²⁶ “La máquina no se agota exactamente en la misma proporción en que se usa. En cambio, el hombre se agota en una proporción mucho mayor de la que podría suponerse a base del simple aumento numérico de trabajo” (Marx 1976). Esta intuición también podría representarse agregando a la derecha de la expresión (20) el término $-\alpha_{e5}h$ asumiendo que, a mayor jornada, la intensidad laboral sería menor por agotamiento.

²⁷ Bajo el supuesto de un solo bien, la mecanización se asume como un indicador aproximado de la tecnificación o, en términos de Marx (2009a), como un indicador de la composición técnica del capital (Morishima 1973, 34-35). Por ende, al incluir el término $\alpha_{e3}m$ en (20) se asume que, para cada nivel de mecanización y composición técnica del capital, siempre hay una presión a incrementar la intensidad laboral.

²⁸ Tal como se mencionó para el crecimiento salarial, si se desea agregar elementos de negociación asimétrica, a la derecha de (20) puede agregarse el término $-\alpha_{e6}\omega + \alpha_{e7}(1 - \omega)$, donde se asume que ω tiene un efecto negativo y $(1 - \omega)$ tiene un efecto positivo en el crecimiento de la intensidad.

1.3.3. Dinámica cíclica, poder y crisis

Combinando (6), (8), (19) y (20) se obtiene un sistema dinámico en tres dimensiones para la tasa de empleo, la participación salarial y la intensidad laboral²⁹:

$$\frac{l'}{l} = she(1 - \omega) - n \quad (21)$$

$$\frac{\omega'}{\omega} = -[m\alpha_{e3} - \alpha_{e2}e - \alpha_{w0}(\alpha_{e4} - 1)] + (\alpha_{e1} + \alpha_{w1} - \alpha_{e4}\alpha_{w1})l \quad (22)$$

$$\frac{e'}{e} = (m\alpha_{e3} - \alpha_{e4}\alpha_{w0} - \alpha_{e2}e) - (\alpha_{e1} - \alpha_{e4}\alpha_{w1})l \quad (23)$$

Este sistema posee un equilibrio relevante (l^*, w^*, e^*) donde las variables endógenas se estabilizan. Tal equilibrio se obtiene igualando a cero las derivadas temporales ($l' = w' = e' = 0$) en (21), (22), (23) y despejando las variables endógenas, obteniendo:

$$l^* = \frac{\alpha_{w0}}{\alpha_{w1}} \quad (24)$$

$$\omega^* = 1 - \frac{n\alpha_{e2}\alpha_{w1}}{hs(m\alpha_{e3}\alpha_{w1} - \alpha_{e1}\alpha_{w0})} \quad (25)$$

$$e^* = \frac{m\alpha_{e3}\alpha_{w1} - \alpha_{e1}\alpha_{w0}}{\alpha_{e2}\alpha_{w1}} \quad (26)$$

Si la población disponible para trabajar crece a un ritmo bajo³⁰, entonces el equilibrio (l^*, w^*, e^*) genera valores positivos si la mecanización m supera al umbral m^E dado por:

$$m > m^E = \frac{\alpha_{e1}\alpha_{w0}}{\alpha_{e3}\alpha_{w1}} \quad (27)$$

²⁹ La expresión (21) es igual a (18). La expresión (23) se obtiene resolviendo w' de (19) y reemplazando en (20). La expresión (22) nace de: resolver q de (6) y reemplazar en (8); derivar el resultado anterior respecto al tiempo y reemplazar e' desde (23); resolver w' del paso anterior y reemplazar en (19).

³⁰ Desde (25) se observa que $0 < \omega^* < 1$ si $n < [hs(m\alpha_{e3}\alpha_{w1} - \alpha_{e1}\alpha_{w0})]/\alpha_{e2}\alpha_{w1}$ y $m > m^E$.

Donde m^E depende de los parámetros que representan al poder de negociación salarial (α_{w0}, α_{w1}) y algunos parámetros asociados a la disputa por la intensidad laboral (α_{e1}, α_{e3}). Desde (27) puede plantearse una interpretación económico-política asociada a las relaciones de poder y pugna entre clases sociales: dada una determinada distribución de poder al negociar el salario (es decir, dada la ratio α_{w0}/α_{w1} que luego se analiza), si el poder obrero para reducir la intensidad laboral crece con respecto al poder capitalista para incrementarla (crece la ratio α_{e1}/α_{e3}), la mecanización debe aumentar para mantener un equilibrio e^* positivo y, por ende, una productividad positiva pues $q = em$ por (6). Este resultado se justifica porque, ante un mayor poder obrero para reducir la intensidad y la productividad laborales, los capitalistas están obligados a incrementar la mecanización para compensar la pérdida de productividad³¹.

Por su parte, para interpretar el papel de α_{w0} y α_{w1} , puede aprovecharse el siguiente resultado (demostrado analíticamente en el anexo 1.1): el equilibrio (l^*, w^*, e^*) es localmente estable³² cuando α_{w1} es menor al umbral α_{w1}^{HB} dado por:

$$\alpha_{w1} < \alpha_{w1}^{HB} = \frac{\alpha_{e1}}{\alpha_{e4}} \quad (28)$$

Donde α_{w1}^{HB} depende solo de parámetros asociados a la pugna por la intensidad laboral (α_{e1}, α_{e4}). Desde (28) también puede plantearse una interpretación económico-política: la distribución de poder en la definición de la intensidad laboral (representada en α_{e1}/α_{e4}) limita al poder obrero para exigir incrementos salariales (límite representado en α_{w1}^{HB}) si se desea mantener la estabilidad de la dinámica capitalista. De hecho, si los capitalistas ganan mayor poder para incrementar la intensidad laboral con respecto a los trabajadores (cae α_{e1}/α_{e4}), hay una presión a que también ganen poder con respecto a los trabajadores en su capacidad de reducir el salario (crece α_{w0}/α_{w1} por reducción directa de α_{w1}) para que la acumulación de capital no se desestabilice. Por ende, se

³¹ Esta interpretación podría vincularse con la ecuación (14) de Eagly (1972, 531) donde la mecanización crece dada una determinada tasa de empleo para limitar el poder de negociación obrero.

³² Aquí la estabilidad se entiende desde un enfoque de sistemas dinámicos: convergencia hacia un punto o trayectoria de equilibrio con el paso del tiempo por la propia naturaleza del sistema. Este enfoque difiere con la visión estática del equilibrio general walrasiano o afines.

nota que la pugna por la intensidad laboral no es trivial pues puede imponer límites a la disputa salarial.

Ahora, para comprender el tipo de estabilidad del modelo (21), (22) y (23) puede emplearse el teorema de bifurcación de Hopf para tres dimensiones. Desde el estudio de un “parámetro de bifurcación”, este teorema permite probar la existencia de ciclos límite, es decir, trayectorias cerradas en el espacio de las variables endógenas del sistema dinámico capaces de “atrapar” en espiral a otras trayectorias con el paso del tiempo. Así, al aplicar el teorema (anexo 1.2) puede probarse que, sobre todo cuando la mecanización es lo suficientemente alta y α_{w1} se aproxima a α_{w1}^{HB} , el modelo genera ciclos límite estables: para valores iniciales no muy alejados del equilibrio (l^*, w^*, e^*) , surgen trayectorias en espiral que al final quedan atrapadas en ciclos cerrados.

Este comportamiento –demostrado teóricamente– puede visualizarse con simulaciones numéricas³³. Por ejemplo, la figura 1.1 presenta simulaciones para un caso extremo de ciclos límite ($\alpha_{w1} = \alpha_{w1}^{HB}$) empleando condiciones iniciales constantes para la participación salarial ω y la tasa de empleo l , y cambiando los valores iniciales de la intensidad laboral e . Esta figura sugiere que, en el espacio $\omega - l$ surgen ciclos límite que fluctúan alrededor del equilibrio (ω^*, l^*) en sentido horario (similar al modelo de Goodwin), mientras que la intensidad converge monótonamente hacia su equilibrio (e^*) . Asimismo, en el espacio $\omega - l$ se nota que, pese a tener siempre un mismo valor inicial en estas variables, los ciclos límite tienden a ampliarse cuando el valor inicial de la intensidad es menor, y en la mayoría de los casos el punto inicial no forma parte de los ciclos (a diferencia de Goodwin (1967), donde siempre los valores iniciales caen dentro de los ciclos). En cuanto a la representación tridimensional de las trayectorias (espacio $\omega - l - e$), desde los diferentes valores iniciales de la intensidad se converge a un “disco” que ilustra la estabilidad del modelo.

³³ Las simulaciones se obtuvieron en *Wolfram Mathematica* y usan valores referenciales que ilustran el comportamiento teórico demostrado en los anexos 1.1 y 1.2. Estas simulaciones asumen que los capitalistas ahorran todas sus ganancias ($s = 1$) tal como en Goodwin (1967), cada trabajador aporta con 0,5 horas efectivas de fuerza de trabajo ($h = 0,5$), hay 5 unidades de bien empleadas como máquinas por cada empleado ($m = 5$), la población disponible para trabajar crece 10% ($n = 0,1$) y los demás parámetros se calibran para que ω y l fluctúen entre 0 y 1. Se deja para trabajos futuros la calibración con parámetros más realistas como, por ejemplo, en Grasselli y Maheshwari (2018).

Figura 1.1. Ciclos límite estables para diferentes valores iniciales de la intensidad laboral

Figura 1.1.A. Espacio $\omega - l$

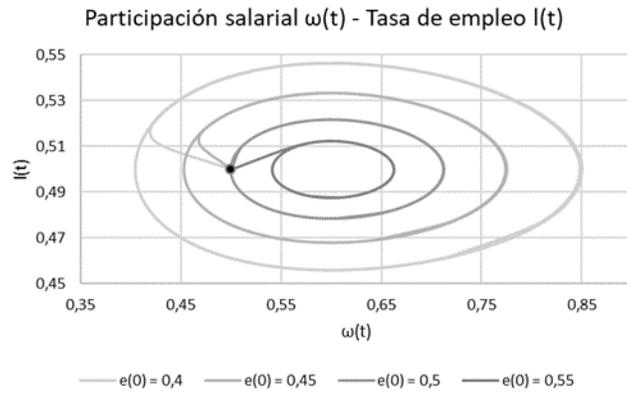
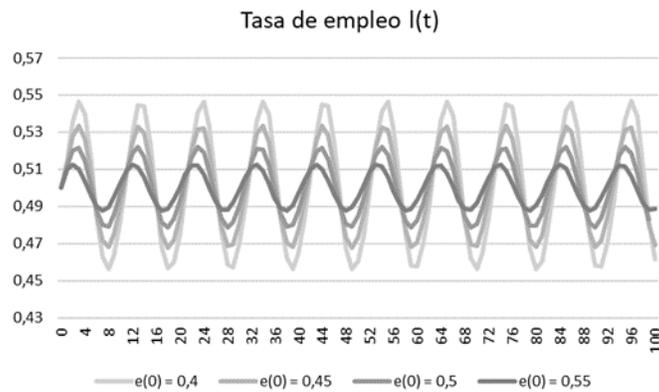
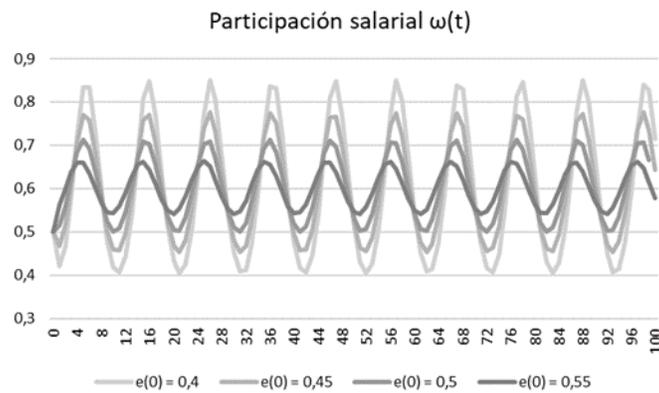


Figura 1.1.B. Series temporales



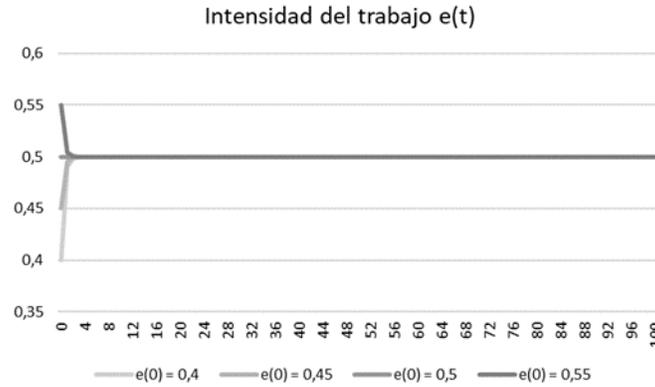
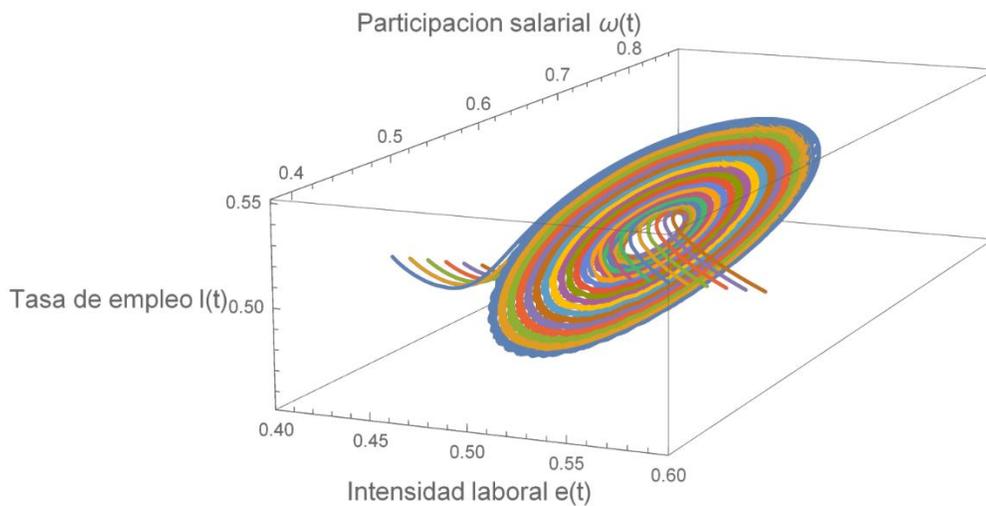


Figura 1.1.C. Espacio tridimensional $\omega - l - e$



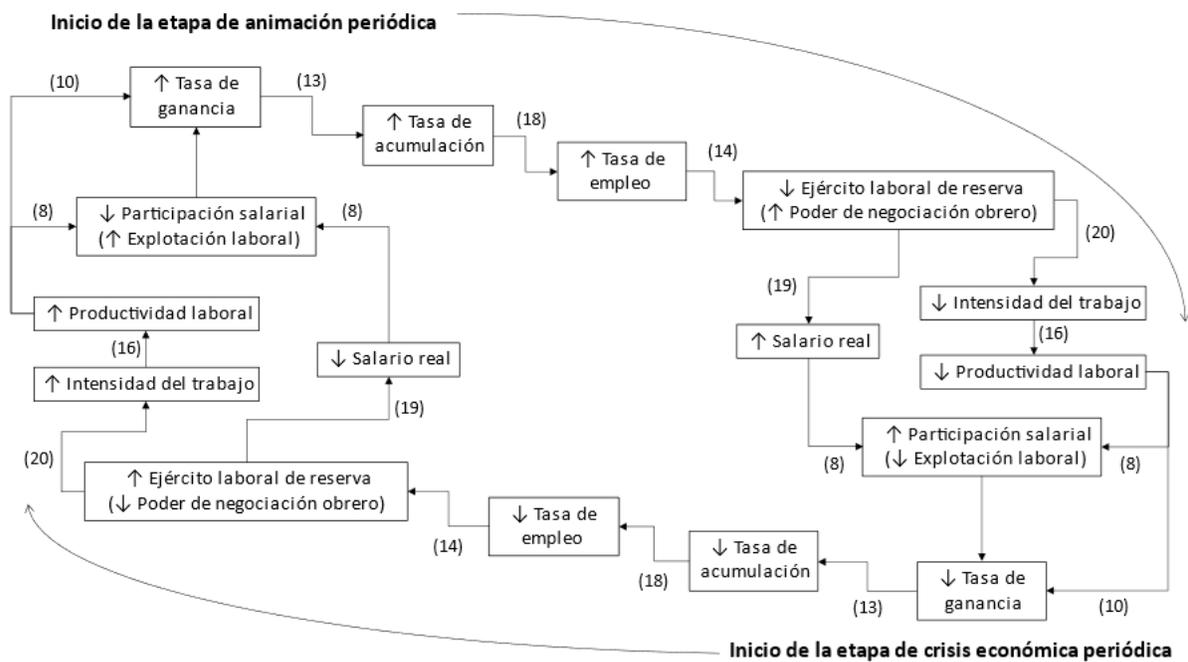
Elaborado por el autor.

Nota: se usan parámetros $s = 1, h = 0,5, n = 0,1, m = 5, \alpha_{w0} = 2,5, \alpha_{w1} = 5, \alpha_{e1} = 5, \alpha_{e2} = 5, \alpha_{e3} = 1, \alpha_{e4} = 1$ ($\alpha_{w1}^{HB} = 5$) y valores iniciales $l_0 = 0,5, \omega_0 = 0,5$.

Tomando como referencia interpretaciones preliminares (Cajas Guijarro 2018a), la figura 1.1 sugiere que la acumulación capitalista genera ciclos endógenos que fluctúan entre etapas de animación y de crisis económicas periódicas (Marx 2009a, 787). Así, en la animación periódica existe una elevada tasa de ganancia ($\uparrow r$) y, por ende, una tasa de acumulación alta ($\uparrow \gamma$) que amplía con fuerza el empleo ($\uparrow l$) y reduce el peso del ejército laboral de reserva, lo que incrementa el poder obrero para exigir un mayor salario real ($\uparrow w$) y menor intensidad laboral ($\downarrow e$) (y menor productividad $\downarrow q$), movimientos que incrementan la futura participación salarial (\uparrow

ω) (y reducen la explotación laboral)³⁴. Como resultado, en siguientes períodos la tasa de ganancia decae ($\downarrow r$) e inicia una crisis económica periódica pues se debilita la tasa de acumulación ($\downarrow \gamma$), lo que debilita al empleo ($\downarrow l$), aumentando así el peso del ejército de reserva y reduciéndose el poder de negociación obrero, lo que facilita la reducción del salario real ($\downarrow w$) y el incremento de la intensidad laboral ($\uparrow e$) (y de la productividad $\uparrow q$), movimientos que reducen la participación salarial ($\downarrow \omega$) (e incrementan la explotación) hasta que la futura tasa de ganancia se recupera ($\uparrow r$) y arranca una nueva etapa de animación. Este proceso cíclico se resume en la figura 1.2 donde los números en paréntesis indican las ecuaciones que sustentan el vínculo entre cada variable.

Figura 1.2. Animación y crisis económicas periódicas de la acumulación capitalista



Elaborado por el autor a partir de Cajas Guijarro (2018a, 59).

Además de ciclos límite estables, es posible identificar otras dinámicas. Por ejemplo, la figura 1.3 muestra simulaciones del modelo casi con los mismos criterios que la figura 1.1 excepto que los trabajadores poseen “bajo” poder de negociación salarial ($\alpha_{w1} \ll \alpha_{w1}^{HB}$), lo que genera soluciones

³⁴ Sobre el vínculo entre participación salarial y tasa de explotación, ver Falkinger y Laski (1983).

estables con ciclos cada vez de menor amplitud a la vez que la intensidad laboral también presenta ciclos (a una escala relativamente pequeña), y la dinámica conjunta adquiere mayor complejidad con “discos” que se van “cerrando” en el espacio tridimensional. En contraste, la figura 1.4 presenta simulaciones del modelo cuando los trabajadores poseen un “alto” poder de negociación salarial ($\alpha_{w1} \gg \alpha_{w1}^{HB}$), lo que genera dinámicas inestables con ciclos de amplitud cada vez mayor y hasta explosivos. Pese a estas diferencias, el comportamiento cualitativo sugerido en la figura 1.2 sigue vigente, así como el sentido horario de las espirales en el espacio $\omega - l$.

Figura 1.3. Ciclos decrecientes ante bajo poder obrero de negociación salarial

Figura 1.3.A. Espacio $\omega - l$

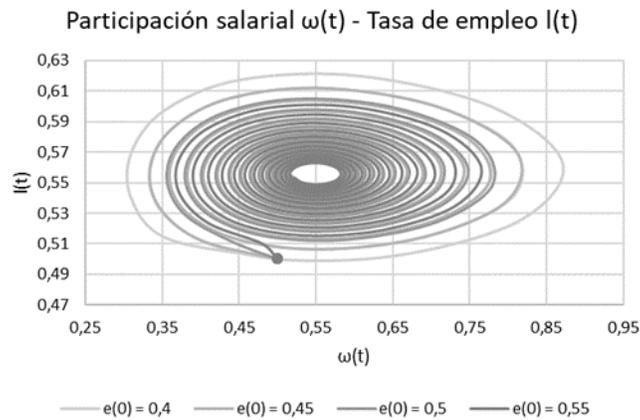
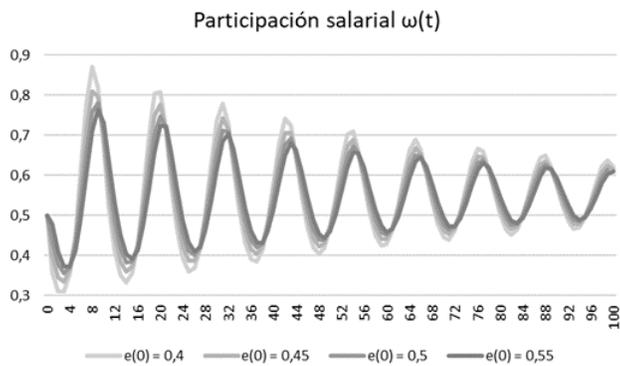


Figura 1.3.B. Series temporales



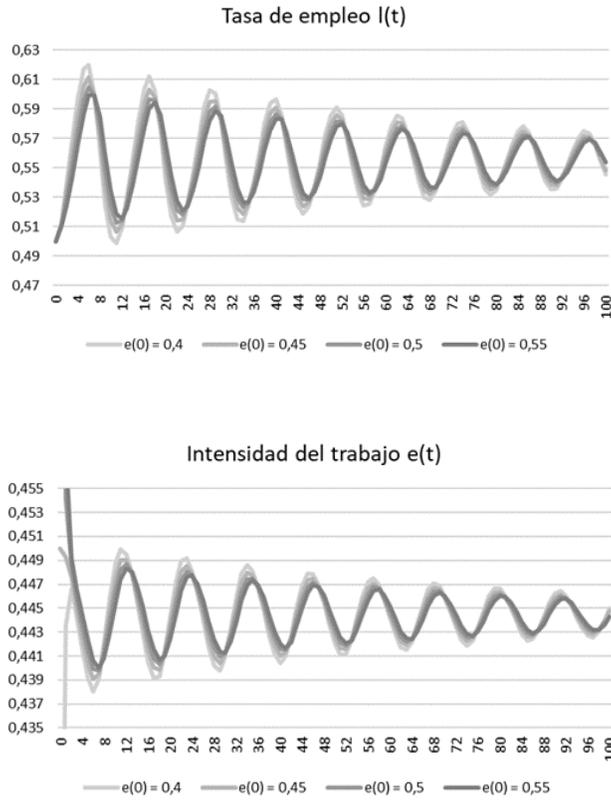
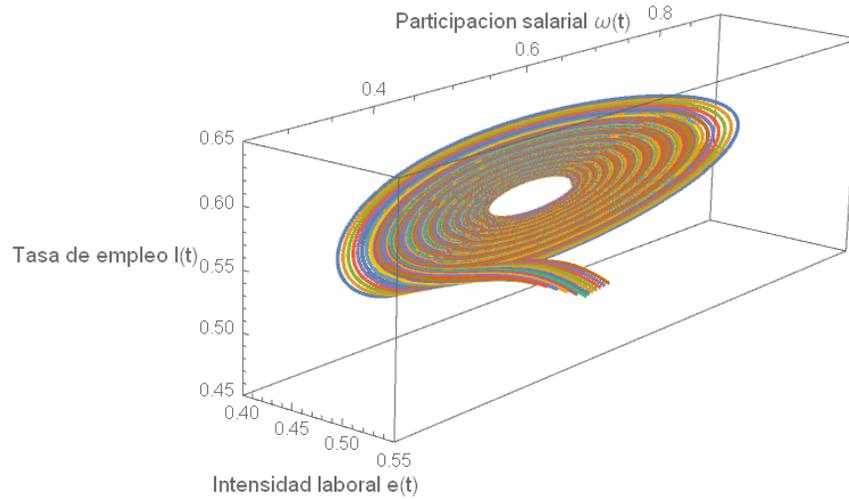


Figura 1.3.C. Espacio tridimensional $\omega - l - e$



Elaborado por el autor.

Nota: se usan parámetros $s = 1, h = 0,5, n = 0,1, m = 5, \alpha_{w0} = 2,5, \alpha_{w1} = 4,5, \alpha_{e1} = 5, \alpha_{e2} = 5, \alpha_{e3} = 1, \alpha_{e4} = 1$ ($\alpha_{w1}^{HB} = 5$) y valores iniciales $l_0 = 0,5, \omega_0 = 0,5$.

Figura 1.4. Ciclos explosivos ante elevado poder obrero de negociación salarial

Figura 1.4.A. Espacio $\omega - l$

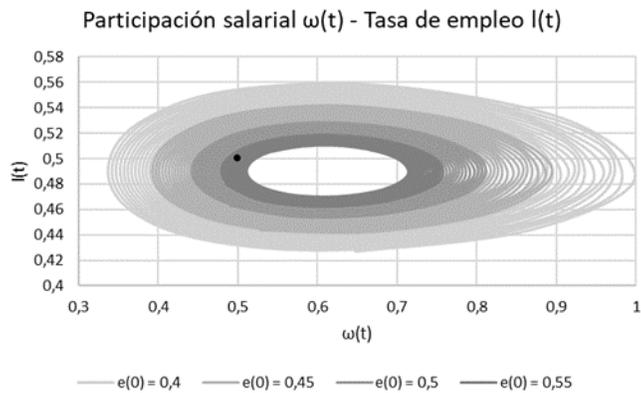
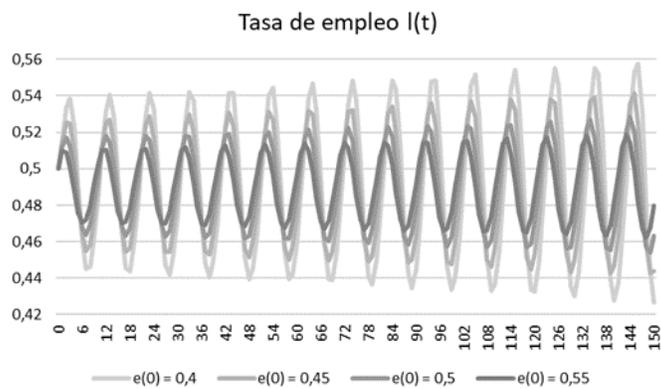
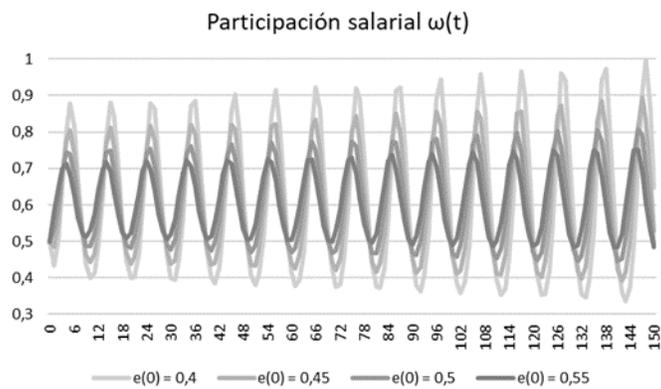


Figura 1.4.B. Series temporales



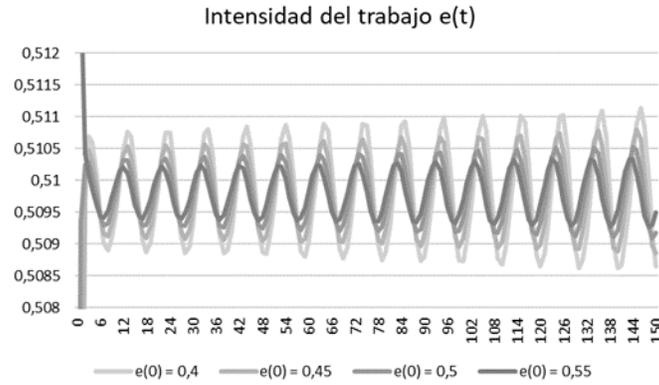
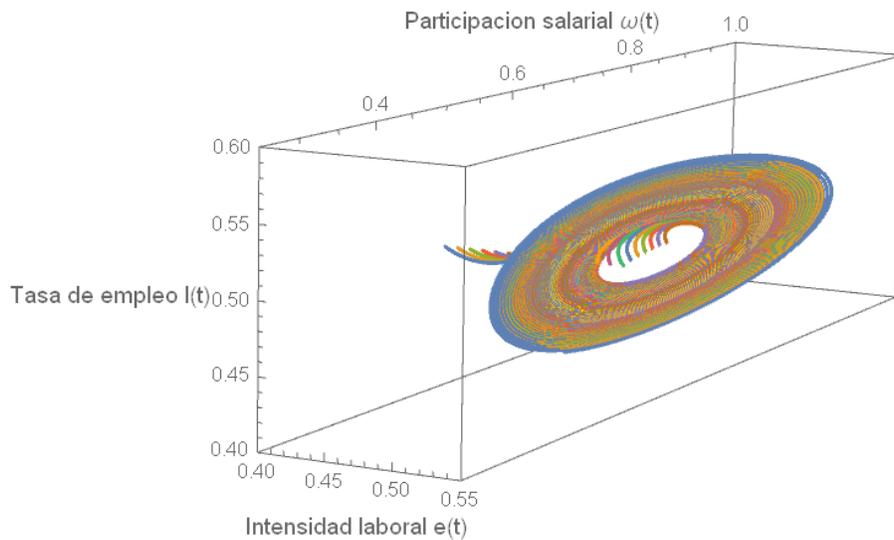


Figura 1.4.C. Espacio tridimensional $\omega - l - e$



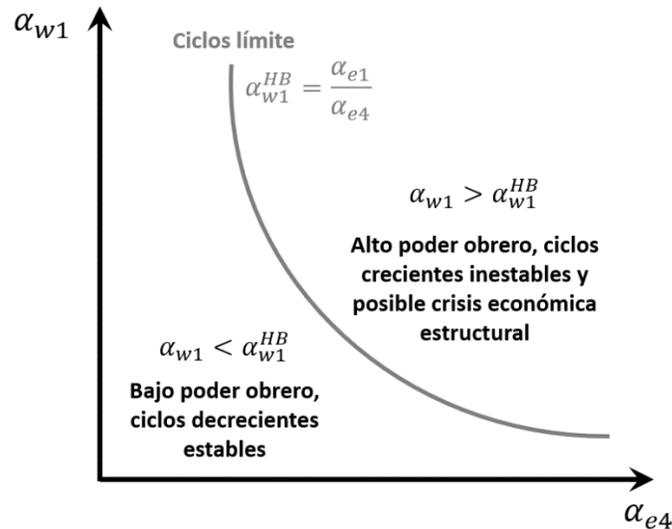
Elaborado por el autor.

Nota: se usan usando parámetros $s = 1, h = 0,5, n = 0,1, m = 5, \alpha_{w0} = 2,5, \alpha_{w1} = 5,1, \alpha_{e1} = 5, \alpha_{e2} = 5, \alpha_{e3} = 1, \alpha_{e4} = 1$ ($\alpha_{w1}^{HB} = 5$) y valores iniciales $l_0 = 0,5, \omega_0 = 0,5$.

Desde estos resultados puede brindarse una interpretación global del vínculo entre el poder de negociación de las clases sociales y la estabilidad de los ciclos. En concreto, (28) muestra que el valor crítico α_{w1}^{HB} en el cual se genera la bifurcación de Hopf depende de la ratio entre el parámetro que representa al poder de los trabajadores para reducir la intensidad laboral (α_{e1}) y

uno de los parámetros que representa al poder capitalista para incrementar esa intensidad (α_{e4}). Como previamente ya se mencionó, si aumenta el poder relativo de los capitalistas para incrementar la intensidad laboral en comparación a la clase obrera (cae la ratio α_{e1}/α_{e4}), necesariamente cae α_{w1}^{HB} implicando que el poder obrero de negociación salarial estará limitado por un umbral más restrictivo para que existan ciclos estables. Es decir, en este caso se requiere de una clase trabajadora más débil para garantizar la estabilidad cíclica del capitalismo, como sugiere la figura 1.5. Caso contrario, si el poder obrero de negociación salarial es “demasiado alto” ($\alpha_{w1} \gg \alpha_{w1}^{HB}$), surgen ciclos de amplitud creciente hasta que el modelo colapsa por una dinámica explosiva. En otras palabras, un excesivo poder obrero puede generar una crisis económica estructural: una interrupción de la reproducción capitalista que solo puede superarse con un cambio exógeno en las estructuras de poder (representadas en los parámetros α del modelo). Cabe notar que esta tendencia es distinta a las crisis económicas periódicas generadas por los ciclos endógenos previamente analizados.

Figura 1.5. Relación entre poder de negociación y estabilidad de los ciclos



Elaborado por el autor.

La tendencia a una crisis económica estructural cuando el poder obrero de negociación salarial supera al umbral impuesto por las pugnas de clase que definen la intensidad del trabajo ($\alpha_{w1} \gg \alpha_{w1}^{HB}$) muestra cuán relevante puede ser la intensidad laboral en el análisis de la complejidad

capitalista. La inclusión de esta variable resalta las consecuencias de que en el capitalismo la productividad no responde solo a una dimensión técnica, sino también a una dimensión social asociada a las relaciones de poder entre clases sociales. Esta dimensión social es relevante pues, como acaba de mencionarse, impone límites a las posibilidades de ampliar el poder obrero si se desea mantener la estabilidad de la reproducción del capital, evidenciando cuán asimétricas pueden ser las estructuras de poder para la clase obrera.

1.4. Conclusión

Tomando como base desarrollos preliminares (Cajas Guijarro 2018a; 2018b), este texto ha reinterpretado algunas intuiciones de Marx sobre la acumulación capitalista y el ejército laboral de reserva usando un modelo de ciclos endógenos en tres dimensiones: tasa de empleo, participación salarial e intensidad laboral (variable que no ha recibido suficiente atención en la literatura marxistas de modelos cíclicos). El texto ha demostrado analíticamente (usando el teorema de bifurcaciones de Hopf para tres dimensiones) y con simulaciones numéricas la existencia de ciclos límite y ciclos de amplitud decreciente y creciente, así como la existencia de estabilidad sobre todo cuando la mecanización es alta y el poder obrero de negociación salarial es menor a un umbral delimitado por la pugna entre clases sociales al definir la intensidad del trabajo. Desde esta condición, el texto ha planteado la noción de crisis económica estructural entendida como una interrupción de la reproducción del capital que solo puede superarse con un cambio exógeno en las estructuras de poder capitalistas, y que se distingue de las crisis económicas periódicas que nacen de los ciclos endógenos. Así, la inclusión de la intensidad resalta las consecuencias de que la productividad laboral no responde solo a una dimensión técnica, sino también a una dimensión social que limita las posibilidades de ampliar el poder obrero si se desea mantener la estabilidad del capitalismo. Este resultado parece cercano a las intuiciones de autores como Palermo (2007), para quien en el capitalismo existen estructuras sociales que generan relaciones de poder asimétricas en perjuicio de la clase trabajadora.

A más de estas interpretaciones, el estudio del presente modelo puede ampliarse en diferentes direcciones. Por ejemplo, puede incluirse las pugnas de clase que surgen al definir la jornada laboral usando una función que vincule a la jornada h y a la tasa de empleo l , así como una función que muestre los incentivos de los capitalistas por acelerar la mecanización m cuando

crece el empleo (o se encarece la fuerza de trabajo), siguiendo a Eagly (1972) e incluso tomando como inspiración las intuiciones de Tronti (2019) sobre la adaptación capitalista al poder obrero. Igualmente, puede agregarse una ecuación que describa la definición de los precios bajo condiciones de poder de mercado en proximidad a Kalecki (1971) o similares, incluso agregando microfundamentos al estilo de Goldstein (1985). Asimismo, podría incluirse la variable de intensidad en el modelo de lucha de clases con juegos dinámicos de Mehrling (1986) y que sintetiza a Goodwin (1967) y a Lancaster (1973).

Otra extensión puede considerar las restricciones de balanza de pagos propias de una economía abierta (Dávila-Fernández et al. 2019), así como considerar capacidad instalada ociosa a la vez que los capitalistas definen la tasa de acumulación con una función de inversión que recoja sus expectativas sobre rentabilidad y demanda (Mariolis et al. 2021, cap. 11), o aprovechar los intentos de vincular al modelo de Goodwin con intuiciones sobre la inestabilidad financiera de Minsky (Stockhammer y Michell 2017). También puede pensarse en incluir la intensidad laboral en un modelo sectorial y de redes (Cajas Guijarro 2022), así como estudiar las posibles diferencias en las intensidades laborales vigentes entre naciones centrales y periféricas usando modelos Norte-Sur (Dutt 1990), considerando varias particularidades sobre todo en el Sur (por ejemplo, elevada dependencia en la explotación de recursos naturales capaz de distorsionar la estructura económica interna y la dinámica del empleo). De hecho, varias de las extensiones del modelo de Goodwin (1967) podrían aplicarse al modelo presentado en este texto.

Finalmente, en términos más analíticos, cabría pensar con mayor detalle los casos en donde el modelo no llega al equilibrio, sino que toma trayectorias explosivas pudiendo incluir, por ejemplo, dinámicas de inflación y hasta de hiperinflación (Cajas Guijarro 2018b), o incluso se podría ampliar el modelo para representar crisis más complejas desde un enfoque de teoría del caos, similar a como plantea el propio Goodwin (1990). Así, aún quedan varias facetas de la complejidad capitalista por estudiarse, en especial aquellas donde las asimetrías de poder entre clases sociales generan diferentes formas de crisis económicas y no económicas.

Capítulo 2 . Revisitando la reproducción capitalista: equilibrio, redes y competencia intersectorial³⁵

2.1.Introducción

Entre los mayores aportes *analíticos* de Karl Marx a la economía están sus *esquemas de reproducción capitalista* –desarrollados en el tomo II de *El capital* (Marx 2009b, caps.20-21)– que describen las interacciones entre dos sectores productivos (especializados en medios de producción y de consumo) necesarias para reproducir el capital a *escala simple* (magnitudes y proporciones constantes) y *ampliada* (expansión empujada por la acumulación capitalista). Los resultados de dichos esquemas suelen interpretarse en el contexto de las *crisis*³⁶ *por desequilibrio sectorial*: para que el capital se reproduzca sin desequilibrar los mercados, los sectores productivos deben mantener “proporciones adecuadas” que son difíciles –o hasta imposibles– de alcanzar debido a las presiones de la competencia y demás contradicciones del capitalismo (Sweezy 1942, 156-162). Marx tenía varias motivaciones para elaborar sus esquemas de reproducción, las cuales ilustran su visión sobre la complejidad capitalista. Por ejemplo, él buscaba comprender la dinámica del *capital social* (capital total existente en una sociedad) compuesto por varios *capitales individuales* obligados a interactuar entre sí para garantizar la reproducción continua de las condiciones económico-materiales del capitalismo. En sus palabras:

Hemos de examinar ahora el proceso de circulación de los capitales individuales (proceso que, en su totalidad, es una forma del proceso de reproducción) como partes constitutivas del capital social global, esto es, examinar el proceso de circulación de dicho capital (Marx 2009b, 432).

La interrogante que se nos plantea directamente es: ¿cómo se repone según su valor, recurriendo al producto anual, el capital consumido en la producción y cómo se entrelaza el movimiento de

³⁵ Una versión resumida de este trabajo ha sido publicada en la revista *Problemas del desarrollo* (Universidad Autónoma de México), vol.53, no.208, pp.151-183, enero de 2022 (<https://doi.org/10.22201/iiec.20078951e.2022.208.69729>). Se agradece los comentarios y aportes de Amitava Dutt, Wilson Pérez, Marco Missaglia, Fernando Martín, Leonardo Vera y de dos evaluadores anónimos de *Problemas del desarrollo*.

³⁶ La crisis puede entenderse genéricamente como la “interrupción temporal” de la reproducción capitalista (Marx 2010, 134; Shaikh 1978, 49).

esa reposición con el consumo que del plusvalor efectúan los capitalistas y del salario los obreros? (Marx 2009b, 481).

La reconversión de una parte del valor del producto en capital, el ingreso de otra parte en el consumo individual de la clase de los capitalistas, así como de la clase obrera, conforman un movimiento dentro del valor mismo del producto, valor que es resultado, a su vez, del capital global; y este movimiento es no solo reposición de valor, sino también de materia, y de ahí que esté tan condicionado por la interrelación de los componentes de valor del producto social como por su valor de uso, su figura material (Marx 2009b, 482-483).

Así, con sus esquemas de reproducción capitalista en cierto modo Marx esbozó una visión *macroeconómica-sectorial* o, como diría Samuelson, “Marx realizó una aportación analítica estelar a lo que hoy llamamos modelos de crecimiento (*input-output*) de Von Neumann-Leontief” (citado en Guillén Romo 1988, 115). Ese “aporte analítico” se resume en un modelo sectorial teórico que identifica las proporciones que deberían mantener los componentes del capital social para garantizar la igualdad entre oferta y demanda en todos los mercados de bienes, es decir, para garantizar el cumplimiento de la “ley de Say”. Sin embargo, conviene aclarar que Marx no concebía a la reproducción capitalista como un proceso que evoluciona en permanente equilibrio. De hecho, él también planteó que la igualdad entre oferta y demanda es frágil y proclive a caer en crisis, por ejemplo, debido al uso del dinero en las transacciones. Sobre todo, las funciones del dinero como medio de circulación y de pago permiten separar en el tiempo a las compras y ventas de mercancías, así como a la adquisición y al pago de deudas, lo que puede aumentar el riesgo de afectaciones en las cadenas de pagos futuros (como se menciona más adelante en este capítulo).

En ese sentido, algunos autores plantean que Marx analizó un modelo donde rige la “ley de Say” solo como instrumento metodológico para graficar la complejidad del proceso de reproducción y su posibilidad de caer en crisis por razones más profundas que el desequilibrio entre oferta y demanda. Por ejemplo, Harris (1972) sugiere la siguiente aclaración con respecto a la noción de equilibrio empleada por Marx en sus esquemas de reproducción:

For Marx this would be an equilibrium only in the sense that minor perturbations are averaged out so as to be able to focus on more fundamental relations, not in the sense that it is capable of

maintaining itself indefinitely. The mechanism of the business cycle, an integral feature of the analysis, is left out of the present account (Harris 1972, 506).

Por su parte, Shoul (1957) propone una interpretación bastante ilustrativa con respecto al empleo que hizo Marx de la “ley de Say”:

Marx’s dynamic model postulates Say’s Law for an obvious methodological reason – to examine the fundamental tendencies of the system underlying the disturbances of the market. It is as if Marx were determined to show, by ruling out of the model the difficulties which he elsewhere acknowledged to be inherent in exchange, that his basic disagreement was on a much deeper level. Thus, with the assumptions of Say’s Law, Marx deduced what he considered the inevitability of capitalist breakdown (Shoul 1957, 626).

In so far as Marx’s dynamic model starts with the assumptions of Say’s Law and ends with a theory of cycles and stagnation, it is entirely distinct from the models of other critics of the classical system. In Malthus [...] the general glut emerges because of oversaving. In Sismondi, the general glut is a consequence of lags and frictions. In Marx, it follows from the conditions of accumulation even when there are no disturbances in the savings-investment process and no other lags or frictions (Shoul 1957, 626-627).

From this discussion of Marx’s different models it thus appears that his position on Say’s Law was indeed complicated. In some models he used Say’s Law for specific analytic reasons. In another model he directly opposed it. The difference between the models arises from the intention to isolate and emphasize specific features of the economy. Hence the complicated “position” on Say’s Law is not one of inconsistency but the consequence of deliberate methodology (Shoul 1957, 628-629).

Además de emplear la “ley de Say” con fines metodológicos³⁷, al revisar con detalle los capítulos 20 y 21 del tomo II de *El Capital* puede sugerirse incluso que los esquemas de reproducción de Marx estaban pensados como un “paso intermedio” hacia un estudio más amplio donde el dinero

³⁷ Una breve recopilación de intuiciones de Marx (y Keynes) en oposición a la “ley de Say” pueden encontrarse en Foley (1985).

juegue un papel protagónico en la tendencia del sistema a la inestabilidad. Por ejemplo, puede leerse la siguiente nota escrita antes de la exposición del “esquema de reproducción simple”:

Finalmente, para reducir el problema a sus condiciones más simples, en un primer momento es necesario prescindir por entero de la circulación dineraria, y por tanto, asimismo de la forma dineraria del capital. [...] Solo después de haber analizado el punto sin tener en cuenta la circulación dineraria podremos examinar cómo se presenta el fenómeno cuando se lleva a cabo mediante la circulación de dinero (Marx 2009b, 482).

Penosamente Marx no logró incluir el rol del dinero en sus esquemas de reproducción de capital ni desarrollar a detalle su vínculo con las crisis³⁸. En todo caso, es indudable que los esquemas marxistas son relevantes en el pensamiento económico desde un enfoque intersectorial. De hecho, Marx se inspiró en la *tabla económica* de Quesnay, donde se describen las interacciones necesarias para que la riqueza producida desde la agricultura llegue a las diferentes clases sociales (productivas/agrícolas, rentistas, estériles). A su vez, las reflexiones sectoriales de Quesnay, Marx, von Bortkiewicz y otros, junto con reflexiones sobre equilibrio general, inspiraron a los *modelos insumo-producto* de Leontief (Baumol y ten Raa 2009). Incluso los esquemas de producción de subsistencia y con excedente de Sraffa (1960) podrían considerarse cercanos a los esquemas marxistas de reproducción simple y ampliada, respectivamente. A su vez, existe un gran número de trabajos que han tomado los esquemas de Marx en el estudio de una diversidad de cuestiones como, por ejemplo, los ciclos económicos, la sobreproducción, el vínculo con sectores no productivos y sectores financieros, entre otros temas que se mencionan más adelante.

Dada la importancia de los esquemas marxistas, y buscando profundizar sus implicaciones, el presente texto revisita la reproducción del capital desde un enfoque de equilibrio, redes y competencia intersectorial. Para ello, luego de esta introducción, la sección 2.2 revisa diversa literatura que destaca la relevancia de los esquemas de reproducción. La sección 2.3 contiene dos subsecciones: la primera presenta varios supuestos y esquemas de partida para estudiar el equilibrio sectorial en la reproducción capitalista, a la vez que se presentan *redes de flujos*

³⁸ Para algunas reflexiones preliminares sobre el dinero y la reproducción de capital, ver Marx (2009b, cap.18). A su vez, para discusiones analíticas sobre el rol del dinero y de la demanda efectiva en la reproducción ampliada ver, por ejemplo, Foley (1983), Trigg (2006).

monetarios y cadenas de Markov que reinterpretan la reproducción simple y ampliada; la segunda subsección combina las interpretaciones *markovianas* con la competencia intersectorial para comprender cómo emerge la tasa media de ganancia a largo plazo; asimismo, se exponen algunos aspectos que podrían impedir ese surgimiento según las condiciones concretas de la competencia real capitalista. Finalmente, en la sección 2.4 se presentan conclusiones y sugiere algunas discusiones futuras.

2.2.Revisión de literatura

Los esquemas de reproducción capitalista de Marx motivaron varias reflexiones en la *economía marxista*,³⁹ surgiendo una amplia literatura que –sin agotar las posibles sistematizaciones– puede revisarse en cuatro grandes grupos: *comentarios tempranos*; *reinterpretaciones analítico-matemáticas*; *intentos de síntesis*, y *extensiones*. Como reseña Sweezy (1942 162-166), entre los *comentarios tempranos* destaca Tugan-Baranovskij (1905) quien, empleando esquemas con tres sectores concluyó que, si una parte del plusvalor agregado al capital no se divide en proporciones correctas, surge una crisis; sin embargo, esa crisis sería evitable pues todo lo producido tiende a ser vendido. Otro comentario corresponde a Hilferding (2019), quien planteó un modelo de dos sectores donde surgen fluctuaciones y crisis al incluir *rezagos* de múltiples variables. Por su parte, Luxemburg (2015) criticó los esquemas en varios puntos, incluyendo la poca claridad sobre el dinero, que permite la expansión sectorial en reproducción ampliada (teniendo como posible solución la expansión hacia territorios no capitalistas) (Desai y Veneziani 2009). En contraste a Tugan-Baranovskij, Luxemburg señaló que siempre existe en el capitalismo un problema de demanda agregada (Harcourt y Kriesler 2016, 256; Kalecki 1967). Ejemplos adicionales de comentarios preliminares incluyen a Sweezy (1942), Robinson (1951), Kalecki (1968), entre otros⁴⁰.

En un *segundo grupo de literatura* pueden juntarse *profundas reinterpretaciones matemáticas* de los esquemas marxistas de reproducción de capital. Siguiendo a Diaz y Velasco (2016), una primera reinterpretación importante la propuso Harris (1972)⁴¹ al estudiar la posibilidad de un

³⁹ Para una reseña de la historia de la economía marxista, véase Desai (2019).

⁴⁰ Para una revisión de otros comentaristas tempranos, véase Rosdolsky (1977, cap. 30).

⁴¹ Previamente ya había reinterpretaciones matemáticas relevantes, pero de menor divulgación. Por ejemplo, Bronfenbrenner (1966) usó los esquemas para hablar de crisis por “liquidación” y “realización”.

crecimiento sectorial equilibrado y la determinación de la tasa de ganancia. Entre los principales supuestos de su modelo (algunos similares a los que se emplea más adelante en este capítulo) se incluyen: (a) la economía se divide en un *sector I* y un *sector II* productores de medios de producción y consumo, respectivamente; (b) se emplea una tecnología constante que reemplaza los medios de producción desgastados y garantiza el pago de salarios y ganancias; (c) existe un equilibrio competitivo pero no necesariamente la economía tiende a ese equilibrio por sí misma; (d) la fuerza de trabajo se mide en unidades homogéneas que reciben igual salario; (e) la productividad laboral y el valor-trabajo se asumen constantes⁴²; (f) los medios de producción se usan por completo durante el período productivo, el cual posee igual duración en ambos sectores; (g) los salarios se pagan al inicio de la producción (forman parte del capital inicial); (h) los trabajadores consumen todo su salario mientras que los capitalistas ahorran sus ganancias a una tasa constante para incrementar el capital; (i) la distribución de la inversión entre medios de producción y fuerza de trabajo se hace en proporciones fijas; (j) a nivel agregado, la distribución salarios-ganancias (representada por la “tasa media de explotación”) es exógena pues depende del poder de trabajadores y capitalistas durante la lucha de clases; (k) la suma de ganancias sectoriales es igual sea que esté medida en valor-trabajo o en precios de producción (precios que permiten la igualdad de las tasas de ganancia sectoriales).

Dados estos supuestos, y luego de discutir el vínculo entre valores-trabajo y precios de producción y entre tasa de ganancia y salarios⁴³, Harris (1972) construyó un esquema medido en valor para analizar la reproducción simple y ampliada, obteniendo condiciones de equilibrio donde la distribución sectorial del capital variable depende de la tecnología y de la tasa de explotación (aspectos asociados a fenómenos económicos distintos y que, por ende, pueden volver frágil al equilibrio). Harris también usó su esquema medido en valor para mostrar cómo el supuesto de Marx (2009b) de que los capitalistas solo reinvierten sus ganancias en su propio sector limita demasiado a las tasas de ahorro en equilibrio. Para relajar este resultado, él replanteó su modelo permitiendo que los capitales fluyan entre sectores de modo que el esquema deje de

⁴² Harris (1972) consideró que una tecnología constante implica una productividad y un valor-trabajo constantes. Sin embargo, como se mencionó en el capítulo 1, la productividad laboral también puede modificarse por la pugna entre trabajadores y capitalistas al definir la intensidad del trabajo. Queda para una discusión futura cómo este punto puede afectar al valor-trabajo de las mercancías.

⁴³ En este punto, Harris (1972: 508) mencionó brevemente la relación (o “frontera”) salarios-ganancia identificada por Sraffa (1960). Un resultado similar se obtiene al final de este capítulo.

medirse en valor y se cuantifique en precios de producción. Como resultado, los componentes del capital medidos en precios terminan dependiendo de la tasa de ganancia por el efecto que tiene la distribución del ingreso en la cuantificación monetaria del capital⁴⁴. Con este replanteamiento, él identificó la tasa de ganancia que permite un crecimiento sectorial equilibrado con tasa de explotación exógena e indicó que, si bien ese crecimiento es posible, no habría razón para que coincida con el crecimiento de la fuerza de trabajo disponible (de hecho, ni siquiera habría garantía de que el crecimiento equilibrado sea efectivamente alcanzable). Finalmente, Harris concluyó que la noción de equilibrio en los esquemas de Marx no es significativa por sí misma sino porque contribuye a identificar diferentes posibilidades de crisis, aunque para ello se necesita más información sobre el comportamiento del sistema. Sobre todo, sería crucial un mayor análisis de la tasa de explotación pensada como un factor que depende del balance de poder en la lucha de clases. Una vez que la lucha de clases define la tasa de explotación, puede obtenerse la tasa de ganancia y los precios de producción, con lo cual se cerraría el modelo.

Luego del aporte inicial de Harris (1972) vendrían múltiples trabajos de reinterpretación matemática. A manera de ejemplo puede incluirse en este segundo grupo de literatura a la interpretación matricial de Roemer (1978), quien construyó un modelo marxista de reproducción ampliada partiendo de la discusión sobre la formación de precios. En su modelo, él asumió una “ecuación de lucha de clases” donde el balance de fuerzas entre clases sociales se representa por una tasa media de explotación que, a su vez, está inversamente relacionada con la tasa de empleo (como representación del papel que cumple el ejército laboral de reserva). Combinando este elemento con un esquema sectorial, concluyó que la existencia de plusvalor (es decir, la existencia de explotación laboral) es una condición necesaria para que los sectores de la economía alcancen un equilibrio de crecimiento balanceado. Otra reinterpretación analítica relevante se encuentra en Nikaido (1983) quien estudió cómo en un modelo sectorial los precios de mercado pueden converger a los precios de producción a través del movimiento de capitales motivados por las diferenciales en las tasas de ganancia. Desde su interpretación, Nikaido dedujo que una condición para la estabilidad de los precios de producción en modelos de dos sectores es que la composición orgánica de capital del sector que produce bienes de consumo debe ser mayor

⁴⁴ Harris (1972, 513) tomó como referencia los resultados de Sraffa (1960, cap.3) para mencionar que el vínculo entre la medición del capital en precios y la tasa de ganancia no posee ninguna forma general, sino que depende de la tecnología vigente en cada caso particular.

que aquella del sector que produce medios de producción⁴⁵. Este resultado sería criticado por Dutt (1988) quien demostró que es posible alcanzar la estabilidad en los precios de producción (y en la distribución sectorial del capital) en un modelo bi-sectorial clásico-marxista bajo condiciones generales sin asumir que uno de los sectores sea más intensivo en capital que otro.

Un ejemplo adicional de reinterpretación matemática que merece mención es Okishio (1993), quien planteó un modelo bi-sectorial de crecimiento con ecuaciones en diferencias capaz de satisfacer tres condiciones: (i) la producción en ambos sectores es igual a la demanda; (ii) en ambos sectores los medios de producción y la fuerza de trabajo se emplean en la producción de nuevas mercancías; (iii) las tasas de ganancia sectoriales son iguales entre sí y a la vez se igualan con la tasa de ganancia requerida por los capitalistas. Desde este modelo, Okishio identificó algunas contradicciones en la reproducción ampliada incluso para una trayectoria de crecimiento de equilibrio: (a) surge una brecha creciente entre la producción y el consumo, la cual se expresa como un excedente de medios de producción que es absorbida por la demanda de inversión; (b) el salario real crece al mismo ritmo que la productividad, mientras que el consumo capitalista crece a mayor velocidad; (c) el crecimiento del empleo no necesariamente coincide con el crecimiento de la oferta de fuerza de trabajo, surgiendo una tendencia a la inestabilidad del desempleo. Finalmente, Okishio también incluyó en su modelo la posibilidad de que existan desequilibrios, y a través de simulaciones computacionales sugirió que la reproducción capitalista tiende a la inestabilidad, reforzando la intuición de que el ajuste del salario real dentro del ciclo de negocios es “necesario para que la economía capitalista sobreviva” (aunque no se presentó una formulación analítica para esa dinámica cíclica) (Okishio 1993, 66).

En un *tercer grupo de literatura* identificamos a aquellas obras de *reinterpretación y síntesis* de economía clásica-marxista donde los esquemas de reproducción del capital forman parte de una construcción teórica más amplia. Un primer ejemplo es el libro de Morishima (1973), donde se intenta representar el pensamiento económico de Marx desde un enfoque de equilibrio general tomando como referencia sobre todo su teoría del valor y su teoría de la reproducción capitalista. En particular, los capítulos 9 y 10 del libro se enfocan en los esquemas de reproducción simple y

⁴⁵ Ligeras modificaciones a esta condición se encuentran en Nikaido (1985), donde también puede obtenerse estabilidad con tasas de ahorro capitalista muy altas o tasas muy bajas.

ampliada desde una perspectiva matricial y multisectorial, obteniendo al final una ecuación en diferencias que representa la dinámica de la producción total y que genera comportamientos inestables-explosivos (monótonos si la composición orgánica de capital del sector que produce medios de producción es mayor que la composición del sector productor de bienes de consumo y oscilatorios en el caso contrario). Desde este resultado Morishima sugirió la posibilidad de representar dinámicas cíclicas considerando incluso el rol del ejército laboral de reserva (capítulo 11) y luego buscó integrar la reproducción capitalista con la discusión sobre el problema de la “transformación de valores a precios” usando un enfoque dinámico (capítulo 12).

Algunos ejemplos adicionales que pueden citarse dentro del tercer grupo de literatura incluyen a Koshimura (1975, cap. VI)⁴⁶, quien planteó varias representaciones numéricas y algebraicas para la reproducción simple y ampliada en tres sectores (distinguiendo entre consumo de trabajadores y consumo de capitalistas), sugiriendo al final que la dinámica errática de la oferta y la demanda provoca que los precios de mercado casi siempre se encuentren gravitando por encima o por debajo de los precios de producción a causa del movimiento sectorial de capitales. Roemer (1981, cap. 9) combinó los esquemas de reproducción simple y ampliada con algunos elementos complementarios (p.ej. distinción entre inversión y ahorro *ex ante* y *ex post*, un sector gubernamental, y un ejército laboral de reserva) para desarrollar una interpretación de algunas formas de crisis “marxistas y neo-marxistas” incluyendo a las crisis por compresión de ganancias, crisis de realización o subconsumo y crisis fiscal. Foley (1986, cap. 5) construyó un modelo dinámico del circuito del capital (que representa la circulación capitalista en sus diferentes formas) con el cual analizó la reproducción simple y ampliada para dos sectores junto con el papel de la demanda agregada y la posibilidad de desproporción sectorial, concluyendo que la tasa de crecimiento económico del sistema depende de múltiples factores (tasa de plusvalor, composición del capital, duración temporal de las fases del circuito del capital, tasa de capitalización del plusvalor) entre los cuales no se incluye directamente la disponibilidad de la fuerza de trabajo o de los insumos para la producción (tales factores más bien tendrían un efecto indirecto a través de salarios y precios).

⁴⁶ Para una recopilación de varios aportes japoneses a la economía marxista, véase Itoh (2020).

Por su parte, Trigg (2006, caps. 2-3) estudió la reproducción capitalista empleando el análisis insumo-producto de Leontief y la identificación de los multiplicadores keynesiano y kaleckiano. Posteriormente, él incluyó en su análisis al circuito del capital para construir un “modelo macro-monetario” con el cual profundizó en la discusión de las crisis buscando incorporar el rol del dinero (Trigg 2006, caps. 4-5), concluyendo que la reproducción ampliada no sería posible si no existieran préstamos desde el sistema financiero. Similarmente desde un enfoque insumo-producto y considerando el circuito del capital-dinero, Tsoulfidis y Tsaliki (2019, cap. 2) analizaron los esquemas de reproducción marxistas (además de la *Tabla Económica* de Quesnay) incluyendo una representación gráfica de flujos monetarios, e incorporando la deducción de valores-trabajo y precios de producción, concluyendo que el propósito de los esquemas es mostrar la posibilidad de un crecimiento balanceado pero sin que esa sea la dinámica normal del capitalismo dadas las dificultades para sostener tal crecimiento balanceado a largo plazo. A su vez, Basu (2021, cap. 4) analizó los esquemas de reproducción con énfasis en la posibilidad de generar un crecimiento estable y balanceado, aunque destacando la posibilidad de generar tendencias inestables y crisis posiblemente empleando aportes de Morishima (1973) y Okishio (1993).

Finalmente, se puede plantear un cuarto grupo de literatura –más heterogéneo– que recoge trabajos que *extienden* los esquemas marxistas para discutir fenómenos adicionales al equilibrio y crecimiento sectorial. En este grupo pueden destacarse trabajos que han identificado a los esquemas de reproducción como un prototipo del modelo agregado de crecimiento de Harrod-Domar como Kalecki (1968), quien sugirió la necesidad de profundizar en el estudio de las decisiones de inversión capitalista dada su importancia para contrarrestar la tendencia a la inestabilidad propia de la reproducción ampliada⁴⁷. También puede citarse los intentos de combinar los esquemas con *dinámicas cíclicas* como Sherman (1971), quien planteó varios modelos sectoriales que representan las contradicciones causadas por la *sobreproducción*, concluyendo que un amplio desempleo cíclico provoca un crecimiento económico más lento. Otras interpretaciones cíclicas fueron también propuestas por Laibman (1992b) quien, desde una variante del modelo de Goodwin (1967) vinculada con los esquemas de Marx, sugirió una

⁴⁷ Para una comparación detallada de los esquemas de reproducción de Marx y el modelo de crecimiento de Harrod-Domar, ver Tsoulfidis y Tsaliki (2019, 63-68).

representación esquemática de las crisis periódicas en el capitalismo usando modelos de simulación⁴⁸. A más de las crisis, este mismo cuarto grupo de literatura incluye diversas extensiones a los esquemas marxistas como, por ejemplo, su vínculo con el medioambiente (Burkett 2004), con sectores no productivos (Olsen 2015), con interpretaciones probabilísticas de los precios (Cockshott 2016), con sectores financieros (Veronese Passarella 2019), o incluso con enfoques sectoriales evolutivos que integran dinámicas keynesianas de corto plazo (*p.ej.* uso de capacidad instalada) con dinámicas clásico-marxistas de largo plazo (*p.ej.* tasa media de ganancia) (Rotta 2020).

En medio de esta amplia literatura, el presente texto busca contribuir con un modelo que reinterpreta la reproducción capitalista desde una perspectiva que combina equilibrio sectorial, *redes de flujos monetarios* y competencia intersectorial. Esta reinterpretación toma como referencia sobre todo el modelo sectorial de Harris (1972), a la vez que intenta incorporar algunas intuiciones dejadas por Marx (2009b) sobre la circulación del dinero tanto en la reproducción simple como ampliada (aprovechando el trabajo de Leontief y Brody (1993) sobre flujos monetarios interpretados con cadenas de Markov). Si bien el modelo analítico de este capítulo, que se expone en la siguiente sección, plantea una reinterpretación parcial sobre todo de los flujos monetarios sectoriales, puede servir de base para elaboraciones más completas, tal como se sugiere en la sección de conclusiones.

2.3. Modelo

A continuación se expone un modelo que reinterpreta la reproducción capitalista desde un enfoque que combina el equilibrio entre dos sectores de la producción, una representación en red de los flujos monetarios sectoriales y algunos efectos de la competencia entre los capitalistas de dichos sectores. Esta reinterpretación posee algunos objetivos. Por un lado, se busca describir cuán complejas pueden ser las interacciones sectoriales al reproducir el capital (tanto de forma simple como ampliada), ilustrar esa complejidad desde una perspectiva de redes de flujos monetarios y cadenas de Markov, y construir un sistema dinámico básico que describa el surgimiento de la tasa media de ganancia. Por otro lado, se desea brindar una base analítica para

⁴⁸ Para una revisión de métodos computacionales en la economía marxista, véase Cogliano et al. (2021).

futuras interpretaciones que profundicen en la posibilidad de crisis por desequilibrio entre sectores productivos y su vínculo con las funciones del dinero y el flujo de capitales impulsado por la competencia intersectorial.

Para alcanzar estos objetivos, el modelo inicia con un esquema de reproducción de capital medido en *precios directos*, es decir, precios directamente proporcionales al valor-trabajo, siguiendo la definición de Shaikh (1977). Este esquema permite deducir prácticamente las mismas condiciones de equilibrio sectorial obtenidas por Harris (1972) en sus esquemas cuantificados en valor-trabajo, pero con una notación alternativa medida en dinero gracias a la inclusión de la *expresión monetaria del tiempo de trabajo*⁴⁹. Luego se ilustra la intuición de Marx sobre la circulación de dinero y las cadenas de pagos en el proceso de reproducción usando una representación gráfica en red y un enfoque análogo al estudio propuesto por Leontief y Brody (1993) de flujos monetarios sectoriales con cadenas de Markov. Intuitivamente esta interpretación markoviana se fundamenta en el supuesto de que el equilibrio sectorial balanceado genera regularidades no solo a nivel de oferta y demanda, precios, tasas de ganancia y distribución del capital sino, también, en la circulación del dinero. Caso contrario, existirían determinadas formas del capital social donde cada vez se concentraría dinero en mayor proporción con respecto a otras formas, lo que va en contra de la lógica de un equilibrio sectorial balanceado (al menos bajo los supuestos planteados en este trabajo). Como resultado preliminar de este enfoque se obtiene que, a largo plazo, la probabilidad de que una unidad monetaria que circula en la reproducción capitalista tome una determinada forma (capital constante, capital variable, ganancias, ingreso, demanda) depende del peso que dicha forma tiene con respecto al dinero que representa a la circulación total de mercancías y a la acumulación capitalista. Parte de este resultado se combina con un supuesto de tecnología de coeficientes fijos para construir un “esquema general” de reproducción ampliada que se resume en un sistema de ecuaciones capaz de resolver las tasas de ganancia y los precios cuando la distribución sectorial del capital variable es exógena.

⁴⁹ La expresión monetaria del tiempo de trabajo (MELT por sus siglas en inglés) se interpreta en este texto como el número de unidades monetarias que representan al valor creado por una hora de tiempo de trabajo socialmente necesario empleado en la producción de mercancías. Este término es comúnmente empleado en la literatura marxista que lidia con la transformación de valores-trabajo a precios. Uno de los primeros autores en emplear este término es Aglietta (1979). Para reflexiones más actualizadas, ver Moseley (2016), Rieu (2022).

Después, el “esquema general” se combina con una dinámica de flujo de capitales empujados por la competencia capitalista intersectorial e inspirada en la versión marxista del modelo de Dutt (1988). Esta combinación permite generar una solución de largo plazo donde las tasas de ganancia sectoriales se igualan entre sí, es decir, surgen los precios de producción y la tasa media de ganancia, a la vez que se estabiliza la distribución sectorial del capital. Esta solución de largo plazo se aprovecha para ilustrar cómo el salario (asumido como variable exógena) puede afectar a las principales variables endógenas del modelo, destacándose una relación inversa entre salario y tasa media de ganancia en concordancia con Sraffa (1960) y Morishima (1973). Finalmente, se reflexiona sobre cuán complejo puede volverse el proceso de ajuste hacia el equilibrio de largo plazo según las condiciones concretas de la competencia capitalista y se ilustra esta reflexión para un caso donde existen asimetrías en las decisiones de inversión y barreras que limitan el flujo de capitales hacia uno de los sectores. Bajo estos supuestos, las tasas de ganancia sectoriales ya no se igualan ni siquiera a largo plazo y los precios de producción se vuelven inalcanzables, abriendo las puertas para discusiones futuras más complejas sobre la reproducción del capital.

2.3.1. Equilibrio e interpretación markoviana de la reproducción capitalista

2.3.1.1. Esquemas de partida y equilibrio sectorial

Partiendo de Harris (1972) se plantean algunos supuestos iniciales⁵⁰. **(A)** Economía cerrada, sin gobierno. **(B)** Existen dos sectores productivos, el sector $i = 1$ que produce medios de producción y el sector $i = 2$ que produce medios de consumo (el subíndice $i = 1,2$ siempre representará a estos dos sectores). **(C)** Los trabajadores gastan todo su salario sólo en consumo, mientras que los capitalistas pueden consumir, ahorrar o ambos. **(D)** Se pagan salarios al final de la producción.⁵¹ **(E)** Todos los sectores producen en un mismo periodo. **(F)** Siempre existe el dinero necesario para que las mercancías circulen sin problemas de liquidez, pues se asume que

⁵⁰ Si bien la cantidad de supuestos mencionados explícitamente en este texto es mayor a la práctica usual, la modificación de cada uno puede brindar pautas para elaborar modelos más complejos en trabajos posteriores. Así, el presente texto debe tomarse como base para desarrollos futuros más realistas; de hecho, el elevado nivel de abstracción del modelo impide usarlo fácilmente para la explicación de fenómenos económicos visibles a primera vista y mucho menos se lo puede emplear directamente en la toma de decisiones. Para una breve reflexión sobre esta cuestión (altamente vinculada a la forma en que Marx empleaba diferentes “niveles de abstracción” en su investigación), ver Guillén Romo (1988, 131-132).

⁵¹ Por simplicidad se cambia el supuesto original de Marx de salarios pagados al inicio de la producción.

hay dos sectores financieros ($Fi, i = 1,2$) donde el sector Fi concede créditos sólo al sector productivo i (*p.ej.*, el sector productivo i y el sector financiero Fi pertenecen a un mismo grupo económico-financiero).⁵² **(G)** Toda deuda se paga en el mismo periodo de producción. **(H)** Existe equilibrio en todos los mercados bajo condiciones de pleno uso de capacidad instalada. **(I)** No hay cambio técnico⁵³ ni cambios en la intensidad del trabajo. **(J)** El sector 1 es más tecnificado que el sector 2. **(K)** Las condiciones de explotación laboral son *exógenas* (definidas durante la “lucha de clases”) e iguales en los dos sectores. **(L)** Todos los trabajadores reciben un mismo salario nominal (existe libre movilidad laboral). **(M)** La distribución sectorial del empleo siempre permite equilibrar los mercados. **(N)** Todas las magnitudes monetarias se miden en *precios directos* (Shaikh 1977), es decir, precios directamente proporcionales al *tiempo de trabajo socialmente necesario* para producir las mercancías; así, para todas las magnitudes medidas en dinero rige la misma *expresión monetaria del tiempo de trabajo* (véase Moseley 2016). **(O)** No se permite flujos de capitales entre sectores. Los supuestos **(N)** y **(O)** describen la *ausencia de competencia intersectorial*, es decir, la ausencia de competencia entre capitalistas de sectores que producen diferentes mercancías (véase Shaikh 2016).

Asimismo, conviene definir a la *ratio capital constante-capital variable* k_i , la *ratio ganancias-salarios* ϵ_i , la *tasa de ganancia* π_i medida sólo con respecto al capital constante debido al supuesto **(D)**⁵⁴, y la *composición sectorial del capital variable* x :

⁵² Estos sectores financieros evitan la necesidad de un agente central proveedor de dinero (*p.ej.* gobierno). Esta opción es analizada por Trigg (2006, 53). A su vez, se asume dos sectores financieros distintos y especializados en cada sector productivo para evitar distorsiones al distribuir las ganancias sectoriales entre ganancias productivas e intereses.

⁵³ Aunque Marx consideraba que el cambio técnico es propio del capitalismo (como se ilustra en el capítulo 23 del tomo I de *El Capital*), en sus esquemas de reproducción simple y ampliada él asumió por simplicidad que la composición orgánica del capital es constante, implicando una ausencia de cambio técnico. Aquí mantenemos este supuesto, tal como lo hace Harris (1972).

⁵⁴ Originalmente Harris (1972) definió a la tasa de ganancia como la ratio entre el total de ganancias y la suma entre dinero que representa a capital constante y variable (siguiendo a Marx). Esta definición rige bajo el supuesto de que los salarios se pagan al inicio de la producción, de modo que el gasto salarial forma parte del capital inicial necesario para arrancar el proceso productivo y obtener las ganancias capitalistas. En contraste, el presente texto asume que los salarios se pagan al final de la producción de modo que el gasto salarial no necesita considerarse como parte del capital inicial (se paga con los ingresos generados por la propia producción). Este supuesto permite simplificar notablemente el desarrollo algebraico del modelo, sobre todo porque la dinámica de la inversión se concentra solo en el crecimiento del capital constante. Un enfoque similar es aplicado por Dutt (1988).

$$k_i = \frac{C_i}{V_i} \quad (1)$$

$$\epsilon_i = \frac{P_i}{V_i} \quad (2)$$

$$\pi_i = \frac{P_i}{C_i} \quad (3)$$

$$x = \frac{V_1}{V_2} \quad (4)$$

Donde C_i, V_i representan –en dinero– al *capital constante* (valor de los medios de producción) y al *capital variable* (valor de la fuerza de trabajo empleada) respectivamente, y P_i representa a las ganancias, todo para el sector i . Dado el supuesto (N) de precios directos, se cumple que:

$$C_i = \rho TTRS_{N_{C_i}} \quad (5)$$

$$V_i = \rho TTRS_{N_{V_i}} = wL_i \quad (6)$$

$$P_i = \rho TTS_{N_{P_i}} \quad (7)$$

Donde ρ es la expresión monetaria del tiempo de trabajo, $TTRS_{N_{C_i}}$ y $TTRS_{N_{V_i}}$ representan respectivamente al tiempo de trabajo socialmente necesario para producir los medios de producción representados en C_i y los medios de consumo representados en V_i , w es el salario nominal por hora trabajada, L_i es el número de horas de fuerza de trabajo empleadas y $TTS_{N_{P_i}}$ es el *plustrabajo* o tiempo de trabajo socialmente necesario para producir las mercancías que cubren las ganancias capitalistas en precios directos (Marx 2009a).

Con respecto a k_i caben algunas observaciones. Por ejemplo, al juntar (1), (5) y (6) se obtiene:

$$k_i = \frac{C_i}{V_i} = \frac{\rho TTRS_{N_{C_i}}}{\rho TTRS_{N_{V_i}}} = \frac{TTRS_{N_{C_i}}}{TTRS_{N_{V_i}}} \quad (8)$$

Por tanto, en precios directos, k_i puede interpretarse como una variable proxy de la *composición técnica del capital* que estima la tecnificación del sector i . Asimismo, el supuesto **(I)** se representa con una k_i constante, implicando que:

$$g_{C_i} = \frac{dC_i}{C_i} = g_{V_i} = \frac{dV_i}{V_i}, \quad dC_i, dV_i \geq 0 \quad (9)$$

Donde dC_i y dV_i respectivamente representan el incremento de C_i y V_i causado por la *acumulación capitalista*, y g_{C_i} , g_{V_i} son las tasas de crecimiento de C_i y V_i respectivamente⁵⁵. A su vez, el supuesto **(J)** puede representarse como:

$$k_1 > k_2 \quad (10)$$

En cuanto a ϵ_i , al juntar (2), (6) y (7) se obtiene:

$$\epsilon_i = \frac{P_i}{V_i} = \frac{\rho TTRS_{N_{P_i}}}{\rho TTRS_{N_{V_i}}} = \frac{TTRS_{N_{P_i}}}{TTRS_{N_{V_i}}} \quad (11)$$

Por tanto, en precios directos, ϵ_i equivale a una *tasa de explotación* pues refleja la ratio entre el plustrabajo $TTRS_{N_{P_i}}$ y el trabajo necesario $TTRS_{N_{V_i}}$ para cubrir los salarios. Por su parte, el supuesto **(K)** implica:

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon \quad (12)$$

Donde ϵ es la tasa media de explotación. En el caso de x , juntando (4) y (6) se obtiene:

⁵⁵ En términos de valor-trabajo y precios directos, el supuesto de ausencia de cambio técnico implica que la distribución del capital entre constante y variable se mantiene inalterada, reflejando una relación constante entre medios de producción y fuerza de trabajo empleada (así como en el tiempo de trabajo socialmente necesario para la respectiva producción y reproducción de ambas mercancías). Este comportamiento altamente restrictivo limita la capacidad del modelo para identificar cómo las relaciones de poder entre clases sociales son afectadas por el progreso técnico. Tal discusión se deja para un trabajo futuro donde, por ejemplo, podría combinarse los esquemas de reproducción con la intuición de Eagly (1972) de que los capitalistas de cada sector tienen incentivos para acelerar la mecanización (aumentar k_i el presente modelo) cuando la tasa de empleo es elevada para reducir el poder de negociación obrero y debilitar sus aspiraciones de aumentos salariales.

$$x = \frac{V_1}{V_2} = \frac{wL_1}{wL_2} = \frac{L_1}{L_2} \quad (13)$$

Así, el supuesto **(L)** de salario homogéneo provoca que x sea equivalente a la *distribución sectorial del empleo*, la cual cumple con:

$$\frac{dx}{x} = g_x = g_{V_1} - g_{V_2} = g_{L_1} - g_{L_2} \quad (14)$$

Donde g_x, g_{L_1}, g_{L_2} son las tasas de crecimiento de x, L_1 y L_2 respectivamente. En cuanto a π_i , al juntar (1), (2) y (3) se obtiene:

$$\pi_i = \frac{\epsilon_i}{k_i} \quad (15)$$

Juntando (15) con (10) y (12) se muestra que la tasa de ganancia del sector 1 (con mayor tecnificación) es *menor* a la tasa de ganancia del sector 2 (con menor tecnificación):

$$k_1 > k_2 \rightarrow \pi_1 = \frac{\epsilon}{k_1} < \pi_2 = \frac{\epsilon}{k_2} \quad (16)$$

Es decir, cuando rigen precios directos y la explotación laboral es igual entre sectores, el sector de mayor tecnificación obtendrá la *menor* tasa de ganancia⁵⁶. Tal diferencia entre tasas de ganancia podría inducir a que los capitalistas del sector menos rentable deseen movilizar su capital hacia el sector más rentable. Sin embargo, por ahora tal posibilidad se descarta dado el supuesto **(O)** que no permite flujos de capitales intersectoriales.

⁵⁶ A primera vista este resultado es contraintuitivo pues, a precios de mercado, es común que las industrias de alta tecnificación obtengan tasas de ganancia *mayores* al promedio. Sin embargo, desde un enfoque marxista y bajo los supuestos planteados en el presente modelo, esa mayor tasa de ganancia en las industrias de alta tecnificación sería resultado de una “transferencia” de valor-trabajo desde las empresas de menor tecnificación gracias al intercambio desigual inducido por la competencia y el movimiento de capitales (Mandel 1975; Shaikh 1990; Carchedi 1991) o porque la elevada tecnificación genera un “trabajo potenciado” capaz de crear mayor valor en un mismo período de tiempo (Astarita 2004; 2009). Una discusión más detallada de esta cuestión y sus implicaciones en la reproducción del capital se deja para un trabajo futuro.

Sobre las estructuras sectoriales de oferta y demanda, se plantea que el ingreso Y_i que los capitalistas del sector i obtienen al vender sus mercancías se emplea en cubrir costos ($h_i C_i + V_i$) y ganancias (P_i):

$$Y_i = h_i C_i + V_i + P_i \quad (17)$$

Donde h_i representa la *tasa de depreciación* del capital constatae (que sólo incluye *capital fijo* valorado a precios corrientes). Para obtener ingresos, las empresas venden sus mercancías a trabajadores y capitalistas según la *demanda efectiva* que cada clase ejerce en los mercados. Así, en el mercado de *medios de producción* la demanda efectiva es representada por el dinero D_1 que los capitalistas gastan para *reponer y ampliar* sus medios de producción:

$$D_1 = h_1 C_1 + h_2 C_2 + dC_1 + dC_2 \quad (18)$$

En cambio, en el mercado de *medios de consumo* la demanda efectiva está dada por el dinero D_2 que agrupa al gasto de consumo de capitalistas y trabajadores:

$$D_2 = c_1 P_1 + c_2 P_2 + V_1 + V_2 \quad (19)$$

Donde c_1, c_2 son las *tasas de consumo* de los capitalistas del sector 1 y 2 respectivamente y $s_1 = 1 - c_1, s_2 = 1 - c_2$ son sus *tasas de ahorro*. Si se considera que hay equilibrio general en todos los mercados de bienes, entonces:

$$Y_i = D_i \quad (20)$$

Al juntar (17), (18) y (20) se obtiene una *condición de equilibrio en reproducción ampliada para el mercado de medios de producción*:

$$V_1 + P_1 = h_2 C_2 + dC_1 + dC_2 \quad (21)$$

Mientras que juntando (17), (19) y (20) se obtiene una *condición de equilibrio en reproducción ampliada para el mercado de medios de consumo* (Marx 2009b, 617-620):

$$h_2 C_2 + s_2 P_2 = V_1 + c_1 P_1 \quad (22)$$

Y si se juntan (21) y (22) se obtiene una *condición general de equilibrio en reproducción ampliada*:

$$s_1P_1 + s_2P_2 = dC_1 + dC_2 \quad (23)$$

En (23) se indica que el ahorro capitalista ($s_1P_1 + s_2P_2$) debe igualar a la acumulación de capital constante ($dC_1 + dC_2$); tal igualdad equivale a la identidad macroeconómica entre *ahorro e inversión* de una economía cerrada y sin gobierno.

Ahora, si se junta (21) con (1), (2) y (4) y se emplean los supuestos iniciales, se obtiene:

$$x^{MP} = \frac{k_2(h_2 + g_{V_2})}{1 + \epsilon - k_1g_{V_1}} \quad (24)$$

Donde x^{MP} es la distribución sectorial del empleo que equilibra el mercado de medios de producción. La expresión (24) es otra versión de la condición (22), coincide con la expresión (14a) del trabajo de Harris (1972, 512), y brinda mayores intuiciones sobre las *crisis por desequilibrio sectorial*: para que el mercado de medios de producción alcance el equilibrio es necesario que $x = x^{MP}$, igualdad que depende de la tecnificación (k_i), la explotación laboral (ϵ), y el crecimiento del capital variable (g_{V_i}), y que puede ser difícil de alcanzar pues k_i, ϵ, g_{V_i} podrían responder a procesos económicos ajenos a la estructura del mercado laboral que limita los valores de x . Por tanto, el desequilibrio es muy probable.

Asimismo, juntando la condición de equilibrio (22) con (1), (2) y (4) y empleando los supuestos iniciales, se obtiene otra versión de dicha condición:

$$x^{MC} = \frac{h_2k_2 + s_2\epsilon}{1 + (1 - s_1)\epsilon} \quad (25)$$

Donde igualmente surge la complejidad de que, para mantener equilibrio en el mercado de medios de consumo, es necesario que $x = x^{MC}$, igualdad que depende de los mismos factores que (24) más las decisiones de ahorro capitalista (s_i).

Por cierto, dada la condición (23), cabe notar que el supuesto **(O)** de imposibilidad de movilizar capitales puede representarse con la siguiente *función de inversión*:

$$s_i P_i = dC_i \quad (26)$$

Donde s_i termina representando una *tasa de inversión* que los capitalistas del sector i aplican sobre sus ganancias y que destinan a acumular capital constante, pero sólo en su propio sector, similar a como sugiere Harris (1972, 511-512). Además, juntando (26) con (1), (2), (9) y (14) y agregando el supuesto de que x es constante ($g_x = 0$), se obtiene:

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{k_1}{k_2} \quad (27)$$

Así, la imposibilidad de mover capitales provoca que las tasas de ahorro deban cumplir con la igualdad (27) para mantener el equilibrio sectorial a la vez que se mantiene constante la tecnificación; igualdad difícil de alcanzar si la decisión de los capitalistas sobre s_i es guiada por factores exógenos. De hecho, (27) es similar a la expresión (16) de Harris (1972, 512).

Asimismo, (27) ayuda a interpretar la descripción de Morishima (1973, 118) sobre la función de inversión empleada por Marx ([1885] 2009) en sus esquemas. En esa descripción se incluye otro supuesto: los capitalistas del sector 2 ajustan s_2 endógenamente para que no exista ningún desequilibrio sectorial, mientras que los capitalistas del sector 1 imponen s_1 autónomamente (véase Luxemburg 2015). Bajo ese supuesto, se puede resolver s_2 de (27), reemplazarla en (25) y obtener:

$$x^{MC} = \frac{k_2(h_2 + s_1\epsilon)}{k_1[1 + (1 - s_1)\epsilon]} \quad (28)$$

La variante presentada en (28) ilustra la *hipótesis de asimetría* según la cual los capitalistas del sector 1 toman la iniciativa en las decisiones de acumulación (véase Ferrer Ramírez 2009). Como el presente texto no requiere profundizar en esta hipótesis, se mantiene el supuesto de s_1 y s_2 exógenas, es decir se mantiene la condición (25) en vez de (28).

Todos los resultados obtenidos para el equilibrio sectorial aplican en la *reproducción a escala ampliada* donde $s_i > 0$ y $dC_i > 0$. En cambio, para obtener las *condiciones de equilibrio en reproducción simple*, basta plantear $s_i = dC_i = 0$ en (21) o (22), reduciendo ambas a la expresión (29) que es idéntica a la *condición* identificada por Marx (2009b, 487):

$$V_1 + P_1 = C_2 \quad (29)$$

A su vez, si se aplica $s_i = dC_i = 0$ en (25) se obtiene la distribución sectorial del empleo que mantiene el equilibrio en reproducción simple, dada por la expresión (30) que es casi idéntica a la condición (8a) del trabajo de Harris (1972, 510).

$$x = \frac{k_2 h_2}{1 + \epsilon} \quad (30)$$

Además de resaltar la complejidad del equilibrio sectorial, los esquemas de reproducción aquí presentados también ayudan a formalizar algunas intuiciones marxistas sobre las crisis asociadas a las funciones del dinero de *medio de circulación y de pago*. Por ejemplo, destaquemos la siguiente idea:

La posibilidad general de las crisis [viene] dada [...] en la medida en que el dinero funciona como medio de circulación [...] [y] medio de pago [...] si en el momento de venderse la mercancía no vale lo que es su valor, en el momento en que el dinero funciona como medida de valores y, por tanto, de las mutuas obligaciones, no será posible saldar la obligación con el importe de la venta de la mercancía ni podrán saldarse, por tanto, toda la serie de transacciones que retroactivamente dependen de ésta. Y si la mercancía no puede venderse en un determinado plazo, aunque su valor no haya cambiado, no podrá el dinero funcionar como medio de pago, ya que debe funcionar en plazos determinados, establecidos de antemano. Pero, como la misma suma de dinero funciona aquí para una serie de transacciones y obligaciones mutuas, se manifestará [un estado de] insolvencia, no sólo en un punto, sino en muchos puntos y, por tanto, la crisis (Marx 1980, 473).

La complejidad de esa “serie de transacciones y obligaciones mutuas” asociadas a la circulación del dinero en la reproducción capitalista puede interpretarse en *términos markovianos*. Tal propuesta se sustenta en el trabajo de Leontief y Brody (1993), quienes estudian los flujos monetarios de las relaciones insumo-producto con cadenas de Markov cuyo *estado ergódico* se

toma como equivalente de un equilibrio económico, lo que incluso permite replantear la noción de “velocidad de circulación del dinero”. Así, en el presente texto parece pertinente aplicar el mismo principio markoviano, pero para los flujos monetarios asociados a los esquemas de reproducción simple y ampliada.

2.3.1.2. Interpretación markoviana de la reproducción simple

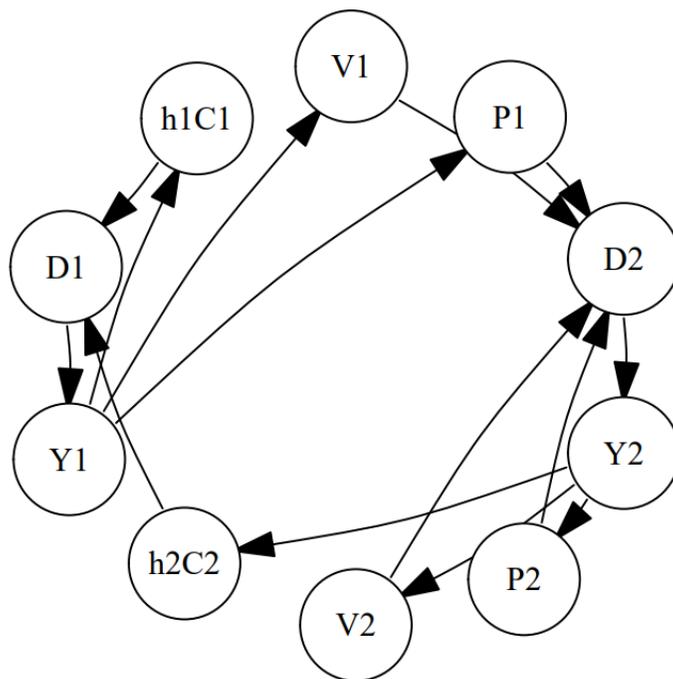
La reproducción a escala simple puede resumirse en las expresiones (17) a (20) que definen los equilibrios sectoriales, junto con la ausencia de ahorro capitalista representada en $s_i = dC_i = 0$, lo que permite obtener el siguiente sistema de ecuaciones:

$$RKS \begin{cases} Y_i = h_i C_i + V_i + P_i & (17') \\ h_1 C_1 + h_2 C_2 = D_1 & (18') \\ P_1 + P_2 + V_1 + V_2 = D_2 & (19') \\ D_i = Y_i & (20') \end{cases}$$

El lado izquierdo de cada ecuación del sistema (*RKS*) indica el origen de un *flujo monetario* mientras que el lado derecho indica su destino. Por ejemplo, (17') sugiere que el dinero que originalmente posee la *forma de ingresos* Y_i obtenidos por los capitalistas del sector i al vender sus mercancías pasa a la *forma de costos y ganancias* asociados a la depreciación de los medios de producción ($Y_i \rightarrow h_i C_i$), los salarios ($Y_i \rightarrow V_i$) y las ganancias ($Y_i \rightarrow P_i$). Por su parte, (18') indica que el dinero que representa costos en medios de producción $h_i C_i$ pasa a la *forma de demanda efectiva* en el mercado de medios de producción ($h_i C_i \rightarrow D_1$), (19') sugiere que el dinero que representa salarios V_i y ganancias P_i pasa a la *forma de demanda efectiva* en el mercado de medios de consumo ($V_i \rightarrow D_2, P_i \rightarrow D_2$), y (20') sugiere que el dinero que originalmente posee la forma de demanda efectiva deviene en ingreso de los capitalistas ($D_i \rightarrow Y_i$). Para ilustrar la compleja cadena de pagos asociada a la reproducción simple, todos los flujos monetarios que se acaba de mencionar pueden tomarse como *enlaces direccionados* en una *red* cuyos *nodos* representan a las diferentes *manifestaciones* del dinero en reproducción simple (C_i, V_i, P_i, D_i, Y_i) (véase figura 2.1)⁵⁷.

⁵⁷ En cierta forma, Marx ya intuía la posibilidad de representar los flujos monetarios sectoriales de la reproducción capitalista en un esquema de red. Por ejemplo, como expone Guillen Romo (1988, 117-119), en una carta de junio de 1863 (cuatro años antes de publicar el tomo I de *El Capital*), Marx presentó a Engels un esquema gráfico donde se

Figura 2.1. Red de flujo monetario en reproducción capitalista simple



Elaborado por el autor.

Si bien la figura 2.1 brinda una perspectiva *cualitativa* de la complejidad de los flujos monetarios en la reproducción a escala simple, resulta limitante para *comprender analíticamente* las implicaciones de estos flujos. En respuesta a esta limitación, esta red de flujo monetario puede interpretarse como una cadena de Markov bajo el supuesto de que el equilibrio sectorial balanceado genera regularidades no solo a nivel de oferta y demanda, precios, tasas de ganancia y distribución del capital sino, también, en la circulación del dinero. Caso contrario, existirían determinadas formas del capital social donde cada vez se concentraría dinero en mayor proporción en comparación a otras formas, lo que va en contra de la lógica de un equilibrio sectorial balanceado (al menos bajo los supuestos planteados en este trabajo, sobre todo la ausencia de cambio técnico y la medición del esquema en precios directos). Esta regularidad puede representarse asumiendo que el dinero pasa de una forma a otra dentro del proceso de

conectan con enlaces las diferentes formas que adoptan los componentes del capital social durante el proceso de reproducción (claramente inspirado en la *Tabla Económica* de Quesnay, donde también se conectan con enlaces los flujos de dinero entre diferentes clases sociales).

reproducción manteniendo constantes en el tiempo a las proporciones que poseen las formas que va tomando (p.ej. manteniendo fija la distribución entre capital constante y variable o entre ganancias y salarios)⁵⁸. Aplicando este supuesto, y siguiendo a Leontief y Brody (1993), la red de flujos monetarios en reproducción simple puede interpretarse como una cadena de Markov en donde el flujo del dinero es guiado según la *matriz de transición monetaria* M^{RKS} de la tabla 2.1, la cual asume que las diferentes formas que adquiere el dinero mantienen proporciones constantes durante la transición de un período a otro⁵⁹.

Tabla 2.1. Matriz de transición monetaria en reproducción capitalista simple (M^{RKS})

	h_1C_1	h_2C_2	V_1	V_2	P_1	P_2	D_1	D_2	Y_1	Y_2
h_1C_1	$0_{8 \times 6}$						1	0	$0_{6 \times 2}$	
h_2C_2							1	0		
V_1							0	1		
V_2							0	1		
P_1							0	1		
P_2							0	1		
D_1							0	0	1	0
D_2							0	0	0	1
Y_1	$\alpha_{h_1C_1}$	0	α_{V_1}	0	α_{P_1}	0	$0_{2 \times 4}$			
Y_2	0	$\alpha_{h_2C_2}$	0	α_{V_2}	0	α_{P_2}				

Elaborado por el autor.

Donde:

⁵⁸ Aquí puede plantearse como posible trabajo futuro el estudio de la reproducción capitalista bajo condiciones de *desequilibrio sectorial* donde ya no exista una regularidad en los flujos monetarios (es decir, el *desequilibrio* puede provocar que haya puntos donde se concentra dinero que no se gasta o donde fluye menos dinero del que se requiere para el normal desenvolvimiento de las cadenas de pagos). Probablemente en tal situación ya no sea factible el uso de cadenas de Markov, sino que se pueden requerir otras herramientas donde la probabilidad de transición de un estado a otro vaya cambiando con el tiempo según cómo la economía (particularmente los precios y la capacidad instalada) se ajuste ante el *desequilibrio*.

⁵⁹ El supuesto de que el equilibrio sectorial balanceado genera una regularidad en los flujos monetarios con proporciones constantes de los diferentes componentes del capital social permite omitir al tiempo en la construcción de las matrices de transición. En cambio, si se modifica este supuesto (como sugiere la nota anterior), se necesitaría incluir el tiempo y plantear alguna forma de modelo dinámico donde la matriz de transición vaya ajustándose de un período.

$$\alpha_{h_i C_i} = \frac{h_i C_i}{Y_i} = \frac{h_i k_i}{h_i k_i + w + \epsilon} \quad (31)$$

$$\alpha_{V_i} = \frac{V_i}{Y_i} = \frac{1}{h_i k_i + w + \epsilon} \quad (32)$$

$$\alpha_{P_i} = \frac{P_i}{Y_i} = \frac{\epsilon}{h_i k_i + w + \epsilon} \quad (33)$$

Es decir, $\alpha_{h_i C_i}$, α_{V_i} indican la proporción del ingreso Y_i destinado a cubrir los costos asociados a cada tipo de capital, α_{P_i} es la proporción del ingreso que cubre las ganancias ($\alpha_{P_i} = 1 - \alpha_{C_i} - \alpha_{V_i}$), y $0_{A \times B}$ es una matriz de ceros de dimensión $A \times B$. Nótese que $M^{RKS} = [m_{d,d'}^{RKS}]$ es una matriz de Markov pues todos sus elementos cumplen con $m_{d,d'}^{RKS} \geq 0$ y $\sum_{d'} m_{d,d'}^{RKS} = 1$. Como $\alpha_{h_i C_i}$, α_{V_i} , α_{P_i} son constantes (dependen de h_i , ϵ , k_i , constantes por los supuestos iniciales y por la regularidad que el equilibrio sectorial balanceado genera en el flujo de dinero), entonces se cumplen las condiciones para estimar la probabilidad de que una unidad monetaria que fluye en la red representada por M^{RKS} adopte una determinada forma en el *largo plazo* (más adelante se verá que estas probabilidades de largo plazo obtenidas con cadenas de Markov brindarán información útil para interpretar con mayor profundidad a la expresión monetaria del tiempo de trabajo ρ). Tal cuestión puede responderse obteniendo el vector π^{RKS} (columna) de *distribución estacionaria de probabilidad* de la cadena de Markov asociada a M^{RKS} , definido como:

$$(\pi^{RKS})^T M^{RKS} = (\pi^{RKS})^T, \quad \sum_d \pi_d^{RKS} = 1, \quad \pi_d^{RKS} \geq 0 \quad (34)$$

Por álgebra lineal (34) equivale a $(M^{RKS})^T \pi^{RKS} = \pi^{RKS}$, donde π^{RKS} es el *vector propio* asociado al máximo *valor propio* de la transpuesta de M^{RKS} (igual a 1 por tratarse de una matriz de Markov). Al resolver (34) se obtiene que las probabilidades estacionarias asociadas a cada manifestación del dinero en reproducción simple son:

$$\pi_{h_i C_i}^{RKS} = \frac{h_i C_i}{3(Y_1 + Y_2)} = \frac{x^{2-i} h_i k_i}{\theta} \quad (35)$$

$$\pi_{V_i}^{RKS} = \frac{V_i}{3(Y_1 + Y_2)} = \frac{x^{2-i}}{\theta} \quad (36)$$

$$\pi_{P_i}^{RKS} = \frac{P_i}{3(Y_1 + Y_2)} = \frac{x^{2-i}\epsilon}{\theta} \quad (37)$$

$$\pi_{Y_i}^{RKS} = \pi_{D_i}^{RKS} = \pi_{h_i C_i}^{RKS} + \pi_{V_i}^{RKS} + \pi_{P_i}^{RKS} \quad (38)$$

Donde $\theta = 3[x(h_1 k_1 + w + \epsilon) + h_2 k_2 + w + \epsilon]$ y x queda dada por la condición (29). Por ende, en reproducción simple y con todos los mercados de bienes en equilibrio, la probabilidad de que a largo plazo una unidad monetaria se manifieste en la forma de depreciación de los medios de producción ($h_i C_i$), salarios (V_i), ganancias (P_i), ingresos (Y_i) o demanda efectiva (D_i) es igual a la participación de cada una de estas formas en el ingreso total ($Y_1 + Y_2$) dividida para 3, siendo ese el número de *manifestación diferentes* del dinero en reproducción simple (costos/ganancias, ingresos y demanda).

2.3.1.3. Interpretación markoviana de la reproducción ampliada

De forma análoga a la reproducción simple, puede tomarse las expresiones (17) a (20) junto con (23) para construir un nuevo sistema de ecuaciones que describe los flujos monetarios en reproducción ampliada:

$$RKA \begin{cases} Y_i = h_i C_i + V_i + c_i P_i + s_i P_i & (17) \\ h_1 C_1 + h_2 C_2 + dC_1 + dC_2 = D_1 & (18) \\ c_1 P_1 + c_2 P_2 + V_1 + V_2 = D_2 & (19) \\ D_i = Y_i & (20) \\ s_1 P_1 + s_2 P_2 = dC & (23) \end{cases}$$

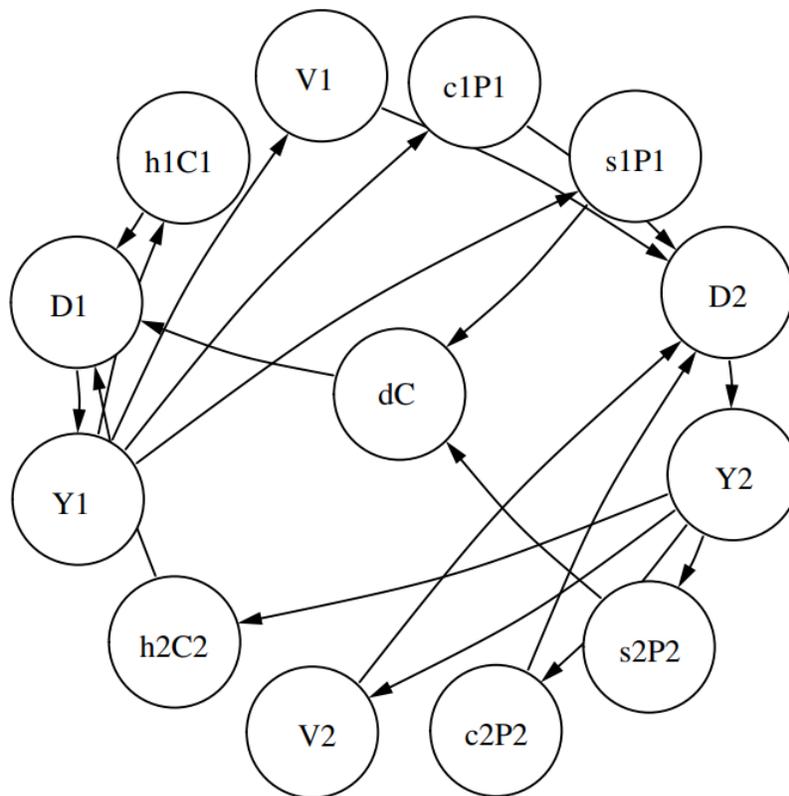
Donde:

$$dC = dC_1 + dC_2 \quad (39)$$

Es el total de acumulación en capital constante. Como en este sistema se emplea la condición (23) donde todo el ahorro iguala a toda la inversión –sin restringir que el ahorro de un sector sólo financie su propia acumulación– la interpretación es válida tanto para casos con o sin

competencia intersectorial. Con el sistema (*RKA*) es posible construir una red de *flujos monetarios* en reproducción ampliada (véase figura 2.2), cuyos nodos y enlaces direccionados se construyen siguiendo la misma lógica que en la reproducción simple. Igualmente, si se acepta el supuesto de que en reproducción ampliada el equilibrio sectorial balanceado también genera una regularidad en los flujos de dinero tal como en reproducción simple⁶⁰, entonces desde el sistema (*RKA*) se puede interpretar la red como una cadena de Markov, en donde el flujo del dinero es guiado según la *matriz de transición* M^{RKA} de la tabla 2.2.

Figura 2.2. Red de flujo monetario en reproducción capitalista ampliada



Elaborado por el autor.

⁶⁰ Debe notarse que en este trabajo el supuesto de que existe regularidad del flujo monetario en el equilibrio sectorial balanceado se plantea en términos *relativos*, no *absolutos*. Es decir, puede crecer la magnitud total de dinero que fluye en la economía a causa de la acumulación del capital, pero la proporción en la que ese dinero representa a cada forma del capital y de la producción social sigue manteniéndose constante.

Tabla 2.2. Matriz de transición monetaria en reproducción capitalista ampliada (M^{RKA})

	h_1C_1	h_2C_2	V_1	V_2	c_1P_1	c_2P_2	s_1P_1	s_2P_2	D_1	D_2	Y_1	Y_2	dC
h_1C_1	$0_{10 \times 8}$								1	0	$0_{6 \times 3}$		
h_2C_2									1	0			
V_1									0	1			
V_2									0	1			
c_1P_1									0	1			
c_2P_2									0	1			
s_1P_1									0	0	0	0	1
s_2P_2									0	0	0	0	1
D_1									0	0	1	0	0
D_2									0	0	0	1	0
Y_1	$\alpha_{h_1C_1}$	0	α_{V_1}	0	$\alpha_{c_1P_1}$	0	$\alpha_{s_1P_1}$	0	0	$0_{3 \times 4}$			
Y_2	0	$\alpha_{h_2C_2}$	0	α_{V_2}	0	$\alpha_{c_2P_2}$	0	$\alpha_{s_2P_2}$	0				
dC	$0_{1 \times 8}$								1				

Elaborado por el autor.

Donde:

$$\alpha_{h_iC_i} = \frac{h_iC_i}{Y_i} = \frac{h_i k_i}{k_i + w + \epsilon}, \quad \alpha_{V_i} = \frac{V_i}{Y_i} = \frac{1}{k_i + w + \epsilon}, \quad \alpha_{c_iP_i} = \frac{c_iP_i}{Y_i} = \frac{c_i \epsilon}{k_i + 1 + \epsilon},$$

$$\alpha_{s_iP_i} = \frac{s_iP_i}{Y_i} = \frac{s_i \epsilon}{k_i + 1 + \epsilon} \quad (40)$$

Dado que los supuestos iniciales provocan que los términos α_j sean constantes, se puede emplear M^{RKA} para obtener el vector de distribución estacionaria π^{RKA} , definido como:

$$(\pi^{RKA})^T M^{RKA} = (\pi^{RKA})^T, \quad \sum_d \pi_d^{RKA} = 1, \quad \pi_d^{RKA} \geq 0 \quad (41)$$

Al resolver (41) se generan las siguientes probabilidades estacionarias:

$$\pi_{h_i C_i}^{RKA} = \frac{h_1 C_1}{3(Y_1 + Y_2) + dC} = \frac{x^{2-i} h_i k_i}{\theta + \epsilon(s_1 x + s_2)} \quad (42)$$

$$\pi_{V_i}^{RKA} = \frac{V_i}{3(Y_1 + Y_2) + dC} = \frac{x^{2-i}}{\theta + \epsilon(s_1 x + s_2)} \quad (43)$$

$$\pi_{c_i P_i}^{RKA} = \frac{(1 - s_i) P_i}{3(Y_1 + Y_2) + dC} = \frac{x^{2-i} (1 - s_i) \epsilon}{\theta + \epsilon(s_1 x + s_2)} \quad (44)$$

$$\pi_{s_i P_i}^{RKA} = \frac{s_i P_i}{3(Y_1 + Y_2) + dC} = \frac{x^{2-i} s_i \epsilon}{\theta + \epsilon(s_1 x + s_2)} \quad (45)$$

$$\pi_{Y_i}^{RKA} = \pi_{D_i}^{RKA} = \pi_{h_i C_i}^{RKA} + \pi_{V_i}^{RKA} + \pi_{c_i P_i}^{RKA} + \pi_{s_i P_i}^{RKA} \quad (46)$$

$$\pi_{s_1 P_1}^{RKA} + \pi_{s_2 P_2}^{RKA} = \pi_{dC}^{RKA} \quad (47)$$

Donde $\theta = 3[x(h_1 k_1 + 1 + \epsilon) + h_2 k_2 + 1 + \epsilon]$ y x quedan dados por la condición (25). Por ende, en reproducción ampliada y equilibrio en los mercados de bienes, la probabilidad de que a largo plazo una unidad monetaria se manifieste en las formas de depreciación ($h_i C_i$), salarios (V_i), consumo capitalista ($c_i P_i$), ahorro capitalista ($s_i P_i$)⁶¹, ingresos (Y_i), demanda efectiva (D_i) o acumulación de capital constante (dC) es igual a la participación que cada una de estas formas posee en el *dinero total que se manifiesta en la economía* y que incluye a las tres manifestaciones encontradas en reproducción simple (costos/ganancias, ingresos y demanda) reflejadas en $3(Y_1 + Y_2)$ más la manifestación asociada a la acumulación total del capital representada en dC . El hecho de que las probabilidades estacionarias se expresen con referencia a $3(Y_1 + Y_2) + dC$ brinda un elemento útil para el esquema de la siguiente sección.

⁶¹ Recordemos que los capitalistas destinan una proporción c_i de sus ganancias al consumo y la proporción sobrante s_i se destina al ahorro. Si bien, por definición, se cumple que $s_i = 1 - c_i$, se decide mantener la notación de c_i para el consumo y s_i para el ahorro con el fin de visualizar fácilmente que consumo y ahorro son dos formas distintas que puede adoptar el flujo del dinero durante el proceso de reproducción a escala ampliada.

2.3.2. El rol de la competencia intersectorial en la reproducción capitalista

2.3.2.1. Un posible esquema general

Desde un enfoque clásico-marxista, varios autores (*p.ej.* Nikaido 1983; 1985, 198; Shaikh 2016, 264-265; Tsoulfidis y Tsaliki 2019, 255-260) plantean que la diferencia entre las tasas de ganancia induce a la *competencia intersectorial*. En particular Shaikh (2016, 264) sugiere que cada “nueva inversión fluye más rápidamente hacia industrias con mayores tasas de ganancia”, provocando que en esas industrias se concentre mayor capital y surja una oferta que crece más rápidamente que la demanda, lo que “empuja hacia la baja a precios y ganancias” (movimiento contrario se observaría en industrias con baja tasa de ganancia). De esta forma, si se recuerda que en precios directos el sector 1 de mayor tecnificación tiende a recibir una menor tasa de ganancia que el sector 2 de baja tecnificación (ver expresión 16), al permitirse la libre movilidad de capitales este último sector recibirá más inversiones que buscan beneficiarse de su elevada rentabilidad. Sin embargo, ese ingreso adicional de capitales al sector 2 puede provocar que la oferta de medios de consumo crezca más que su demanda, presionando a que disminuyan los precios y la tasa de ganancia sectorial. Si persiste esta tendencia, a largo plazo puede suceder que los dos sectores converjan a una misma tasa de ganancia donde ya no existirán incentivos para nuevos flujos de capitales entre sectores. Es decir, la competencia intersectorial que surge con el movimiento de capitales puede llevar a un ajuste de precios entre sectores, hasta que a largo plazo surjan los *precios de producción* que generan la *igualdad de las tasas de ganancia sectoriales* (Marx 2009c; Shaikh 1977; 2016). Sin embargo, también esa tendencia puede distorsionarse o hasta pueden surgir tendencias más complejas que generen una *heterogeneidad entre tasas de ganancia sectoriales* según la forma concreta que adopte la competencia real capitalista, como sugieren Semmler (1981; 1984), Botwinick (2017) o el propio Shaikh (2016).

En ese sentido, la inclusión de la competencia intersectorial permite comprender cómo el flujo de capitales genera la transición desde los precios directos a los precios de producción que igualan las tasas de ganancia de los sectores 1 y 2, o la transición a precios de mercado donde pueden persistir diferencias en las rentabilidades sectoriales. Para representar este tipo de transiciones, reemplazamos los supuestos iniciales (N) y (O) del modelo por los siguientes. (N') Todas las magnitudes monetarias se miden en precios que garantizan el equilibrio sectorial, siendo

diferentes a los precios directos según los efectos de la competencia intersectorial. **(O')** Se permite el libre flujo de capitales entre sectores, de modo que ya no rigen las funciones de inversión representadas en (26). Asimismo, se incluye un nuevo supuesto. **(P)** Existe un solo medio de producción y un solo medio de consumo y se aplica una tecnología de coeficientes fijos. Igualmente, se incluyen las siguientes expresiones:

$$C_i = p_1 A_i \quad (48)$$

$$a_i = \frac{A_i}{L_i} \quad (49)$$

$$q_i = \frac{Q_i}{L_i} \quad (50)$$

$$Y_i = p_i Q_i \quad (51)$$

$$M = \rho(L_1 + L_2) \quad (52)$$

$$M = 3(Y_1 + Y_2) + dC \quad (53)$$

Donde p_i, Q_i, A_i representan respectivamente al precio, la cantidad de mercancía producida y la cantidad del medio de producción empleado en el sector i ; a_i es una *tasa de tecnificación* similar a la *composición técnica del capital*; q_i es la productividad por hora de trabajo; M representa al dinero total que se *manifiesta en la economía*. Por el supuesto **(I)** se asume que a_i, q_i son constantes y por el supuesto **(J)** se asume que $a_1 > a_2$. Por el supuesto **(F)**, donde se plantea que siempre existe el dinero disponible para la circulación de mercancía, se asume que la expresión monetaria ρ permite la “transformación” del total de horas trabajadas $L_1 + L_2$ en la suma de dinero M . Aquí destaca la expresión (53) pues asume que todo el dinero que se manifiesta en la economía recoge a la suma de tres veces el ingreso total (tres manifestaciones: costos/ganancias, ingresos y demanda) más la acumulación capitalista. Así, con (52) y (53) se propone que el dinero que representa al valor creado por la fuerza de trabajo $\rho(L_1 + L_2)$ debe considerar a todo el proceso de circulación que lleva al dinero a tomar sus múltiples manifestaciones M . De hecho, (53) recoge precisamente al estándar de comparación obtenido de las probabilidades estacionarias

provenientes de la interpretación markoviana de la reproducción ampliada, tal como indican los denominadores de (42) a (47).

Juntando (48) a (51) con (17) a (23) y con (3) y (4), surge una nueva condición de equilibrio en reproducción ampliada similar a las condiciones (24) y (25):

$$x = \frac{a_2(h_2 + s_2\pi_2)}{q_1 - a_1(h_1 + s_1\pi_1)} \quad (54)$$

Así, la distribución sectorial del empleo (x) debe cumplir la igualdad (54) para mantener equilibrio sectorial cuando las condiciones técnicas (a_i, q_i, h_i), las decisiones de ahorro (s_i) y las tasas de ganancia (π_i) están dadas. Cabe destacar que en (54) no hay razón que impida el uso de las tasas de ganancia medidas a *precios directos* o, incluso, tasas de ganancia heterogéneas medidas a *precios de mercado*, pues la expresión se obtiene desde condiciones genéricas de equilibrio. Además, si se juntan (48) a (51) con (17), (3) y (4), se obtienen expresiones para los precios de las mercancías vendidas por cada sector:

$$p_1 = \frac{w}{q_1 - a_1(h_1 + \pi_1)} \quad (55)$$

$$p_2 = \frac{p_1 a_2(h_2 + \pi_2) + w}{q_2} \quad (56)$$

A su vez, juntando (48) a (53) con (23) y (39), se obtiene:

$$\frac{3(p_1 q_1 x + p_2 q_2) + p_1(s_1 \pi_1 a_1 x + s_2 \pi_2 a_2)}{x + 1} = \rho \quad (57)$$

Así, (54) a (57) conforman un sistema de *cuatro ecuaciones con cinco incógnitas* ($x, \pi_1, \pi_2, p_1, p_2$) que puede entenderse como un *esquema general con un grado de libertad* que incluso podría resolverse si se asumiera que la proporción x es exógena.

2.3.2.2. La dinámica de la competencia intersectorial

Para “cerrar” el sistema (54) a (57), puede incluirse la dinámica de la competencia intersectorial provocada por el flujo de capitales permitido en el supuesto (**O'**). Por ejemplo, puede plantearse las siguientes *funciones de inversión*⁶²:

$$\frac{dA_1}{A_1} = g_{A_1} = \gamma_0 + \gamma_1(\pi_1 - \pi_2), \quad \gamma_0, \gamma_1 > 0 \quad (58)$$

$$\frac{dA_2}{A_2} = g_{A_2} = \gamma_0 + \gamma_2(\pi_2 - \pi_1), \quad \gamma_0, \gamma_2 > 0 \quad (59)$$

Donde g_{A_i} es la tasa de crecimiento de los medios de producción empleados en el sector i . Las funciones (58) y (59) sugieren que los capitalistas de cada sector tienden a incrementar sus medios de producción (“acumulación real”) en una tasa autónoma γ_0 idéntica para los dos sectores y que es alterada según la *diferencia sectorial entre tasas de ganancia*: cuando $\pi_i > \pi_j$ los capitalistas del sector j acumularán menos medios de producción en su propio sector y moverán capital al otro sector, siempre respetando la igualdad macro entre ahorro e inversión dada en (23). Restando (58) y (59) se obtiene:

$$g_{A_1} - g_{A_2} = \gamma(\pi_1 - \pi_2), \quad \gamma = \gamma_1 + \gamma_2 \quad (60)$$

La expresión (60) es idéntica a la ecuación (5) sugerida por Dutt (1988, 141) (véase también Dutt 1997, 447) para estudiar los movimientos intersectoriales de capitales. Como no existe cambio técnico ($a_i = A_i/L_i$ constante), entonces:

$$g_{A_i} = g_{L_i} \quad (61)$$

Juntando (61) con (60), (13) y (14) se obtiene:

⁶² La inclusión de la tasa de ganancia en (58) y (59) se inspira en Robinson (1956; 1962). Para otras alternativas, véase Araujo y Teixeira (2015). Se emplea dos funciones de inversión pues los capitalistas “hacen muchas cosas como una clase, pero ciertamente no invierten como una clase” (Kalecki 1967, 455).

$$g_x = \frac{dx}{x} = \gamma(\pi_1 - \pi_2) \quad (62)$$

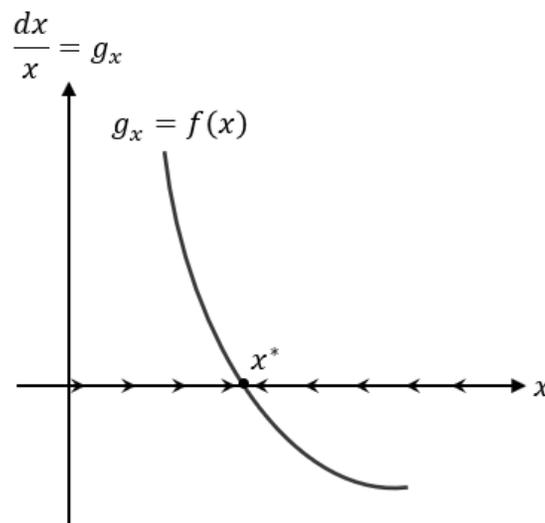
Donde (62) indica cómo, a causa del movimiento de capitales motivados por diferenciales entre tasas de ganancia, cambia la tasa de crecimiento de x . Así, (62) junto con (54) a (57) completan un sistema de cinco ecuaciones con cinco incógnitas que, al simplificarse, se resume en la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dx}{x} = g_x = f(x, h_i, a_i, s_i, q_i, \rho, \gamma, w) \quad (63)$$

Donde $h_i, a_i, s_i, q_i, \rho, w$ son parámetros constantes. Asumiendo un caso simplificado (**Q**) donde no hay depreciación ($h_i = 0$), se ahorran todas las ganancias ($s_i = 1$) y la expresión monetaria del trabajo se estandariza ($\rho = 1$), puede plantearse una versión compacta de (63) con comportamiento estable y con un valor de equilibrio x^* positivo (véase figura 2.3).

$$\frac{dx}{x} = g_x = \frac{q_1 \gamma \{a_2 [(1 - 3w) - x(7w - 1)] - 4a_1 w x^2\}}{a_1 [(1 - 3w) + x(1 + w)](a_1 x + a_2)} \quad (64)$$

Figura 2.3. Dinámica simplificada de la distribución sectorial del empleo



Elaborado por el autor.

Para identificar x^* nótese que, a largo plazo, la competencia intersectorial iguala las tasas de ganancia sectoriales con la tasa media π^* :

$$\pi_1 = \pi_2 = \pi^* \quad \rightarrow \quad g_x = 0 \quad (65)$$

Reemplazando (65) en (54) a (57) puede obtenerse un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas (x^*, p_1^*, p_2^*, π^*) que garantiza el equilibrio en reproducción ampliada para el largo plazo considerando una competencia intersectorial que genera una tasa media de ganancia π^* y precios de producción p_i^* :

$$x = \frac{a_2(h_2 + s_2\pi)}{q_1 - a_1(h_1 + s_1\pi)} \quad (66)$$

$$p_1 = \frac{w}{q_1 - a_1(h_1 + \pi)} \quad (67)$$

$$p_2 = \frac{p_1 a_2 (h_2 + \pi) + w}{q_2} \quad (68)$$

$$\frac{3(p_1 q_1 x + p_2 q_2) + p_1 \pi (s_1 a_1 x + s_2 a_2)}{x + 1} = \rho \quad (69)$$

Empleando nuevamente el caso simplificado (**Q**) se obtienen las siguientes soluciones del sistema (66) a (69):

$$x^* = \frac{\psi - a_2(7w - 1)}{8a_1w} = \frac{\Delta}{8a_1w} \quad (70)$$

$$p_1^* = \frac{\psi + a_2(1 + w)}{8a_2q_1} \quad (71)$$

$$p_2^* = \frac{\psi - a_2(7w - 1) + 8a_1w}{8a_1q_2} \quad (72)$$

$$\pi^* = \frac{q_1\{2a_1(1 - 3w) + a_2(7w - 1) - \psi\}}{2a_1(a_1 - a_2)(1 - 3w)} \quad (73)$$

Donde:

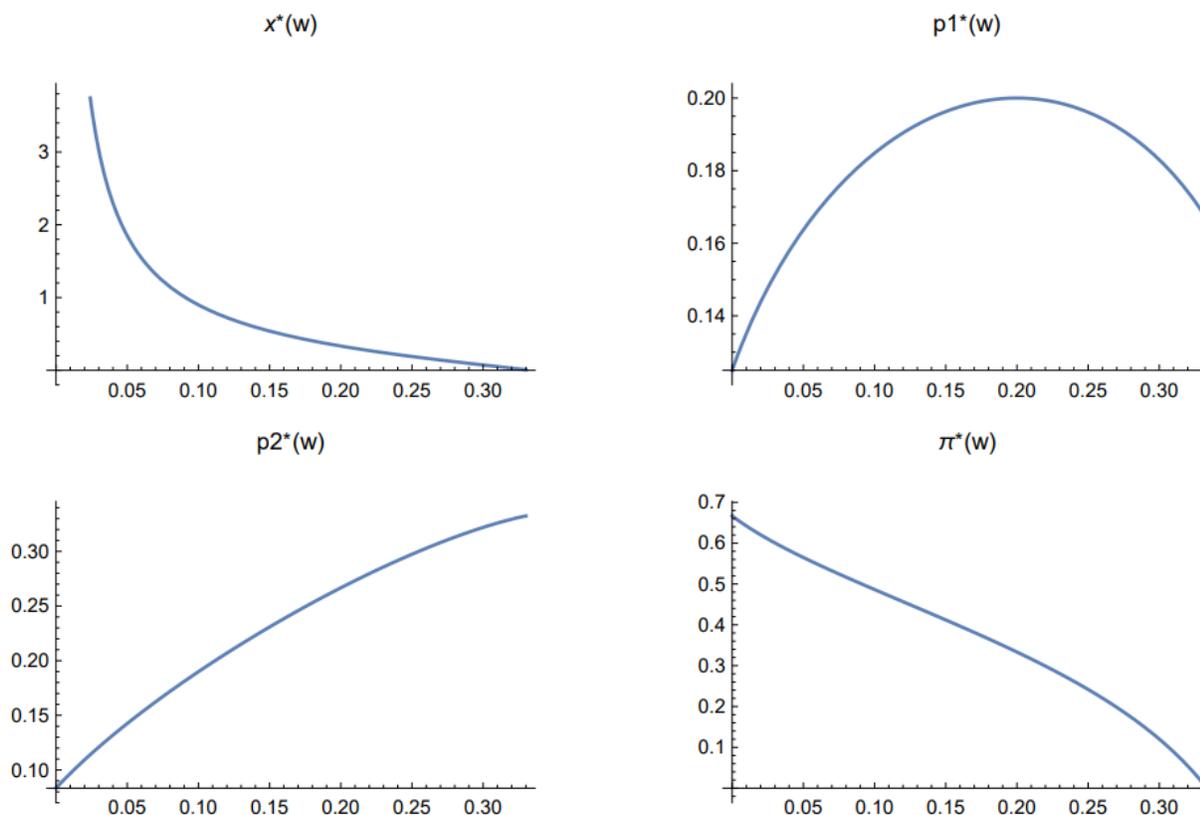
$$\psi = \sqrt{16a_1a_2w(1-3w) + a_2^2(7w-1)^2} = a_2(7w-1) + \Delta, \quad \Delta > 0 \text{ si } w < \frac{1}{3} \quad (74)$$

Aquí surgen algunas interpretaciones. Por ejemplo, (70) muestra que, mientras más alta sea la tecnificación del sector 1 con respecto al sector 2 ($\uparrow a_1, \downarrow a_2$), la distribución sectorial del empleo de equilibrio será menor ($\downarrow x^*$), es decir, existirá menos peso relativo del sector 1 en el total del empleo. A su vez, para que a largo plazo $x^* > 0$ es necesario que $w < \frac{1}{3}$; caso contrario no existe una x^* que, simultáneamente, garantice equilibrio sectorial y estabilidad, limitación que podría considerarse como otra manifestación de una posible crisis por desequilibrio sectorial. Así, se nota cómo la distribución del empleo –y su dinámica– sigue estando condicionada si se desea evitar el desequilibrio.

En este contexto destaca el efecto del salario nominal sobre cada solución del modelo dentro del rango de valores positivos de largo plazo (véase figura 2.4)⁶³. Volviendo a (70) se nota que, al aumentar el salario el sector 2 tiende a absorber relativamente más empleo que el sector 1 ($\uparrow w \rightarrow \downarrow x^*$), lo que tiene sentido pues un mayor salario implica una mayor demanda efectiva de medios de consumo precisamente producidos por el sector 2. Por su parte, (71) sugiere un posible vínculo no monótono entre salario y el precio de producción del sector 1; en cambio, desde (72) se identifica que un mayor salario siempre aumenta el precio de producción del sector 2. Una relación llamativa proviene de (73), donde existe un vínculo inverso entre la tasa media de ganancia y el salario ($\uparrow w \rightarrow \downarrow \pi^*$), similar a los resultados de Sraffa (1960, 25) y Morishima (1973, 64), pero con la diferencia de que esa relación inversa proviene de un enfoque marxista donde la expresión monetaria del trabajo ρ se define aprovechando los resultados de la interpretación markoviana de la reproducción ampliada.

⁶³ Los valores seleccionados para construir la figura 2.4 son solo referenciales. En todo caso, representan una situación donde el sector 1 posee el doble de productividad laboral que el sector 2 ($q_1 = 2, q_2 = 1$), el sector 1 requiere el triple de medios de producción por hora de trabajo que el sector 2 ($a_1 = 3, a_2 = 1$), y por cada punto porcentual en que la tasa de ganancia del sector 1 supera a la tasa del sector 2 la distribución del capital variable igualmente crece en un punto porcentual ($\gamma = 1$).

Figura 2.4. Efecto del salario sobre empleo, precios de producción y tasa media de ganancia



Elaborado por el autor.

Nota: simulación numérica obtenida con $q_1 = 2, q_2 = 1, a_1 = 3, a_2 = 1, \gamma = 0,1$.

2.3.2.3. La complejidad del equilibrio de largo plazo

Un punto que se desea resaltar con el modelo presentado en este texto es cuán complejo puede resultar que el capitalismo alcance estabilidad y equilibrio sectorial a largo plazo si se considera la competencia intersectorial en su real magnitud. El propio hecho de que la distribución sectorial del empleo de largo plazo deba ser x^* y que su dinámica esté limitada por (63) puede plantear serios problemas de proporcionalidad si se considera que la participación de cada sector productivo en el empleo puede depender del “desarrollo capitalista” de cada sociedad (a más de factores como, por ejemplo, la ubicación dentro del comercio internacional como país capitalista

central o periférico-dependiente). Asimismo, las diferencias estructurales entre los sectores 1 y 2 pueden provocar que x difiera de x^* incluso en el largo plazo, provocando diferencias persistentes en las tasas de ganancia sectoriales e impidiendo así el surgimiento de los precios de producción y una sola tasa media de ganancia. De hecho, Semmler (1981, 41-42; 1984) indica que la teoría marxista de la competencia admite diferenciales de largo plazo en las tasas de ganancia por factores como: desequilibrios entre oferta y demanda y elevados tiempos de rotación del capital; restricciones a las condiciones de producción y limitaciones en los movimientos de capitales; elevada productividad en algunas empresas de un sector que no se generaliza en las demás empresas. Para ilustrar esta posibilidad, se puede reemplazar las funciones de inversión de (58) y (59) con las siguientes:

$$g_{A1} = \gamma_{01} + \gamma_1(\pi_1 - \theta\pi_2), \quad \gamma_{01}, \gamma_1 > 0 \quad (58')$$

$$g_{A2} = \gamma_{02} + \gamma_2(\theta\pi_2 - \pi_1), \quad \gamma_{02}, \gamma_2 > 0 \quad (59')$$

Donde se agregan los siguientes supuestos. **(R)** El incremento autónomo de los medios de producción instalados en el sector 1 es más lento que en el sector 2 ($\gamma_{01} < \gamma_{02}$) debido, por ejemplo, a que el sector 1 requiere de infraestructura más amplia y sofisticada que el sector 2 y por tanto su instalación y puesta en funcionamiento es más lenta. **(S)** Hay barreras que limitan el acceso de capitales al sector 2 ($0 < \theta < 1$) debido, por ejemplo, a que dicho sector enfrenta un elevado riesgo pues depende de la limitada capacidad de consumo de los trabajadores. Si se resta (58') y (59') y se aplican los demás supuestos del modelo, se obtiene:

$$g_{A1} - g_{A2} = g_x = \gamma(\pi_1 - \theta\pi_2) - (\gamma_{02} - \gamma_{01}), \quad \gamma = \gamma_1 + \gamma_2 > 0 \quad (62')$$

La expresión (62') es similar a la ecuación (8.55) planteada por Dutt (1990, 180) para representar una diferencia persistente de las tasas de ganancia en el equilibrio de largo plazo.⁶⁴ Si se reemplaza (62) por (62') y se junta con (54) a (57) se obtiene un sistema de cinco ecuaciones con cinco incógnitas alternativo al sistema presentado en el apartado sobre *la dinámica de la competencia intersectorial*. Al resolver dicho sistema se obtiene una nueva ecuación diferencial

⁶⁴ Dutt (1990) plantea su ecuación para modelos Norte-Sur donde el mayor riesgo se asocia al Sur.

que define la dinámica de la distribución sectorial del empleo x pero que ahora depende de los parámetros adicionales $\gamma_{01}, \gamma_{02}, \theta$:

$$\frac{dx}{x} = g'_x = f(x, h_i, a_i, s_i, q_i, \rho, \gamma, w, \gamma_{01}, \gamma_{02}, \theta) \quad (63')$$

Esos nuevos parámetros provocan que la solución del nuevo sistema de ecuaciones lleve a que las tasas de ganancia sectoriales de largo plazo no se igualen a una tasa media, sino que difieran según la siguiente expresión:

$$\pi_1 = \theta\pi_2 + \frac{\gamma_{02} - \gamma_{01}}{\gamma} \rightarrow g_x = 0 \quad (65')$$

Como $0 < \theta < 1$ y $\frac{\gamma_{02} - \gamma_{01}}{\gamma} > 0$, no se puede definir de antemano si $\pi_1 > \pi_2$ o viceversa. Lo que sí se puede decir, es que $\pi_1 \neq \pi_2$. Igualmente, la distribución sectorial del empleo x no coincidirá con x^* ni siquiera en el largo plazo. Así, siguiendo a Semmler (1981), puede decirse que la diferencia entre tasas de ganancia –y el valor efectivo al que converja x – a largo plazo dependerán de las condiciones concretas de la competencia intersectorial (representadas en $\theta, \gamma_{0i}, \gamma_i$). Estas consideraciones adicionales complejizan aún más la posibilidad de un equilibrio sectorial en la economía capitalista y su convergencia a “centros de gravedad” homogéneos.

2.4. Conclusiones

Los esquemas de reproducción simple y ampliada planteados por Marx han dejado huellas en el pensamiento económico, además que ayudan a comprender cuán complejo resulta mantener los equilibrios sectoriales. En ese sentido, el presente texto ha revisitado la reproducción capitalista desde un modelo que combina tres elementos: la identificación de condiciones de equilibrio para los mercados de medios de producción y de consumo, el planteamiento de redes de flujos monetarios que permiten interpretar la reproducción capitalista desde una perspectiva markoviana, y la consideración del rol de la competencia intersectorial y sus complejidades.

Entre los resultados del modelo destaca la identificación de varias limitaciones sobre la distribución del empleo para garantizar el equilibrio sectorial, siguiendo y extendiendo

intuiciones sugeridas por Harris (1972). A su vez, empleando cadenas de Markov se encontró un patrón en las probabilidades estacionarias del flujo monetario en reproducción ampliada que resulta útil para reinterpretar la expresión monetaria del tiempo de trabajo. En cuanto a la competencia intersectorial, se construyó tanto un sistema de ecuaciones que describe la dinámica del movimiento de capitales que reaccionan ante diferenciales en las tasas de ganancia, como un conjunto de soluciones de equilibrio de largo plazo para la distribución sectorial del empleo, los precios de producción sectoriales y la tasa media de ganancia. Desde esas soluciones se dio una interpretación –preliminar y simplificada– del efecto de los salarios, destacando una relación inversa entre tasa de media de ganancia y salarios. Asimismo, se elaboró una breve variante de la competencia intersectorial que permite diferenciales de largo plazo en las tasas de ganancia y que complejiza aún más las posibilidades del equilibrio sectorial.

Pero posiblemente el principal aporte de este trabajo es brindar un *esquema general sobre la reproducción capitalista* que puede profundizarse de varias formas. De tal manera que, pueden incluirse interpretaciones en red más complejas *incluyendo sectores adicionales* o con flujos monetarios más complicados, *p.ej.* redes financieras. También puede plantearse que la matriz de transición monetaria podría cambiar en el tiempo por la acumulación capitalista a causa, por ejemplo, de cambios técnicos o cambios distributivos al estilo de los modelos de Goodwin (1967) y de Eagly (1972), o por la existencia de desequilibrios de mercado que presionan al ajuste de precios (o de capacidad instalada). Igualmente podría pensarse en el modelamiento con cadenas de Markov (o métodos más complejos) de los flujos de bienes producidos por cada sector, considerando que el flujo de medios de producción (p.ej. máquinas) es cualitativamente distinto al flujo de medios de consumo (p.ej. alimentos). Incluso podría pensarse en el uso de diferentes indicadores de red para identificar la complejidad de la reproducción capitalista (p.ej. distancia media entre nodos) y comparar tales indicadores entre reproducción simple y ampliada. Otra extensión podría incluir una definición más refinada de la expresión monetaria del tiempo de trabajo probando varias interpretaciones disponibles en la literatura (véase Moseley 2016; Rieu 2022). También sería llamativo extender las implicaciones de la *hipótesis de asimetría* representada en la expresión (28). Asimismo, podrían incorporarse tasas de uso de capacidad instalada sectoriales que se definirían a corto plazo previo al surgimiento de la tasa media de ganancia (véase Dutt, 1990). Finalmente, podrían incluirse asimetrías adicionales en los flujos de

capitales siguiendo varias intuiciones disponibles en Semmler (1981; 1984), Botwinick (2017) y Shaikh (2016), estudiar el efecto de la “transferencia de valor” y el “trabajo potenciado” en la transición entre precios directos y precios de mercado, y similares.

Seguramente estas y otras reflexiones futuras reforzarán –o bien refutarán– varias de las intuiciones dejadas por Marx sobre cuán compleja es la reproducción capitalista a escala sectorial. Estudiar tal complejidad es importante si se desea tener mejores herramientas para comprender y enfrentar las crisis asociadas al “caos” de una competencia pensada más en el lucro que en el equilibrio social.

Capítulo 3 . Un modelo sectorial de ciclos y sobreproducción⁶⁵

3.1.Introducción

La *sobreproducción* es una intuición llamativa planteada por Karl Marx al discutir las contradicciones del capitalismo y su tendencia a las crisis. Penosamente no son abundantes los intentos de interpretar analíticamente a la sobreproducción, menos aún en un contexto sectorial y de ciclos distributivos. Como resultado, varias discusiones quedan atrapadas en narrativas ambiguas, limitando la posibilidad de construir teorías analíticas profundas sobre la complejidad y las crisis del capitalismo. En respuesta, el presente texto expone un modelo sectorial de ciclos y sobreproducción tomando como base el modelo sectorial de Dutt (1988) y el modelo de ciclos de Goodwin (1967). Asimismo, el texto demuestra analíticamente que el modelo genera ciclos estables en tres dimensiones (participación salarial, tasa de empleo, y composición sectorial del capital) y emplea este resultado para brindar una reinterpretación de cómo emerge la sobreproducción (entendida de forma muy general como la desconexión entre demanda y producción) en las diferentes etapas del ciclo capitalista.

En concordancia con esta breve introducción, la sección 3.2 realiza una breve revisión teórica y de literatura referencial. Luego, la sección 3.3 expone el modelo sectorial de ciclos y sobreproducción en tres partes: la subsección 3.3.1 expone el esquema inicial del modelo y su tendencia al equilibrio, siguiendo una exposición cercana a Dutt (1988) al asumir una distribución exógena del ingreso; la subsección 3.3.2 replantea el modelo asumiendo una distribución endógena al estilo de Goodwin (1967) y demuestra el surgimiento de ciclos estables empleando el teorema de bifurcación Hopf para sistemas en tres dimensiones (cuya demostración se deja en los anexos matemáticos 3.1 y 3.2); la subsección 3.4 emplea estos resultados para reinterpretar a la sobreproducción en un contexto cíclico. Finalmente, la sección 3.4 concluye y presenta algunas propuestas para trabajos futuros.

⁶⁵ Se agrade los comentarios y aportes de Amitava Dutt, Wilson Pérez y Fernando Martin.

3.2. Breve revisión teórica y de literatura

Tanto en el tomo II como en el tomo III de *El Capital*, K. Marx (2009b; 2009c) planteó varias intuiciones sobre la *posibilidad de crisis por sobreproducción* que, en forma general, puede entenderse como el resultado de la contradicción entre dos tendencias del capitalismo. Por un lado, la competencia presiona a la mejora continua de las fuerzas productivas (progreso técnico sostenido) y al crecimiento del producto solo con fines de lucro, lo que puede generar una tendencia a la *sobreacumulación de capital* en diferentes sectores de la producción. Por otro lado, el consumo obrero depende de salarios usualmente afectados por la dinámica del ejército laboral de reserva; en particular, un amplio ejército de reserva puede debilitar el poder de negociación de la clase trabajadora y desacelerar los salarios hasta generar una tendencia al *subconsumo* obrero. Sobre ambas tendencias contradictorias, Marx plantearía lo siguiente:

Al desarrollarse la producción capitalista, la escala de la producción se determina en grado cada vez menor por la demanda directa del producto, y en grado cada vez mayor por el volumen del capital del que dispone el capitalista individual, por la tendencia de su capital a valorizarse y la necesidad de que su proceso de producción sea continuo y se extienda. Con ello crece necesariamente en cada ramo particular de producción la masa de productos que se encuentra como mercancías en el mercado o que busca salida. Crece la masa de capital fijada durante más o menos tiempo bajo la forma de capital mercantil. Se acrecienta, pues, el acopio de mercancías (Marx 2009b, 171-172).

La razón última de todas las crisis reales [de sobreproducción, NDA] siempre sigue siendo la pobreza y la restricción del consumo de las masas en contraste con la tendencia de la producción capitalista a desarrollar las fuerzas productivas como si solamente la capacidad absoluta de consumo de la sociedad constituyese su límite (Marx 2009c, 623).

Si bien estas y otras intuiciones planteadas por Marx brindan una visión amplia de cómo puede nacer la sobreproducción en el capitalismo, cabe aclarar que no existe una definición estándar del fenómeno. Además, autores como Sherman (1979) o Basu (2016) plantean que la tendencia a la sobreproducción no puede entenderse de forma estática, sino que también debe tomar en cuenta a la *dinámica cíclica de la acumulación capitalista*. De hecho, el propio Marx planteó algunos elementos en ese sentido. Por ejemplo:

Decir que las crisis provienen de la falta de un consumo en condiciones de pagar, de la carencia de consumidores solventes, es incurrir en una tautología cabal. El sistema capitalista no conoce otros tipos de consumo que los que pueden pagar, exceptuando el consumo sub forma pauperis [propio de los indigentes] o el del “pillo”. Que las mercancías sean invendibles significa únicamente que no se han encontrado compradores capaces de pagar por ellas, y por tanto consumidores (ya que las mercancías, en última instancia, se compran con vistas al consumo productivo o individual). Pero si se quiere dar a esta tautología una apariencia de fundamentación profunda diciendo que la clase obrera recibe una parte demasiado exigua de su propio producto, y que por ende el mal se remediaría no bien recibiera aquella una fracción mayor de dicho producto, no bien aumentara su salario, pues, bastará con observar que invariablemente las crisis son preparadas por un período en que el salario sube de manera general y la clase obrera tiene realiter [realmente] una porción mayor de la parte del producto anual destinada al consumo (Marx 2009b, 502)⁶⁶.

Es decir, no sería suficiente con pensar en la sobreproducción como un problema aislado de consumo limitado de los trabajadores (ni solo como un problema de sobreacumulación de capital), pues los ciclos capitalistas generan tanto etapas en donde los salarios y el empleo caen como etapas en donde ambas variables crecen⁶⁷. Incluso, podría decirse que la sobreproducción no posee una sino múltiples manifestaciones según las etapas concretas de los ciclos, las cuales pueden tener diferentes implicaciones en las dinámicas sectoriales. Por ejemplo, en períodos donde el ciclo provoca que la acumulación capitalista se acelere demasiado, puede surgir una sobreacumulación de capital sobre todo en el sector I productor de medios de producción. En cambio, en períodos donde el ciclo presiona a la baja de los salarios puede surgir una tendencia al subconsumo, afectando sobre todo al sector II productor de medios de consumo.

Parte de la literatura que ha discutido el fenómeno de la sobreproducción precisamente se ha enfocado en analizar la cuestión desde una perspectiva sectorial, aunque sin mayor claridad en el papel de los ciclos. Como ejemplo inicial puede citarse al análisis de los esquemas de reproducción de capital hecho por Luxemburg (2015) donde se plantea que la posibilidad de crisis por sobreproducción solo puede evitarse con la expansión capitalista hacia regiones no capitalistas. En oposición, Bauer (1986) propuso un modelo aritmético en donde buscó presentar

⁶⁶ Cabe resaltar que Marx hizo esta observación en medio de su explicación del esquema de reproducción simple. Es decir, en el contexto de un modelo sectorial como el que se discutió en el capítulo 2 de este trabajo.

⁶⁷ Recordar los resultados del capítulo 1 de este trabajo.

la posibilidad de que una economía capitalista cerrada sí puede crecer sostenidamente sin necesidad de recurrir a regiones no capitalistas⁶⁸. Más adelante, Bauer (1936) planteó algunas intuiciones a favor de la tendencia al subconsumo que servirían de base para la interpretación de la sobreproducción formulada por Sweezy en un apéndice matemático (1942, cap.10) donde propuso dos hipótesis para describir el surgimiento de la sobreproducción. Primero, asumió que el consumo de trabajadores y capitalistas crece a un ritmo más lento que la inversión (tendencia al subconsumo); así, a medida que se expande la producción, una mayor proporción del producto se destina a la acumulación de capital e induce a que el sector I produzca más (ver ecuaciones (2) y (3) del apéndice matemático de Sweezy). Segundo, asumió que existe una regla de proporcionalidad constante entre sectores de la producción que debe cumplirse para mantener el equilibrio sectorial, de modo que un aumento de la producción del sector I debe ser proporcional al crecimiento del producto en el sector II (ver ecuación (4) del mencionado apéndice). Para Sweezy, ambas hipótesis generan una *contradicción* pues la limitada capacidad de consumo en el capitalismo induce a que la producción se use cada vez más para la inversión, pero esa tendencia trastoca el hecho de que el sector I no puede crecer por encima de la proporcionalidad con el sector II necesaria para mantener el equilibrio sectorial.

A más de interpretar la sobreproducción, desde Sweezy (1942) pueden identificarse algunos posibles factores contrarrestantes a este fenómeno: crecimiento de la población; aumento del consumo no productivo; aumento salarial; surgimiento de nuevas industrias; producción defectuosa que acelera el consumo. Por su parte, desde la lectura de Sweezy y Baran (1966) del “capitalismo monopolístico”, también pueden encontrarse elementos que atenuarían la tendencia a la sobreproducción como, por ejemplo, las “innovaciones que hacen época” (p.ej. ferrocarriles, automóviles, telecomunicaciones), las “campanas de ventas” (p.ej. marketing, publicidad), el gasto gubernamental y especialmente el gasto militar (Guillén Romo 1988, 317). A estos factores pueden agregarse otros que amplían la capacidad de consumo de las clases trabajadoras –al menos a corto plazo– como, por ejemplo, el crédito.

⁶⁸ Para una discusión sobre el debate entre Luxemburg y Bauer como parte del inicio de la macroeconomía marxista, ver Krätke (2016).

La interpretación de la sobreproducción de Sweezy (1942) recibiría algunas críticas. En especial, puede destacarse a Georgescu-Roegen (1960), quien criticó el argumento de Sweezy (1942) y los esquemas de Marx, sobre todo por problemas de “homogeneidad dimensional” al juntar sin cuidado variables y derivadas temporales en las mismas expresiones. Asimismo, él identificó la posibilidad de que exista una fase de la economía capitalista donde el ingreso crezca de forma cada vez más lenta, pero esa fase no sería sostenible. Otra crítica a Sweezy (aunque no de tipo analítica) puede encontrarse en Shaikh (1978), para quien no hay una justificación en el supuesto de que la expansión del sector productor de medios de producción mantenga una proporción constante con respecto a la expansión del sector productor de medios de consumo.

Otros aportes a la discusión de la sobreproducción incluyen a Bronfenbrenner (1966), quien combinó en un modelo sectorial la posibilidad de crisis por sobreproducción con aquella asociada a la caída de la tasa de ganancia, obteniendo un “dilema” entre crisis por “liquidación” y por “realización”. Por su parte, Sherman (1971) estudió la sobreproducción desde los esquemas de Marx y un enfoque de ciclos empleando modelos de ecuaciones en diferencias, notando la posibilidad de que un amplio desempleo cíclico ralentice el crecimiento económico (aunque sin incluir elementos relevantes del papel que cumple el ejército laboral de reserva en los salarios). Más recientemente, Sardoni (2015) usó un modelo de dos sectores para plantear que la sobreproducción sería temporal y, por tanto, el enfoque de Marx no podría explicar las crisis capitalistas de larga duración. En respuesta, Basu (2016) refutó a Sardoni y usó los esquemas de reproducción para plantear una crítica a los enfoques centrados solo en el subconsumo, incluso retomando la crítica que Shaikh (1978) realizó a la interpretación de Sweezy (1942).

En medio de esta literatura, el presente trabajo busca aportar con un modelo sectorial de ciclos y sobreproducción –que se presenta en la siguiente sección– donde se busca combinar las intuiciones de Marx respecto a la sobreacumulación y el subconsumo dentro del ciclo capitalista mencionadas al inicio de esta revisión. Para ello, se junta parte del modelo sectorial de Dutt (1988) con el modelo de ciclos de Goodwin (1967), logrando identificar la existencia de ciclos en tres dimensiones: participación salarial, tasa de empleo, y composición sectorial del capital. Este resultado permite reinterpretar a la sobreproducción en las diferentes etapas del ciclo capitalista y brinda las bases para interpretaciones futuras más complejas donde incluso se podría discutir el rol del desequilibrio sectorial.

3.3.Modelo

A continuación se presenta un modelo sectorial de ciclos y sobreproducción cuyo principal objetivo es combinar algunas intuiciones de Marx respecto a la sobreacumulación y el subconsumo dentro de ciclos capitalistas identificados en tres dimensiones: participación salarial, tasa de empleo, y composición sectorial del capital (ratio entre el stock de capital fijo del sector 1 y el stock del sector 2). Algunos supuestos empleados en este modelo incluyen: economía cerrada y sin gobierno; no existe endeudamiento; no existe inflación y todo se mide en magnitudes reales; la productividad crece a un ritmo constante; la fuerza de trabajo disponible es endógena a la acumulación de capital; todas las magnitudes se miden en términos netos (ya se ha descontado la depreciación); la economía se divide en un sector 1 productor de medios de producción (p.ej. máquinas y materias primas) y un sector 2 que produce medios de consumo; el ingreso neto generado por cada sector cubre el pago de salarios y ganancias; los salarios se pagan al final de la producción, por ende el fondo salarial no entra en el capital inicial; todos los sectores pagan el mismo salario; los trabajadores usan todo su salario en el consumo, y el salario se ajusta según su poder de negociación; el capital constante solo incluye capital fijo, sobre el cual se obtiene la tasa de ganancia de cada sector; los capitalistas acumulan capital siguiendo una función de inversión definida en términos de rentabilidad y demanda; en el corto plazo los sectores ajustan su uso de capacidad instalada según los excesos de demanda existentes; los mercados de bienes no generan automáticamente un pleno empleo de capacidades instaladas; siempre existe dinero suficiente para que circulen las mercancías; en el equilibrio de corto plazo, la tasa de crecimiento deseada (proveniente de la función de inversión) coincide con el crecimiento efectivo del capital; existe movilidad de capitales a largo plazo; a largo plazo, la composición sectorial del capital es endógena (y en la versión completa del modelo, la distribución del ingreso también es endógena).

Tomando como base estos supuestos (y otros que se mencionan a lo largo del texto), el modelo se desarrolla en tres partes. La primera parte expone un esquema sectorial donde se describe cómo a corto plazo los sectores 1 y 2 ajustan su uso de capacidad instalada según los excesos de demanda existentes en cada mercado que, a su vez, dependen de la capacidad de consumo de los trabajadores y de las decisiones de inversión de los capitalistas. Así, se alcanza un equilibrio estable de corto plazo en el uso de capacidades instaladas sectoriales asumiendo que la participación salarial y la composición sectorial del capital son exógenas. Luego se obtiene un

equilibrio de largo plazo en donde se asume que la libre movilidad de capitales genera cambios en la composición sectorial del capital hasta alcanzar un equilibrio estable que depende directamente de la participación salarial, la cual sigue asumiéndose exógena. En cierta forma, esta primera parte equivale a una reinterpretación del modelo sectorial de Dutt (1988) en donde a corto plazo se ajusta el uso de capacidades instaladas y a largo plazo se ajusta la composición sectorial del capital, asumiendo una distribución del ingreso constante.

En la segunda parte del modelo se complejiza la concepción del largo plazo al dejar de asumir que la participación salarial es exógena. En particular, se describe cómo el movimiento de capitales entre sectores puede generar cambios relevantes en la tasa de empleo capaces de afectar a la participación salarial, sobre todo si se asume un vínculo entre empleo y salarios similar al que se plantea en el modelo de ciclos de Goodwin (1967). Esta dinámica se combina con el supuesto de una oferta de fuerza de trabajo que se ajusta endógenamente al ritmo en que crece el capital en el sector 1 respecto al sector 2, de forma similar al supuesto empleado por Harris (1983) en su modelo sobre tasa de ganancia; el objetivo de este supuesto es representar la intuición de Marx de que los movimientos en la fuerza de trabajo disponible no dependen solo de dinámicas poblacionales sino también de la acumulación capitalista. Como resultado de esta combinación, emerge un sistema dinámico de tres ecuaciones diferenciales para el cual se demuestra analíticamente la existencia de ciclos límite estables (empleando el teorema de bifurcaciones Hopf, ver anexos 3.1 y 3.2) en tres dimensiones (participación salarial, tasa de empleo, y composición sectorial del capital); tal demostración sugiere que el poder capitalista para reducir el salario debe superar un determinado umbral para que exista estabilidad.

Finalmente, la tercera parte del modelo emplea algunos resultados de las partes anteriores para ilustrar cómo el uso de capacidades instaladas sectoriales fluctúa en las diferentes etapas del ciclo capitalista, sin que el pleno empleo de capacidades juegue un papel relevante (de hecho, se muestra que el pleno empleo difiere del punto de equilibrio dinámico del modelo). Luego se identifican las etapas del ciclo en donde existe una posible sobreacumulación de capital en cada sector productivo, así como etapas en donde existe un posible subconsumo o sobreconsumo obrero (tomando como referencia el punto de equilibrio dinámico alrededor del cual el ciclo fluctúa). Por último, se discute las posibles implicaciones en el modelo del supuesto de que los sectores no puedan ajustar su uso de capacidad instalada al ritmo de las diferentes etapas del ciclo

(no se alcanza equilibrio de corto plazo), en cuyo caso siempre existirían excesos de demanda capaces de generar pérdidas a los capitalistas. En términos analíticos, este escenario podría ampliar el modelo a un sistema de cinco ecuaciones diferenciales por la dinámica adicional de las dos tasas de uso de capacidad instalada sectorial (o seis ecuaciones si se incluye el efecto de los desequilibrios en los precios relativos), capaz de generar períodos más prolongados y complejos de sobreproducción, cuestión que se deja planteada para discusiones futuras.

3.3.1. Esquema inicial y equilibrio con distribución exógena

Consideremos una economía de dos sectores: el sector $i = 1$ que produce medios de producción (bienes de capital) y el sector $i = 2$ que produce medios de consumo (bienes de consumo). Ambos sectores poseen una productividad laboral que depende de factores tecnológicos, definida como:

$$q_i = \frac{Q_i}{L_i}, \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

Donde Q_i es la producción neta y L_i es el empleo del sector i (medido en horas de trabajo efectivas). Definamos a la tasa de empleo de toda la economía como:

$$l = \frac{L_1 + L_2}{N} \quad (2)$$

Donde N es la oferta de fuerza de trabajo. Para ambos sectores el ingreso neto obtenido de la producción se distribuye entre trabajadores y capitalistas por medio de salarios y ganancias, lo que se representa en:

$$p_i Q_i = w L_i + r_i p_1 K_i, \quad i = 1, 2 \quad (3)$$

Donde p_i es el precio del bien producido por el sector i , w es el salario medio por hora, r_i es la tasa de ganancia sectorial y K_i es el stock de capital del sector i . Por simplicidad, (3) asume que todos los trabajadores reciben el mismo salario (libre movilidad laboral entre sectores). En cambio, los capitalistas perciben una tasa de ganancia sectorial aplicada sobre el stock de capital

medido en su respectivo precio. También se asume que los salarios se pagan luego de la producción, de modo que el fondo salarial no forma parte del capital adelantado para producir.

Para caracterizar la distribución del ingreso de toda la economía, definamos a la participación salarial (en el producto) como la ratio entre el total del pago salarial $w(L_1 + L_2)$ y el valor del producto de los dos sectores $(p_1Q_1 + p_2Q_2)$:

$$\omega = \frac{w(L_1 + L_2)}{p_1Q_1 + p_2Q_2} \quad (4)$$

Donde, por definición, $0 < \omega < 1$. Siguiendo a Dutt (1988), por el momento se asume que ω es exógena. En cambio, para caracterizar la distribución del capital entre sectores, definamos a la composición sectorial del capital:

$$k = \frac{K_1}{K_2} \quad (5)$$

Asimismo, definamos al precio relativo de los bienes de capital en términos de los bienes de consumo:

$$p = \frac{p_1}{p_2} \quad (6)$$

Pasando a la circulación de mercancías, definamos al exceso de demanda de bienes de capital ED_1 como la diferencia entre la demanda de inversión enfocada a acrecentar el capital y la producción neta del sector 1:

$$ED_1 = p_1(g_1K_1 + g_2K_2 - Q_1) \quad (7)$$

Donde g_i es la tasa de crecimiento (neto) del capital del sector i que, asumiendo tiempo continuo, se define como:

$$g_i = \frac{K'_i}{K_i}, \quad i = 1,2 \quad (8)$$

Donde, para toda variable x , $x' = dx/dt$ es su derivada con respecto al tiempo, x'/x es su tasa de crecimiento y la variable es constante cuando $x' = 0$. Notemos, tal como señala Dutt (1988, 150), que la tasa de crecimiento de k es igual a la diferencia entre las tasas de crecimiento del capital de cada sector:

$$\frac{k'}{k} = g_1 - g_2 \quad (9)$$

Por su parte, definamos al exceso de demanda de bienes de consumo ED_2 como la diferencia entre el gasto de consumo de trabajadores y capitalistas y la producción neta del sector 2:

$$ED_2 = w(L_1 + L_2) + (1 - s_1)r_1p_1K_1 + (1 - s_2)r_2p_1K_2 - p_2Q_2 \quad (10)$$

Por simplicidad, (10) asume que los trabajadores destinan todo su salario al consumo, mientras que los capitalistas destinan una fracción $0 < s_i \leq 1$ de sus ganancias al ahorro y la fracción restante $(1 - s_i)$ al consumo.⁶⁹

De forma similar a Dutt (1988), asumamos que las empresas reaccionan a los excesos de demanda ajustando su tasa de uso de capacidad instalada, definida como:

$$u_i = \sigma_i \frac{Q_i}{K_i}, \quad i = 1,2 \quad (11)$$

Donde σ_i es la ratio capital-producto vigente si el sector i está en una situación de pleno empleo de su capacidad instalada ($u_i = 1$), la cual depende de factores tecnológicos exógenos. Así, puede plantearse que la tasa de capacidad instalada de cada sector crece cuando en el respectivo mercado la demanda supera a la oferta, es decir, cuando existe un exceso de demanda positivo. Esta dinámica puede representarse con la siguiente ecuación diferencial:

$$u'_i = \Omega_i \left(\frac{ED_i}{p_i Q_i} \right), \quad i = 1,2 \quad (12)$$

⁶⁹ Se asume una economía cerrada, sin gobierno y con un sector financiero implícito que viabiliza el flujo de dinero. Sobre la pertinencia de estos supuestos en un esquema sectorial, ver Trigg (2006).

Donde $\Omega_i > 0$ representa la sensibilidad del uso de capacidad instalada ante el exceso de demanda expresada como proporción del valor de la producción.

Por otro lado, asumamos que los capitalistas definen su tasa de crecimiento del capital según su tasa de ganancia sectorial (efecto rentabilidad), su uso de capacidad instalada (efecto demanda), y según un componente autónomo (espíritu animal para invertir) (Dutt 1988, 147). Esto se representa en la siguiente función de inversión:

$$g_i = \alpha_{i1} + \alpha_{i2}r_i + \alpha_{i3}u_i, \quad i = 1,2 \quad (13)$$

Donde $\forall ij: 0 < \alpha_{ij} < 1$. Combinando (1) a (13) se obtiene un sistema de ecuaciones⁷⁰ que describe la dinámica de corto plazo del uso de capacidades instaladas. Para estudiar este sistema analíticamente, consideremos un caso simplificado: los capitalistas ahorran todas sus ganancias ($\forall i: s_i = 1$), poseen funciones de inversión idénticas de un solo parámetro ($\forall ij: \alpha_{ij} = \alpha$), ajustan su uso de capacidad instalada de forma idéntica ante un exceso de demanda ($\forall i: \Omega_i = 1$), a la vez que los sectores poseen igual relación capital-producto de pleno empleo ($\forall i: \sigma_i = \sigma$) e igual productividad ($\forall i: q_i = q$). En este caso base, el sistema dinámico de corto plazo es:

$$u'_1 = \frac{p\alpha\sigma(1+k) + \alpha u_2(1-\omega+p\sigma) - pku_1[1-\alpha(1-\omega+\sigma)]}{pku_1} \quad (14)$$

$$u'_2 = \frac{pku_1\omega - u_2(1-\omega)}{u_2} \quad (15)$$

Definamos al equilibrio de corto plazo como una situación donde no existe exceso de demanda en ningún mercado:

$$ED_i = 0, \quad i = 1,2 \quad (16)$$

Esta definición requiere que el uso de capacidad instalada sea constante en todos los sectores ($u'_i = 0, i = 1,2$), lo que sucede en los siguientes valores de equilibrio:

⁷⁰ Todas las deducciones matemáticas se obtuvieron con programación en *Wolfram Mathematica* que puede solicitarse al autor vía correspondencia.

$$u_1^{CP} = \frac{\alpha\sigma(1+k)(1-\omega)}{kZ_1} \quad (17)$$

$$u_2^{CP} = \frac{\alpha\sigma\omega(1+k)}{Z_1} \quad (18)$$

Donde $Z_1 = (1 - \omega) - \alpha[(1 - \omega)(1 + \sigma) + p\sigma\omega]$. Este equilibrio de corto plazo es positivo cuando $Z_1 > 0$, lo que se garantiza si el parámetro α es lo suficientemente pequeño como para cumplir con la condición:

$$\alpha < \frac{1 - \omega}{(1 - \omega)(1 + \sigma) + p\sigma\omega} < 1 \quad \rightarrow \quad Z_1 > 0 \quad (19)$$

A su vez, el equilibrio del sistema (14)-(15) es estable si su matriz jacobiana evaluada en el punto (u_1^{CP}, u_2^{CP}) posee una traza negativa y un determinante positivo (Strogatz 2018). Los valores de estos términos son:

$$T^{CP} = \frac{Z_1 Z_2}{p\alpha\sigma\omega(1-\omega)(1+k)} \quad (20)$$

$$\Delta^{CP} = \frac{Z_1^3}{\alpha^2\sigma^2 p\omega(1-\omega)(1+k)^2} \quad (21)$$

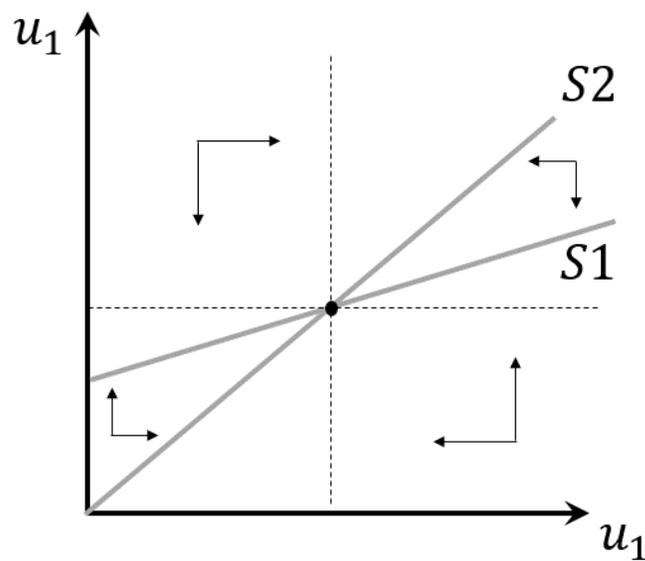
Donde $Z_2 = \alpha\omega kp(1 - \omega + \sigma) - \{(1 - \omega)^2 + \omega kp\}$. Si se cumple (19) entonces el determinante es positivo ($\Delta^{CP} > 0$). En cambio, la traza es negativa ($T^{CP} < 0$) cuando, a más de (19) también se cumple que $Z_2 < 0$, lo que sucede si α cumple con:

$$\alpha < \frac{(1 - \omega)^2 + \omega kp}{\omega kp(1 - \omega + \sigma)} \quad \rightarrow \quad Z_2 < 0 \quad (22)$$

Es decir, el sistema (14)-(15) posee un equilibrio (u_1^{CP}, u_2^{CP}) estable cuando la decisión de los capitalistas de ampliar su capital posee una reacción moderada ante la rentabilidad, la demanda y el efecto autónomo. Esta condición es cercana al supuesto C.5 que emplea Dutt (1988, 149) para obtener un equilibrio de corto plazo estable en el uso de capacidades instaladas sectoriales.

El equilibrio de corto plazo se ilustra en la Figura 3.1 donde la recta S1 indica los valores de la ecuación (14) cuando el uso de capacidad instalada del sector 1 es constante ($u_1' = 0$), mientras que la recta S2 representa a los valores de la ecuación (15) cuando el uso de capacidad instalada del sector 2 es constante ($u_2' = 0$). Por su parte, las flechas indican la dinámica de las soluciones de corto plazo para cualquier valor inicial de uso de las capacidades instaladas. Estas flechas ilustran la estabilidad del punto de equilibrio de corto plazo que ocurre en el corte entre S1 y S2.

Figura 3.1. Equilibrio de corto plazo en uso de capacidades instaladas sectoriales



Elaborado por el autor.

Siguiendo una exposición análoga a Dutt (1988, 150), en contraste al corto plazo, en el largo plazo el capital de los sectores puede crecer de diferentes formas, provocando que k cambie como sugiere la expresión (9). De hecho, si asumimos que la economía ya alcanzó su equilibrio de corto plazo, entonces se puede combinar el esquema inicial representado en (1) a (13) con el equilibrio sectorial planteado en (16) y obtener una ecuación diferencial para la dinámica de largo plazo de k que, en el caso base, es igual a:

$$k' = \frac{\alpha^2(1+k)[Z_3(1-\omega) - Z_4\omega k]}{Z_1(1-\omega + \omega p)} \quad (23)$$

Donde $Z_3 = (1 - \omega + \omega p)(1 + \sigma) - \omega$ y $Z_4 = (1 - \omega)(1 + p\sigma) + p^2\sigma\omega$. Aquí existe un equilibrio de largo plazo cuando $k' = 0$, lo que sucede cuando:

$$g_1 = g_2 \quad \rightarrow \quad k' = 0 \quad (24)$$

Reemplazando (24) en (23) se obtiene el siguiente punto de equilibrio de largo plazo:

$$k^{LP} = \left(\frac{1 - \omega}{\omega}\right) \left(\frac{Z_3}{Z_4}\right) \quad (25)$$

Este equilibrio es positivo si $Z_3 > 0$, lo que sucede cuando:

$$\sigma > \frac{\omega(2 - p) - 1}{1 - \omega(1 - p)} \quad \rightarrow \quad Z_3 > 0 \quad (26)$$

A su vez, este equilibrio de largo plazo es estable si la primera derivada de (23) con respecto a k es negativa (Strogatz 2018). Tomando en cuenta que esta derivada es igual a:

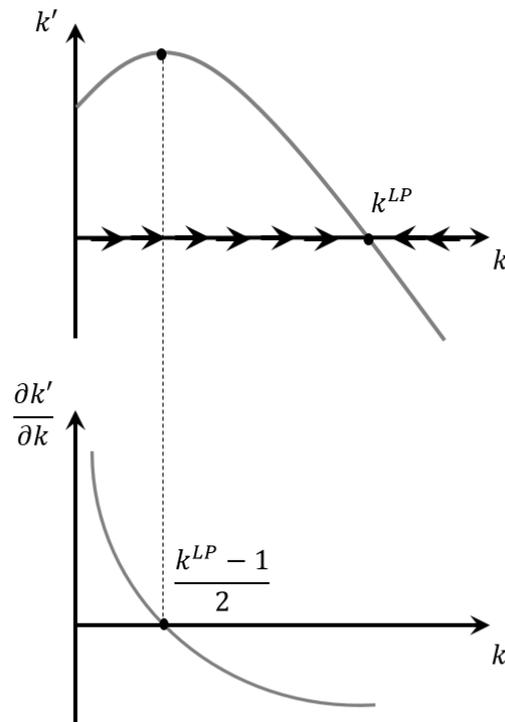
$$\frac{\partial k'}{\partial k} = \frac{\alpha^2[Z_3(1 - \omega) - Z_4\omega(1 + 2k)]}{Z_1(1 - \omega + \omega p)} \quad (27)$$

La cual es negativa cuando:

$$k > \frac{k^{LP} - 1}{2} \quad (28)$$

Entonces, si α cumple con (19) y σ cumple con (26), el equilibrio k^{LP} necesariamente es estable, como sugiere la Figura 3.2 donde se grafica a k' y a su primera derivada con respecto a k . Las flechas en la Figura ilustran cómo, para cualquier valor inicial de k , en el largo plazo la variable se mueve hasta estabilizarse y llegar a k^{LP} .

Figura 3.2. Equilibrio de largo plazo con distribución exógena



Elaborado por el autor.

El valor de equilibrio k^{LP} y su estabilidad sugieren que, a largo plazo, la composición sectorial del capital depende de la distribución entre capitalistas y trabajadores dada la presencia de ω en (25). De hecho, si normalizamos los precios relativos ($p = 1$), sucede que $Z_3 = Z_4 = 1$ y $k^{LP} = (1 - \omega)/\omega$; es decir, cuando los bienes de capital y de consumo poseen precios iguales, la distribución sectorial del capital refleja directamente la distribución del ingreso: mientras menor sea la participación salarial, menor capital tenderá a concentrarse en el sector 2 con respecto al sector 1 y viceversa. Debido a este importante rol que cumple la distribución del ingreso sobre el tamaño relativo de los sectores, conviene profundizar en su análisis. En ese sentido, a diferencia de Dutt (1988), la siguiente sección abandona el supuesto de una participación salarial exógena y se permite que ω fluctúe en el largo plazo.

3.3.2. Equilibrio de largo plazo y ciclos con distribución endógena

El supuesto de que la participación salarial es exógena y constante a largo plazo deja de lado el rol de la pugna distributiva durante los ciclos de la acumulación capitalista y su potencial impacto sectorial. De hecho, el poder de negociación de los trabajadores al definir el salario real (o la jornada laboral) puede provocar fluctuaciones en ω . A su vez, como plantea Goodwin (1967) para el salario real o Eagly (1972) para la jornada laboral, tal poder de negociación puede tener una relación directa con la tasa de empleo l . Además, en cercanía con las intuiciones de Marx (2009a) sobre el ejército laboral de reserva, la tasa de empleo y su rol en los salarios posee una compleja interacción con la acumulación capitalista. Considerando estas observaciones, a continuación se combina el modelo sectorial descrito en la sección 3.3.1 con la tendencia a que la pugna distributiva genere ciclos que vuelvan endógena a ω en el largo plazo.⁷¹

Así, para simplificar la exposición, retomemos el caso base ($\forall i: s_i = 1, \Omega_i = 1, \sigma_i = \sigma, q_i = q, \forall ij: \alpha_{ij} = \alpha$) y normalicemos los precios relativos ($p = 1$). De este modo, al tomar nuevamente las expresiones (1) a (13) (esquema inicial) y (16) (equilibrio sectorial), junto con el supuesto de precios iguales, se obtiene la siguiente ecuación diferencial que define la dinámica de largo plazo de k :

$$k' = \frac{\alpha^2(1+k)(1-\omega+\sigma)[1-\omega(1+k)]}{1-\omega-\alpha(1-\omega+\sigma)} \quad (29)$$

Notemos que (29) equivale a (23) para $p = 1$. Sin embargo, a diferencia de Dutt (1988) y de la sección 2, redefinamos el largo plazo asumiéndolo como una situación donde tanto k como l y ω fluctúan alrededor de un punto de equilibrio con $k' = l' = \omega' = 0$. Para ello notemos que al juntar (1) a (13) y (16) se obtiene las siguientes ecuaciones para l, ω y para el crecimiento del capital del sector 2, g_2 :

$$l = \frac{\alpha K_2(1+k)}{Nq[1-\omega-\alpha(1-\omega+\sigma)]} \quad (30)$$

⁷¹ Otras versiones sectoriales del modelo de Goodwin (con enfoque distinto a este artículo) pueden encontrarse en Sato (1985) y más recientemente en Mariolis et al. (2021).

$$\omega = \frac{w}{p_2 q} \quad (31)$$

$$g_2 = \frac{K'_2}{K_2} = \frac{\alpha[1 - \alpha(1 + \sigma) - \omega\{1 - \alpha[(2 - \omega + \sigma) - k(1 - \omega + \sigma)]]]}{1 - \omega - \alpha(1 - \omega + \sigma)} \quad (32)$$

Aplicando logaritmos a (30) y (31), y derivando con respecto al tiempo, se obtiene dos ecuaciones diferenciales para l y ω :

$$\frac{l'}{l} = \frac{\omega'(1 - \alpha)}{1 - \omega - \alpha(1 - \omega + \sigma)} + \frac{k'}{1 + k} + \frac{K'_2}{K_2} - \frac{N'}{N} - \frac{q'}{q} \quad (33)$$

$$\frac{\omega'}{\omega} = \frac{w'}{w} - \frac{p'_2}{p_2} - \frac{q'}{q} \quad (34)$$

Las expresiones (29), (33) y (34) permiten construir un sistema de ecuaciones diferenciales al que se le puede agregar elementos para identificar la dinámica de largo plazo del modelo. Un primer elemento por agregar es el supuesto –similar a Goodwin (1967, 54)– de que la productividad crece a una tasa constante γ para todos los sectores:⁷²

$$\frac{q'}{q} = \gamma \quad (35)$$

Un segundo elemento por incluir, a partir de Harris (1983, 317), es el supuesto de que el crecimiento de la oferta de fuerza de trabajo posee dos componentes:

$$\frac{N'}{N} = n + \eta \left(\frac{k'}{k} - g_{kn} \right) \quad (36)$$

Donde n es una constante que representa a factores exógenos (p.ej. crecimiento poblacional), mientras que el segundo sumando incorpora el efecto de la acumulación capitalista sobre la oferta laboral bajo la siguiente lógica: cuando $k = K_1/K_2$ crece a una tasa mayor a g_{kn} se asume que existe una elevada concentración de capital en el sector 1 con respecto al sector 2, de modo que la

⁷² Para una alternativa con productividad endógena, ver Dávila-Fernández y Sordi (2019)

economía en su conjunto posee una elevada especialización en bienes de capital, lo que expulsa trabajadores y aumenta la fuerza de trabajo disponible para emplearse a futuro.⁷³ Con este segundo sumando en (36) se intenta representar la siguiente intuición de Marx sobre el ejército laboral de reserva, considerando que la composición sectorial del capital cumple el rol originalmente asignado a la “composición orgánica del capital” de crear una población obrera supernumeraria:

Con la magnitud del capital social ya en funciones y el grado de su incremento, con la expansión de la escala de producción y de la masa de los obreros puestos en movimiento, con el desarrollo de la fuerza productiva de su trabajo, con la fluencia más caudalosa y plena de todos los manantiales de la riqueza, se amplía también la escala en que una mayor atracción de los obreros por el capital está ligada a una mayor repulsión de los mismos, aumenta la velocidad de los cambios de la composición orgánica del capital y en su forma técnica y se dilata el ámbito de las esferas de la producción en las que el capital, ora simultánea, ora alternativamente, hace presa. La población obrera, pues, con la acumulación del capital producida por ella misma, produce en volumen creciente los medios que permiten convertirla en relativamente supernumeraria (Marx 2009a, 784–785).

Pero si una sobrepoblación obrera es el producto necesario de la acumulación o del desarrollo de la riqueza sobre una base capitalista, esta sobrepoblación se convierte, a su vez, en palanca de la acumulación capitalista, e incluso en condición de existencia del modo capitalista de producción. Constituye un ejército industrial de reserva a disposición del capital, que le pertenece a éste tan absolutamente como si lo hubiera criado a sus expensas. Esa sobrepoblación crea, para las variables necesidades de valorización del capital, el material humano explotable y siempre disponible, independientemente de los límites del aumento real experimentado por la población (Marx 2009a, 786–787).

En este sentido, el término η en (36) puede interpretarse como una representación del poder de los capitalistas para transformar en supernumeraria a la población trabajadora cuando la economía acelera su especialización en el sector 1 por encima de un umbral g_{kn} exógeno.

⁷³ Originalmente Harris (1983) asume en la ecuación (8) de su artículo que el crecimiento del capital total es el que aumenta la oferta laboral en un modelo agregado.

Por último, como tercer elemento por agregar, y de nuevo siguiendo a Goodwin (1967, 55), asumamos que el poder de negociación de los trabajadores al disputar con los capitalistas el salario real se representa con la siguiente curva de Phillips:

$$\frac{w'}{w} - \frac{p_2'}{p_2} = -\rho_0 + \rho_1 l \quad (37)$$

Donde $\frac{w'}{w} - \frac{p_2'}{p_2}$ es el crecimiento del salario real que resulta de la diferencia entre el crecimiento del salario nominal y el crecimiento del precio de los bienes de consumo que los trabajadores adquieren. Esta expresión recoge la siguiente intuición de Marx sobre el vínculo entre el ejército laboral de reserva y los salarios:

En todo y por todo, los movimientos generales del salario están regulados exclusivamente por la expansión y contracción del ejército industrial de reserva, las cuales se rigen, a su vez, por la alternación de períodos que se opera en el ciclo industrial. Esos movimientos no se determinan, pues, por el movimiento del número absoluto de la población obrera, sino por la proporción variable en que la clase obrera se divide en ejército activo y ejército de reserva, por el aumento y la mengua del volumen relativo de la sobrepoblación, por el grado en que ésta es ora absorbida, ora puesta en libertad (Marx 2009a, 793).

Así, el término ρ_0 en (37) puede considerarse como una representación del poder de los capitalistas de empujar el salario real a la baja, mientras que ρ_1 representa el poder de los trabajadores de empujar el salario real al alza dada una determinada tasa de empleo l (ver la interpretación planteada en el capítulo 1).

Combinando (8), (29) y (32) a (37) se obtiene un sistema de tres ecuaciones diferenciales que define la dinámica de largo plazo de k , l y ω . Para un caso simplificado donde la productividad es constante ($\gamma = 0$), la oferta de fuerza de trabajo no posee crecimiento exógeno ($n = 0$) y se normalizan los parámetros de la expresión (36) ($\eta = 1, g_{kn} = 1$), el sistema toma la forma:

$$\frac{k'}{1+k} = \frac{\alpha^2(1-\omega+\sigma)[1-\omega(1+k)]}{1-\omega-\alpha(1-\omega+\sigma)} \quad (38)$$

$$\frac{l'}{l} = \frac{Z_5 + k(Z_6 - \omega Z_7)}{k[1 - \omega - \alpha(1 - \omega + \sigma)]} \quad (39)$$

$$\frac{\omega'}{\omega} = -\rho_0 + \rho_1 l \quad (40)$$

Donde:

$$Z_5 = \alpha^2(1 - \omega + \sigma)[\omega(k^2 + 1) - 1]$$

$$Z_6 = (1 + \alpha)[1 - \alpha(1 + \sigma)]$$

$$Z_7 = (1 - \alpha)(1 + \rho_0 - \rho_1 l) + \alpha\{1 - \alpha[3 + 2(\sigma - \omega)]\}$$

El sistema dinámico (38), (39) y (40) posee una estructura no lineal. Pese a ello, se puede encontrar un equilibrio de largo plazo relevante en tres dimensiones ($k' = l' = \omega' = 0$), definido por:

$$k^{LP} = \frac{\alpha\sigma}{1 - \alpha\sigma} \quad (41)$$

$$l^{LP} = \frac{\rho_0}{\rho_1} \quad (42)$$

$$\omega^{LP} = 1 - \alpha\sigma \quad (43)$$

Donde se garantizan valores positivos cuando α cumple con:

$$\alpha < \frac{1}{\sigma} \quad (44)$$

Siguiendo a Dávila-Fernández y Sordi (2019), el análisis de la matriz Jacobiana del sistema (38), (39) y (40) evaluada en el punto de equilibrio ($k^{LP}, l^{LP}, \omega^{LP}$) permite demostrar que este punto es localmente estable cuando se cumplen las siguientes condiciones (ver el anexo 3.1 para una prueba matemática):

$$\frac{\alpha - 2(1 - \alpha^2)}{\alpha(2 - \alpha^2)} < \sigma < \frac{1}{\alpha} \quad (45)$$

$$\rho_o > \rho_0^{HB} = \frac{\alpha^2 \sigma (1 + \alpha)(H + 1 - \alpha \sigma)}{H(1 - \alpha)(1 - \alpha \sigma)} \quad (46)$$

Asimismo, puede aplicarse el teorema de bifurcación Hopf para sistemas en tres dimensiones con el propósito de verificar que, si un determinado parámetro se aproxima a un valor crítico, el modelo representado en (38), (39) y (40) tiende a generar ciclos límite⁷⁴ en un espacio de fase tridimensional (k, l, ω) y alrededor del punto de equilibrio de largo plazo $(k^{LP}, l^{LP}, \omega^{LP})$. En este sentido, cuando se toma como parámetro de bifurcación a ρ_o , puede demostrarse que en el vecindario del valor crítico ρ_0^{HB} ($\rho_o \rightarrow \rho_0^{HB}$) efectivamente el modelo presenta ciclos límite (ver el anexo 3.2 para una prueba matemática)⁷⁵. A su vez, al combinar estos resultados analíticos con simulaciones numéricas de (38), (39) y (40), se evidencia que la bifurcación Hopf identificada en el vecindario de ρ_0^{HB} genera ciclos límite estables a los que se converge con el paso del tiempo para valores iniciales cercanos al equilibrio de largo plazo $(k^{LP}, l^{LP}, \omega^{LP})$ (aunque diferentes valores iniciales generan diferentes trayectorias cíclicas). Este resultado se ilustra en la Figura 3.3 donde, luego de definir parámetros y valores iniciales⁷⁶, se nota el surgimiento de ciclos cerrados en sentido horario en el espacio formado por la participación salarial y la tasa de empleo (espacio $\omega - l$, tal como en Goodwin) y en el espacio formado por la tasa de empleo y la composición sectorial del capital (espacio $l - k$); en cambio, surgen ciclos cerrados en sentido antihorario en el espacio de la participación salarial y la composición sectorial del capital (espacio $\omega - k$). El sentido de estos ciclos se representa con flechas que guían la dinámica de los ciclos. Igualmente,

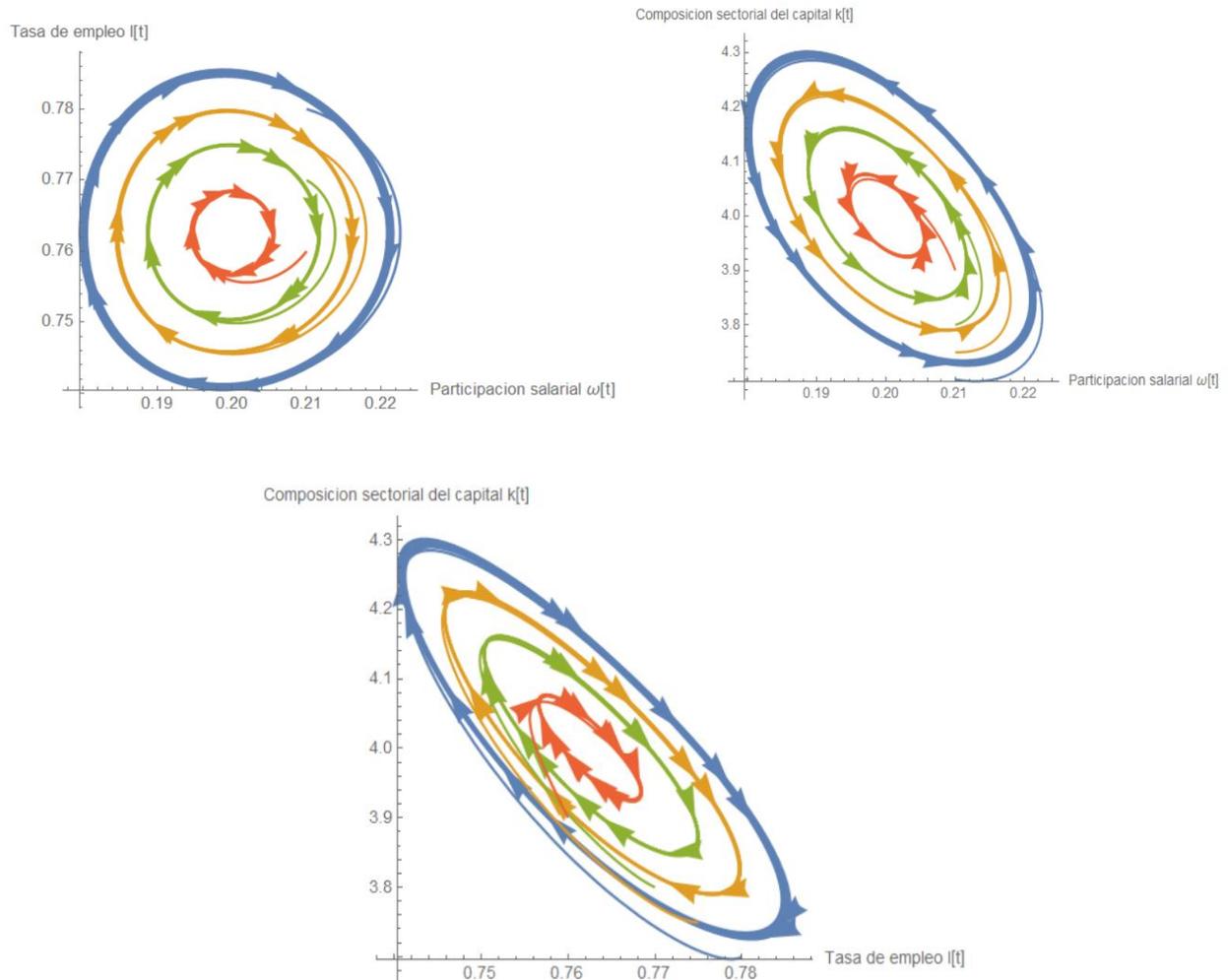
⁷⁴ Como se mencionó en el capítulo 1, los ciclos límite son trayectorias cerradas en el espacio de fase formado por las variables endógenas de un sistema dinámico que son capaces de “atrapar” en espiral a otras trayectorias a medida que el tiempo avanza.

⁷⁵ Una limitación importante de la aplicación del teorema de bifurcación Hopf es que permite evaluar el comportamiento de un sistema dinámico solo para regiones cercanas al punto de equilibrio tomado como referencia, lo que puede impedir la identificación de dinámicas complejas que muchas veces solo son observables con simulaciones numéricas.

⁷⁶ Tal como en el capítulo 1, las simulaciones se obtuvieron en *Wolfram Mathematica* y usan valores meramente referenciales para ilustrar el comportamiento teórico demostrado en los anexos 3.1 y 3.2. Estas simulaciones asumen que los sectores emplean dos unidades de capital por cada unidad de producto cuando hay pleno empleo de capacidades instaladas ($\sigma = 2$), la función de inversión tiene un parámetro único igual a $\alpha = 0,4$ (tendencia a una expansión autónoma de 40% en el capital que luego se ajusta por efectos de demanda y rentabilidad), y los parámetros de la curva de Phillips de salario real se calibran para generar soluciones donde la tasa de empleo (l) y la participación salarial (ω) fluctúen entre 0 y 1.

la Figura 3.3 sugiere una relación cíclica-inversa entre la composición sectorial del capital (k) y las demás variables endógenas.

Figura 3.3. Ciclos límite de largo plazo con distribución endógena en tres dimensiones



Elaborado por el autor

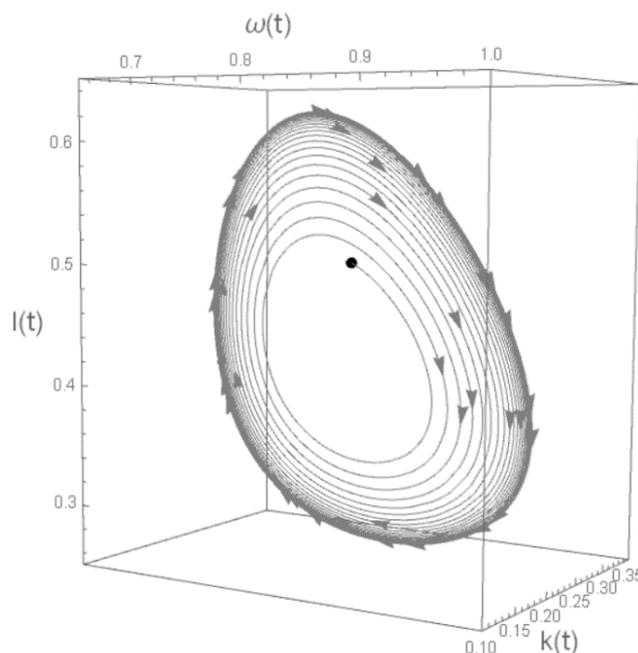
Nota: simulaciones usando parámetros $\alpha = 0,4$, $\sigma = 2$, $\rho_0 = 7,625$, $\rho_1 = 10$, $\rho_0^{HB} = 7,6222$.

Los ciclos límite de la Figura 3.3 sugieren que, a largo plazo, la economía no converge a un valor constante de equilibrio en la composición sectorial del capital, como sugiere Dutt (1988) y los resultados obtenidos en la sección 3.3, sino que puede fluctuar de forma cíclica y estable alrededor del punto $(k^{LP}, l^{LP}, \omega^{LP})$. Esta estabilidad cíclica se alcanza cuando el poder de los

capitalistas para empujar el salario real a la baja, representado por ρ_0 en (37), es lo suficientemente alto como para garantizar que $\rho_0 > \rho_0^{HB}$. Caso contrario, si ρ_0 es demasiado bajo al punto que $\rho_0 < \rho_0^{HB}$, el modelo tiende a generar comportamientos cíclicos explosivos e inestables. Así, al menos en este modelo, el poder de los capitalistas de ampliar la explotación laboral vía reducción salarial exógena parece crucial para mantener la estabilidad de los ciclos: a mayor explotación, mayor estabilidad (resultado similar al que se presentó en el capítulo 1). Cabe aclarar que esta interpretación es preliminar y merece mayor discusión desde versiones más complejas del modelo que se dejan para análisis futuros. Entre los elementos que dichos análisis deberán atender está el rol del poder capitalista de generar una sobrepoblación obrera cuando la economía se especializa excesivamente en bienes de capital, es decir, el rol de η y g_{kn} en (36). Simulaciones preliminares⁷⁷ sugieren que, si ambos términos no se normalizan, pueden generarse dinámicas cíclicas más complejas, como ilustra la Figura 3.4 donde las trayectorias parten de un punto inicial y se van expandiendo hasta que son absorbidas por un ciclo límite estable que las “envuelve”. Sin embargo, en este nuevo caso la complejidad analítica del modelo y las demostraciones necesarias para verificar la estabilidad de los ciclos crece por encima de los límites de este texto. Por ello, en vez de ahondar en versiones más avanzadas del modelo, en la siguiente sección se aprovecha el conocimiento analítico del sistema simplificado dado en (38), (39) y (40) para profundizar la interpretación de la sobreproducción desde un contexto de ciclos capitalistas.

⁷⁷ Similar a como se indica en la nota anterior, las simulaciones usan valores meramente referenciales donde se asume que los sectores emplean dos unidades de capital por cada unidad de producto en situación de pleno empleo ($\sigma = 2$), la función de inversión tiene un parámetro único $\alpha = 0,4$, la oferta de fuerza de trabajo tiende a crecer cuando la composición sectorial del capital crece por encima del 5% ($g_{kn} = 0,05$) con una sensibilidad de $\eta = 2$, y los parámetros ρ_0 y ρ_1 se calibran para generar soluciones donde l y ω fluctúen entre 0 y 1.

Figura 3.4. Ejemplo de ciclo límite tridimensional complejo



Elaborado por el autor.

Nota: simulaciones usando $\alpha = 0,4$, $\sigma = 2$, $\rho_0 = 0,78083$, $\rho_1 = 1,95$, $\eta = 2$, $g_{kn} = 0,05$

3.3.3. Sobreproducción y ciclos

Como se mencionó en la revisión teórica y de literatura de la sección 3.2, la posibilidad de crisis por sobreproducción no puede entenderse de forma estática, sino que –en concordancia con intuiciones del propio Marx– debe interpretarse tomando en cuenta el papel que cumplen las etapas de los ciclos capitalistas. En ese sentido, a continuación se reinterpreta la sobreproducción asociándola a la inviabilidad del pleno empleo de las capacidades instaladas sectoriales desde un contexto cíclico.⁷⁸ Para ello se aprovecha los resultados de las secciones 3.3.1 y 3.3.2 considerando la versión más sencilla del modelo construido en este capítulo ($\forall i: s_i = 1, \Omega_i = 1, \sigma_i = \sigma, q_i = q, \forall ij: \alpha_{ij} = \alpha, p = 1$). Así, empecemos planteando una situación hipotética

⁷⁸ Para una interpretación no analítica de la sobreproducción desde un enfoque cíclico, ver Sherman (1967).

donde el equilibrio de corto plazo es compatible con el pleno empleo de las capacidades instaladas sectoriales, lo que sucedería si:

$$u_i^{CP} = u_i^H = 1, \quad i = 1,2 \quad (47)$$

Reemplazando (47) en (17) y (18), surge un sistema de dos ecuaciones que requiere la elección de dos variables para solucionarse. Si asumimos que la composición sectorial del capital k y la participación salarial ω pueden adaptarse al pleno empleo (por simplicidad, omitimos a la tasa de empleo l), entonces sus valores hipotéticos en esta situación son:

$$k^H = \frac{2\alpha\sigma}{1 - \alpha(1 + 2\sigma)} \quad (48)$$

$$\omega^H = \frac{1 - \alpha(1 + 2\sigma)}{1 - \alpha} \quad (49)$$

Los cuales son positivos cuando:

$$\alpha < \frac{1}{1 + 2\sigma} \quad (50)$$

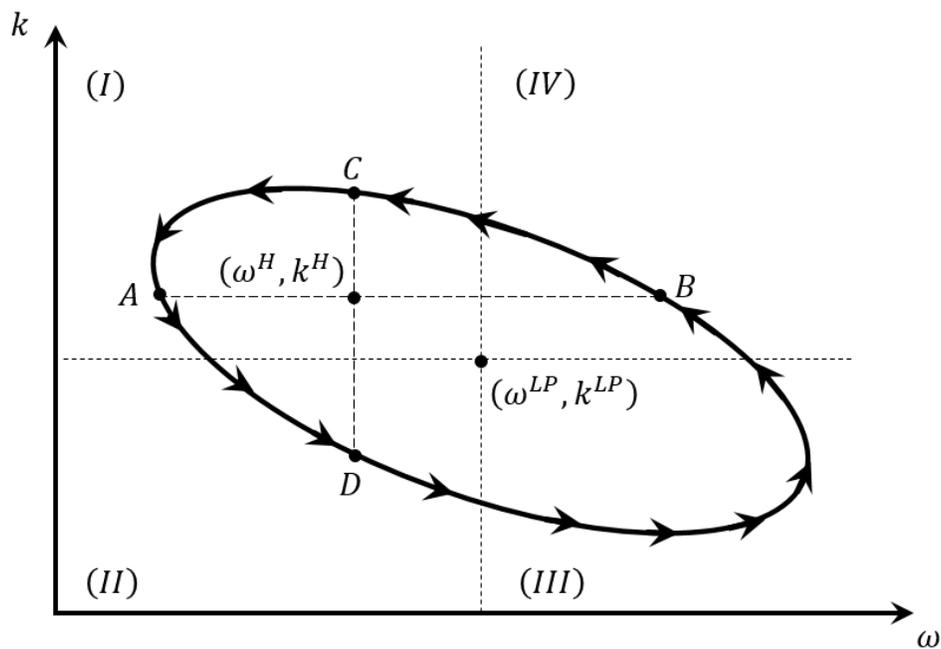
Si recordamos que la relación capital-producto de pleno empleo σ depende de condiciones técnicas y que α depende de las reacciones de los capitalistas a la rentabilidad y la demanda (más su espíritu animal para invertir), ambos factores exógenos, entonces (48) y (49) sugieren que k^H y ω^H también son valores definidos exógenamente. Este resultado contradice el análisis de la sección 3.3.2 donde se sugiere que k y ω pueden seguir trayectorias cíclicas estables de largo plazo. Incluso k^H y ω^H difieren de los valores k^{LP} y ω^{LP} alrededor de los cuales fluctúan los ciclos de largo plazo identificados en la sección 3.3.2. En concreto, si se compara (41) con (48) y (43) con (49) se puede demostrar que:

$$k^H = k^{LP} \left[\frac{2(1 - \alpha\sigma)}{1 - \alpha(1 + 2\sigma)} \right] \rightarrow k^H > k^{LP} \quad (51)$$

$$\omega^H = \omega^{LP} - \frac{\alpha\sigma(1 + \alpha)}{1 - \alpha} \rightarrow \omega^H < \omega^{LP} \quad (52)$$

La discrepancia entre los valores hipotéticos compatibles con el pleno empleo de capacidades instaladas (ω^H, k^H) y la dinámica de largo plazo y su punto de equilibrio (ω^{LP}, k^{LP}) se representa en la Figura 3.5, donde se sugiere que las trayectorias cíclicas antihorarias en el espacio $\omega - k$ no fluctúan alrededor del pleno empleo; incluso, según los valores iniciales de ω y k , y de las constantes α y σ , el punto (ω^H, k^H) puede caer fuera de la trayectoria cíclica. Peor aún, no existen razones económicas para que simultáneamente $\omega = \omega^H$ y $k = k^H$, como ejemplifican los puntos A, B, C, y D ubicados sobre la trayectoria cíclica de la Figura 3.5, donde se cumple que $k = k^H$ (A, B) o $\omega = \omega^H$ (C, D), pero nunca ambas igualdades.

Figura 3.5. Ciclo límite, sobreproducción y etapas



Elaborado por el autor.

Esta inviabilidad del pleno empleo de capacidades instaladas sectoriales dentro de los ciclos capitalistas puede visualizarse analíticamente de la siguiente forma. Asumamos que, por coincidencia, $k = k^H$ de modo que nos ubicamos en los puntos A o B de la Figura 3.5; en estos puntos podemos identificar qué sucede con el uso de capacidades instaladas. Para ello, combinemos los equilibrios de corto plazo dados en (17) y (18) con el valor hipotético k^H

representado en (48), obteniendo así dos expresiones que definen los valores de u_1 y u_2 dentro del segmento AB, ambas planteadas en función de ω :

$$u_1(\omega, k = k^H) = \frac{(1 - \alpha)(1 - \omega)}{2[1 - \omega - \alpha(1 - \omega + \sigma)]} \quad (53)$$

$$u_2(\omega, k = k^H) = \frac{\alpha\sigma\omega(1 - \omega)}{[1 - \alpha(1 + 2\sigma)][1 - \omega - \alpha(1 - \omega + \sigma)]} \quad (54)$$

Estas expresiones tienen la propiedad de que son iguales a la unidad (pleno empleo) cuando $\omega = \omega^H$, sin embargo, eso implicaría caer en un punto que no está sobre la trayectoria cíclica de largo plazo. A su vez, las primeras derivadas de estas expresiones con respecto a ω son:

$$\frac{\partial u_1}{\partial \omega}(\omega, k = k^H) = \frac{\alpha\sigma(1 - \alpha)}{2[1 - \omega - \alpha(1 - \omega + \sigma)]^2} \quad (55)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial \omega}(\omega, k = k^H) = \frac{\alpha\sigma(1 - \alpha)[1 - \alpha(1 + \sigma)]}{[1 - \alpha(1 + 2\sigma)][1 - \omega - \alpha(1 - \omega + \sigma)]^2} \quad (56)$$

Las cuales siempre son positivas, de modo que u_1, u_2 se mueven en el mismo sentido que ω al menos en el segmento AB. Por ende, si nos ubicamos en el punto A donde la participación salarial ω está creciendo (recordemos que las trayectorias se mueven en sentido antihorario), se tiene una tendencia al aumento del consumo de los trabajadores que aumenta el uso de capacidades instaladas de ambos sectores por las derivadas (55) y (56). En cambio, en el punto B donde ω está cayendo, surge una tendencia a la reducción del consumo obrero que lleva a un menor uso de las capacidades instaladas. Por ende, notamos que no solo hay una discrepancia entre (ω^H, k^H) y (ω^{LP}, k^{LP}) , sino que incluso el uso de capacidades instaladas también fluctúa y se ajusta según las diferentes etapas del ciclo, sin que el pleno empleo sea relevante. Un análisis similar puede hacerse en los puntos C y D.

Cabe mencionar que el análisis de la contradicción entre pleno empleo de capacidades instaladas y el equilibrio de largo plazo planteado en las expresiones (53) a (56) puede considerarse cercano a la discusión de la contradicción entre las limitaciones distributivas al consumo de los trabajadores y la acumulación de capital sugerido por Sweezy en un apéndice matemático que

interpreta a la sobreproducción (1942, cap. 10). De hecho, la igualdad de la composición sectorial del capital y su valor hipotético de pleno empleo ($k = k^H$) en los puntos A y B de la Figura 3.5 es cercana a la expresión (4) del apéndice de Sweezy que plantea la necesidad de una proporcionalidad sectorial para mantener el equilibrio en los mercados de bienes. En cambio, el supuesto de que los capitalistas ahorran todas sus ganancias ($\forall i: s_i = 1$) y el hecho de que existan etapas del ciclo donde ω y el consumo obrero caen, se aproximan a las expresiones (2) y (3) del apéndice de Sweezy según las cuales el consumo de trabajadores y capitalistas crece a un ritmo menor que el ritmo de crecimiento de la inversión (el único caso que no parece corresponder con Sweezy es cuando ω crece).

Sin embargo, como mencionan Sherman (1979) y Basu (2016), una seria limitación de Sweezy (1942) es la falta de análisis de la sobreacumulación de capital y del vínculo entre sobreproducción y ciclos, limitación que puede subsanarse con una interpretación más profunda del ciclo planteado en este capítulo. En ese sentido, la misma Figura 3.5 distingue cuatro etapas del ciclo capitalista que ayudan a reinterpretar las diferentes formas en las que puede aparecer la posibilidad de crisis por sobreproducción tanto desde la perspectiva de la acumulación como del consumo. Así, en las etapas (I) y (IV) la composición sectorial del capital supera su valor de equilibrio de largo plazo, es decir $k > k^{LP}$, situación que puede interpretarse como una sobreacumulación de capital en el sector 1 (sobreacumulación S1); en cambio, en (II) y (III) sucede lo contrario, $k < k^{LP}$, implicando una posible sobreacumulación en el sector 2 (sobreacumulación S2). Por su parte, en las etapas (I) y (II) la participación salarial es menor a su valor de equilibrio de largo plazo, $\omega < \omega^{LP}$ (subconsumo); en cambio, en (III) y (IV) sucede lo contrario, $\omega > \omega^{LP}$ (sobreconsumo). En todas las etapas no existe pleno empleo de capacidades instaladas sectoriales.

El vínculo entre las cuatro etapas de la Figura 3.5 y las diferentes formas de sobreproducción puede interpretarse de manera conjunta. Así, en (I) la participación salarial ω es baja, implicando que la demanda de consumo obrero también sea baja (subconsumo, $\omega < \omega^{LP}$) y exista una rentabilidad elevada que incentiva a los capitalistas a acrecentar el capital de forma generalizada, aunque con mayor fuerza en el sector 1 más que en el sector 2 (por la baja demanda de consumo), lo que implica una composición sectorial del capital k elevada (sobreacumulación S1, $k > k^{LP}$).

Sin embargo, tal como en Goodwin (1967), el crecimiento generalizado del capital por la elevada rentabilidad provoca el aumento de la tasa de empleo⁷⁹ y del poder de negociación obrera, de modo que ω y la demanda de consumo crecen, y así surgen incentivos para acelerar la acumulación en el sector 2 y empezar a reducir k . Dado este proceso, se llega a (II) con ω creciendo cada vez más, lo que reduce la rentabilidad, pero también genera una demanda de consumo creciente, de modo que los capitalistas aceleran la acumulación en el sector 2 más que en el sector 1 y provocan que k decaiga con más fuerza (sobreacumulación S2, $k < k^{LP}$). En el inicio de (III) continúa esta tendencia hasta que ω y la demanda de consumo crecen al máximo (sobreconsumo, $\omega > \omega^{LP}$); sin embargo, la demanda elevada ya no compensa la caída generalizada de una rentabilidad que llega a niveles mínimos; como resultado, a mediados de (III) la mínima rentabilidad induce una reducción general de la acumulación que contrae la tasa de empleo, reduciéndose así el poder de negociación obrera, lo que empuja a la baja de ω , reduce la demanda de consumo, y nuevamente incentiva a los capitalistas a acumular más en el sector 1 que en el sector 2 y retomar el crecimiento de k . Finalmente, en (IV) se agudiza la caída de ω , se refuerza la rentabilidad y se consolida la acumulación en el sector 1 y k retoma un nivel elevado (sobreacumulación S1, $k > k^{LP}$), hasta retornar al inicio de (I).

Dentro de esta interpretación cíclica del desenvolvimiento económico la posibilidad de crisis por sobreproducción está siempre presente. Por ejemplo, si se agrega el supuesto de que los sectores no pueden ajustar su uso de capacidad instalada al ritmo de las diferentes etapas del ciclo de largo plazo (recordemos los puntos A y B de la Figura 3.5, donde ω y u_1, u_2 se mueven en la misma dirección), entonces puede darse una interrupción temporal de la reproducción capitalista al menos hasta que el ajuste se concrete. Esta situación podría implicar que el uso de la capacidad instalada nunca alcance su equilibrio de corto plazo, de modo que siempre existiría un exceso de demanda (positivo o negativo) que generaría pérdidas a los capitalistas (sea por el costo de oportunidad de la demanda no aprovechada o por las mercancías que no logran venderse). Como resultado, luego de hacer los respectivos ajustes al modelo, podría obtenerse un sistema de cinco ecuaciones diferenciales donde, a más de la dinámica de largo plazo de k, l y ω , también se incluiría la dinámica de u_1 y u_2 (o incluso de seis ecuaciones si se asume que los desequilibrios

⁷⁹ Recordemos, por la Figura 3.3, que la tasa de empleo también tiene una dinámica cíclica.

impactan a los precios relativos p). Sin duda esta reformulación se acercaría aún más a la comprensión analítica de la sobreproducción, pero también aumentaría la complejidad del modelo, de modo que esta posibilidad se deja planteada para trabajos futuros.

3.4. Conclusión

Este texto ha presentado un modelo sectorial de ciclos y sobreproducción tomando como base a Dutt (1988) (que incluye un equilibrio de corto plazo en el uso de capacidades instaladas sectoriales) y a Goodwin (1967) (donde el poder de negociación de los trabajadores genera ciclos distributivos). Como principal resultado, se demostró analíticamente (aplicando el teorema de bifurcación de Hopf para sistemas en tres dimensiones) que el modelo genera ciclos estables de largo plazo en tres variables: composición sectorial del capital, tasa de empleo y participación salarial en el producto. Estos ciclos emergen cuando los capitalistas poseen el poder suficiente para reducir el salario real. Desde este resultado, se ha propuesto una reinterpretación de la sobreproducción, considerando que tanto la dinámica de la acumulación como del consumo varían según las diferentes etapas del ciclo, y en ningún caso parece relevante el pleno empleo de capacidades instaladas sectoriales.

Queda planteado como trabajo futuro el estudio de versiones más complejas del modelo (enfocadas especialmente en el poder de los capitalistas de generar una población obrera supernumeraria cuando la economía se especializa en bienes de capital), y la construcción de un modelo más amplio donde el uso de capacidades instaladas sectoriales nunca alcance su equilibrio de corto plazo (tal como se expuso en términos narrativos al final de la sección 3.3.3). Desde estas y otras adaptaciones, se puede seguir reinterpretando analíticamente la crítica de Marx al capitalismo, sobre todo con respecto a su complejidad, fragilidad y tendencia a las crisis.

Capítulo 4 . Deuda, poder y ciclos: un modelo Norte-Sur de deuda y distribución (NSDD)⁸⁰

4.1.Introducción

El capitalismo global se caracteriza por importantes asimetrías estructurales entre centros y periferia. Dichas asimetrías han recibido amplia atención en la literatura de los modelos teóricos Norte-Sur que, desde un enfoque *sectorial*, han estudiado los efectos de las restricciones de la balanza de pagos en el crecimiento económico de la periferia, la tendencia al deterioro de los términos de intercambio, la inestabilidad del endeudamiento externo, entre otras cuestiones. Aunque estos aportes ayudan a comprender la compleja interacción entre centros (Norte) y periferia (Sur), existen aspectos relevantes que aún se mantienen fuera de su atención. Entre esos aspectos puede mencionarse la posibilidad de que tanto en el Norte como en el Sur existan *ciclos distributivos* que nacen de las disputas internas entre las clases sociales locales, pero tales ciclos también poseen un vínculo externo según el *poder estructural* que las clases dominantes de cada región pueden ejercer sobre las relaciones económicas internacionales (por ejemplo, la influencia sobre el endeudamiento externo). Esta posibilidad ha sido planteada en términos teóricos por autores estructuralistas como Prebisch (1950; 1981; 1984) o dependentistas como Marini (1973; 1979), pero todavía no parece existir una adecuada representación analítica.

Ante esta posible limitación, el presente artículo contribuye con un modelo teórico Norte Sur de Deuda y Distribución (NSDD) donde se considera tanto a la deuda externa sureña como a los ciclos distributivos simultáneos en ambas regiones, tomando como inspiración un marco teórico estructuralista y dependentista. El modelo combina intuiciones del marco general creado por Dutt (1990, cap. 8) para modelos Norte-Sur con elementos de su modelo de deuda externa (Dutt 1989). Sin embargo, a diferencia de Dutt, en este modelo se asume que ambas regiones operan a su máxima capacidad instalada y poseen dinámicas cíclicas al estilo del modelo de Goodwin (1967) adaptado a una situación con restricciones en la balanza de pagos. Además de permitir un estudio analítico de la dinámica de la deuda externa sureña, simulaciones numéricas preliminares

⁸⁰ Se agradece el apoyo, los comentarios y las observaciones de Amitava Dutt, Wilson Pérez, Leonardo Vera, Fernando Martín y Cinthya Barrera realizadas a diferentes versiones previas del presente modelo.

del modelo muestran su capacidad de generar ciclos límite estables y simultáneos tanto en la tasa de empleo como en la participación salarial en el producto del Norte y del Sur, junto con ciclos de igual naturaleza en la composición regional del capital y en el endeudamiento externo del Sur. Asimismo, las simulaciones sugieren que el aumento de la tasa de interés de la deuda externa sureña provocaría que los ciclos del Sur sean más *hostiles* para las clases trabajadoras en comparación a los ciclos del Norte. Tales resultados brindan mayores intuiciones sobre las complejas implicaciones que pueden tener las asimetrías Norte-Sur en la economía mundial capitalista.

Para desarrollar este argumento, el texto muestra la siguiente estructura. Luego de esta introducción, la sección 4.2 revisa tanto la teoría como la literatura económica que justifica la relevancia del tema planteado. La sección 4.3 desarrolla a detalle el modelo NSDD en tres etapas: primero se expone un esquema general de interacciones Norte-Sur, luego se discute analíticamente las condiciones de (in)estabilidad de la deuda externa sureña, y se presenta las simulaciones numéricas de un modelo de seis ecuaciones diferenciales capaz de generar ciclos simultáneos y estables en ambas regiones (junto con varias interpretaciones de economía política). Finalmente, la sección 4.4 resume los principales resultados y expone varias posibilidades de ampliación del modelo.

4.2.Revisión teórica y de literatura

4.2.1. Estructuralismo, balanza de pagos y modelos Norte-Sur

El capitalismo global consolida *diferencias internacionales de largo plazo* entre naciones. El *estructuralismo* ilustra estas diferencias con la distinción entre *centros capitalistas* (Norte) y la *periferia* (Sur); distinción popularizada por autores como Prebisch (1950), Furtado (1975) y otros.⁸¹ Algunas diferencias estructurales Norte-Sur incluyen la *especialización económica* del Norte en productos diversificados y de alta tecnología, mientras que el Sur se especializa en productos primarios de baja tecnología. También, el Norte posee *estructuras económicas homogéneas* a diferencia del Sur que sufre de un problema de *heterogeneidad estructural*:

⁸¹ Para una reseña sobre los orígenes de la tesis centro-periferia, ver Love (1996; 2011).

coexisten *sectores modernos* de alta productividad y salarios elevados (usualmente vinculados a los mercados internacionales) con *sectores primitivos o tradicionales* de baja productividad y salarios reducidos (usualmente aislados de los mercados internacionales) (Pinto 1970). Otras diferencias estructurales incluyen:

[T]he acceptability of some central country currencies as international currencies; the greater technological dynamism of the center [...] the cultural domination of the periphery by the center [...] [periphery affected by rigidities in] agricultural production because of institutional factors governing land tenure, in imports because they cannot produce many technologically sophisticated goods that are needed for production, and in wages that are held at low levels by surplus labor in low-productivity subsistence sectors [...] low saving, low investment, low levels of technical change and foreign exchange shortages (Dutt 2019, 124).

Así, el Sur es *tecnológicamente dependiente* de los bienes de capital producidos por el Norte, los cuales son importados por el Sur a través de los ingresos obtenidos principalmente por las exportaciones de productos primarios, junto con otras fuentes de recursos como el *endeudamiento externo*. Como resultado, los flujos de divisas registrados en la *balanza de pagos* del Sur tienden a *limitar* sus posibilidades de acumulación capitalista. La división internacional del trabajo refuerza esta tendencia pues el Norte exporta productos de alta tecnología con una elevada *elasticidad ingreso de la demanda* mientras que el Sur exporta productos primarios de baja tecnología y elasticidad (patrón asociado con la “ley de Engel”). Este contexto tiende a *deteriorar los términos de intercambio* (Prebisch 1950; Singer 1950) y puede provocar que el Sur sufra de recurrentes desequilibrios externos (ver Palma 2008).⁸²

Los *Modelos de Restricción de Balanza de Pagos* (BPCM por sus siglas en inglés) (Thirlwall 1979; Thirlwall y Hussain 1982) ilustran esta intuición estructuralista al plantear que el crecimiento económico doméstico de la periferia depende de la elasticidad ingreso de la demanda (exógena), del crecimiento económico foráneo, de los términos de intercambio, y de los flujos financieros. Bajo el supuesto de que los términos de intercambio y los flujos de capitales son constantes en el largo plazo, estos modelos sugieren una relación directa entre el crecimiento económico doméstico y externo mediada solo por la ratio entre las elasticidades ingreso de la

⁸² Consultar a Chakraborty y Sarkar (2020) para una revisión sobre la controversia de los términos de intercambio.

demanda de las exportaciones e importaciones. Esta relación usualmente se conoce como la “ley de Thirlwall” (McCombie 1989). Los BPCM sirven como marco de referencia para el desarrollo de varios modelos analíticos Norte-Sur que estudian las diferencias estructurales entre los centros capitalistas y la periferia. Por ejemplo, Dutt (2002) presenta un modelo Norte-Sur combinado con un BPCM para estudiar el desarrollo desigual y el deterioro de los términos de intercambio.⁸³ Este modelo representa al Norte con una estructura Keynesiana-Kaleckiana y al Sur con una estructura a la Marx-Lewis y concluye que:

[I]f the income elasticity of imports for the South is higher than that of the North, the world economy will eventually come to an equilibrium in which the South will grow less rapidly than the North, so that the gap between the North and the South will grow indefinitely (Dutt 2002, 386).

Algunos avances en esta literatura incluyen los trabajos de Razmi (2016), Blecker (2016), Spinola (2020), y Sasaki (2021). Por ejemplo, Sasaki (2021) extiende el modelo de Dutt (2002) al incorporar la función de inversión presentada por Marglin y Bhaduri (1991) y encuentra que:

[I]n the short-run equilibrium, an increase in the North’s profit share deteriorates the terms of trade and then decreases the Souths’ growth rate. On the other hand, in the long-run equilibrium, an increase in the North’s profit share, through Thirlwall’s law, either increases or decreases the North’s growth rate (Sasaki 2021, 608).

Aunque esta literatura brinda intuiciones relevantes sobre cómo la balanza de pagos influye en los términos de intercambio y en las interacciones Norte-Sur,⁸⁴ existen otras interacciones estructurales entre centros y periferia que merecen atención. Una de esas interacciones es la *coexistencia de ciclos distributivos* tanto en el Norte como en el Sur. Esta tendencia ha sido mencionada particularmente por Prebisch (1950; 1984) pero no ha recibido suficiente atención en la literatura, pese a que pone en discusión múltiples *asimetrías de poder* en el contexto centros-periferia.

⁸³ Para una revisión del modelo de Dutt (2002) y del BPCM, ver Spinola (2020).

⁸⁴ Blecker (2022) ofrece una revisión de la literatura sobre BPCM, incluyendo algunos modelos Norte-Sur.

4.2.2. Poder estructural y ciclos dependientes

Prebisch (1950; 1981; 1984) sugirió que las relaciones de poder asociadas a los *conflictos de clase* tienen una fuerte influencia en las interacciones centro-periferia. Por ejemplo, gracias a la “opulencia” asociada a la concentración de progreso tecnológico junto con otros factores, los trabajadores en el Norte tienen un *fuerte poder de negociación* con la posibilidad de generar importantes presiones en los *ciclos de la acumulación capitalista* de la región. En respuesta, los capitalistas del Norte pueden transferir esas presiones cíclicas al Sur a través de varios mecanismos (p.ej. mayores intereses en el pago de la deuda externa sureña). Finalmente, como los trabajadores del Sur tienden a poseer un *débil poder de negociación* por factores como una frágil organización laboral o una elevada informalidad, dichos trabajadores sureños terminan sufriendo de una mayor explotación laboral y de menores salarios. En palabras de Prebisch:

[T]he greater ability of the masses in the cyclical centres to obtain rises in wages during the upswing and to maintain the higher level during the downswing and the ability of the centres, by virtue of the role they play in production, to divert cyclical pressure to the periphery (causing a greater reduction of income of the latter than in that of the centres) explain why income at the centres persistently tends to rise more than in the countries of the periphery (Prebisch 1950, 14).

Esta capacidad del Norte de transferir presiones cíclicas al Sur puede interpretarse desde la noción de *poder estructural*, esto es, el poder para “dar forma y determinar las estructuras de la economía política global” como plantea Strange (1988, 24, traducción propia). Así, gracias al poder estructural que las clases dominantes del Norte pueden ejercer dentro de la economía global, éstas pueden transferir al Sur las presiones cíclicas asociadas a su acumulación capitalista. En compensación, dada su posición más débil en el capitalismo global, las clases dominantes del Sur terminan ejerciendo una *sobreexplotación laboral* sobre las clases trabajadoras sureñas, entendiéndose como una situación donde los trabajadores del Sur perciben salarios por debajo del valor de su fuerza de trabajo (Marini 1973).⁸⁵

⁸⁵ Una interpretación teórica más profunda (junto con un ejercicio econométrico empírico para una nación de la periferia) puede encontrarse en el trabajo de Cajas Guijarro y Pérez Almeida (2021).

Como resultado, la distribución asimétrica del poder estructural dentro del capitalismo global lleva a la interacción entre *ciclos autónomos* en el Norte y *ciclos dependientes* en el Sur. En particular, los ciclos económicos del Sur pierden autonomía y se vuelven más complejos debido a su interacción económica con el Norte. Aquí la noción de “dependencia” puede interpretarse en el sentido planteado por autores de las *teorías de la dependencia* como, por ejemplo, Dos Santos:

By dependence we mean a situation in which the economy of certain countries is conditioned by the development and expansion of another economy to which the former is subjected. The relation of interdependence between two or more economies, and between these and world trade, assumes the form of dependence when some countries (the dominant ones) can expand and can be self-sustaining, while other countries (the dependent ones) can do this only as a reflection of that expansion, which can have either a positive or a negative effect on their immediate development (Dos Santos 1970, 231).

De esta manera, los ciclos dependientes asociados a la acumulación y reproducción de capital en el Sur se vuelven “sujetos de las vicisitudes de la economía capitalista global y del ritmo que le impone los capitales hegemónicos” (Sotelo Valencia 2017, 108, traducción propia). Un autor que formuló múltiples intuiciones sobre la existencia de ciclos capitalistas dependientes fue Marini (1973; 1979), para quien dichos ciclos se encuentran vinculados a las dinámicas internas de las disputas de clase, pero también están subordinados como resultado de la desventaja tecnológica y el rol que cumple el capital extranjero en el Sur (sea bajo la forma de inversión extranjera o de deuda externa).⁸⁶

Estas interpretaciones teóricas en términos de poder estructural y ciclos dependientes podrían motivar la adaptación de los modelos Norte-Sur para representar los efectos de la interacción de ciclos económicos simultáneos en *ambas regiones*. Sin embargo, esta motivación contrasta con contribuciones recientes en la literatura BPCM como el modelo Norte-Sur de Spinola (2020) quien extiende el modelo de Dutt (2002) agregando la dinámica de la brecha productiva entre el Norte y el Sur, una *curva salarial* (Blanchflower y Oswald 1995) para el Sur donde se relaciona al salario real con la tasa de empleo en la tradición del modelo cíclico de lucha de clases de

⁸⁶ Para una interpretación sectorial del proceso de acumulación capitalista en los países dependientes construida desde las intuiciones de Marini, ver Sotelo Valencia (2017, 91).

Goodwin (1967),⁸⁷ y la dinámica de la oferta laboral del Sur considerando la movilidad laboral entre sectores tradicional-modernos y la migración. En sus resultados, Spinola identifica convergencias cíclicas de los términos de intercambio y el crecimiento económico en el largo plazo con múltiples dinámicas de transición, incluyendo la posibilidad de procesos de convergencia. Aunque estos resultados son valiosos cuando se estudia los términos de intercambio y el desarrollo desigual, solo incluyen los efectos cíclicos de la disputa de clase dentro del Sur. Por lo tanto, su modelo, al igual que la mayoría de la literatura reciente sobre modelos Norte-Sur⁸⁸, no considera la coexistencia de ciclos distributivos en ambas regiones.

En respuesta a ese posible vacío en la literatura, el presente artículo contribuye con un modelo Norte-Sur que describe cómo interactúan los ciclos de ambas regiones a la vez que se revisa los efectos de una relación económica asimétrica. Dado que las asimetrías Norte-Sur son múltiples, este texto se concentra en la asimetría del *impacto de la tasa de interés de la deuda externa del Sur*. En ese sentido, el texto también contribuye en la literatura de modelos Norte-Sur enfocados al estudio del endeudamiento externo.

4.2.3. Modelos Norte-Sur de deuda externa y contribución a la literatura

Una primera referencia en la literatura de modelos Norte-Sur que estudian la deuda externa del Sur es Darity (1987) quien planteó un modelo de corto plazo que asume una región Norte que produce bienes de capital, una región Sur que produce materias primas, y estudia la interacción entre ambas regiones aprovechando el enfoque de excedente de Sraffa, la perspectiva de Kalecki sobre la competencia y los precios, y la inclusión de un sector bancario multinacional. Darity deduce una *relación inversa* entre la tasa de interés que el sector bancario multinacional otorga a

⁸⁷ Al combinar un BPCM con dinámicas cíclicas “a la Goodwin”, el modelo de Spinola (2020) contribuye a otra literatura con propósitos similares, como Nishi (2019) y Dávila-Fernández y Sordi (2019). Para una reseña reciente sobre el uso del modelo de Goodwin (1967) en el contexto de BPCM, ver Spinola (2021).

⁸⁸ Entre las características usuales que suelen encontrarse en los modelos Norte-Sur puede incluirse: (a) asimetrías en los mercados laborales, con una oferta laboral más inelástica en el Norte y más elástica en el Sur; (b) diferente patrón de inserción en la economía mundial según la división internacional del trabajo (reflejado, por ejemplo, en las asimetrías de las elasticidades ingreso); (c) diferente influencia y absorción del progreso técnico, incluyendo la tendencia a que en el Norte el crecimiento de la productividad empuje al crecimiento salarial, mientras que en el Sur el aumento de la productividad no se refleja en mayores salarios sino en una presión a la caída de precios (generando la tendencia a que parte de los beneficios del incremento de la productividad del Sur sean transferidos hacia el Norte). En el presente trabajo se omiten algunas de estas características de los modelos Norte-Sur para facilitar el análisis de *ciclos distributivos simultáneos* en ambas regiones, quedando como tarea futura la discusión de estos ciclos para modelos más complejos y realistas.

los depósitos de las diferentes regiones (según las políticas económicas del Norte) y endogeniza el equilibrio del *spread* que se ofrece a los deudores del Sur, mientras que el *spread* que reciben los deudores del Norte es constante. Es decir, la política económica del Norte afectaría seriamente el costo del financiamiento del Sur, manteniendo intacto su propio costo de financiamiento; tal situación implica una clara asimetría de poder estructural en beneficio del Norte y capaz de generar una dinámica económica dependiente en el Sur. Otros ejemplos de modelos Norte-Sur que estudian la deuda externa del Sur y cómo la tasa de interés vacía los mercados internacionales de crédito incluyen a Moutos y Vines (1989) y Vos (1993; 1994).

Estos trabajos poseen un enfoque *estático* que no toma en cuenta el rol de la acumulación de capital. Ante esa limitación, Dutt (1989) planteó un modelo donde el Norte posee una regla de fijación de precios kaleckiana, produce tanto bienes de capital como bienes de consumo, pero con un *exceso de capacidad instalada*, y su acumulación capitalista depende de una función de inversión; en cambio, el Sur produce solo bienes de consumo, su actividad económica siempre emplea la máxima capacidad instalada, y posee una tasa de inversión exógena. En este contexto, para que los capitalistas del Sur puedan expandir su capital requieren acceder a préstamos que son concedidos por los capitalistas del Norte, quienes definen exógenamente la tasa de interés (aquí podría plantearse como hipótesis la existencia de asimetrías de poder estructural). Bajo estas condiciones, Dutt identificó un equilibrio estable de *corto plazo* entre la capacidad instalada del Norte y los *términos de intercambio*; en cambio, a largo plazo encontró un equilibrio estable cuando la tasa de interés es baja, y un equilibrio inestable con una creciente deuda externa del Sur (e incluso habla de crisis de deuda) cuando la tasa de interés supera un determinado nivel. En sus palabras:

Suppose that the world economy is initially in a stable long-run equilibrium [...] Due to changes in (say) Northern monetary policy or in the confidence of bankers, the rate of interest increases [...] The economy is at once pushed into an explosive debt situation, since the stability condition is violated. When such a crisis occurs, if confidence fails more and [the interest rate] is increased further, the situation gets even worse and Southern indebtedness increases at a higher rate because it has to borrow more to pay the higher interest costs (Dutt 1989, 229).

Pese a que los modelos Norte-Sur de Darity (1987), Dutt (1989), y otros más recientes como Abe (2007), presentan llamativas intuiciones sobre la dinámica del endeudamiento externo del Sur y asimetrías de poder con respecto al Norte, no son modelos que generen dinámicas cíclicas, mucho menos ciclos simultáneos en el Norte y en el Sur. En contraste, el presente artículo contribuye a la literatura con un modelo teórico Norte Sur de Deuda y Distribución (NSDD) donde se considera tanto a la deuda externa sureña como a los ciclos distributivos simultáneos en ambas regiones, tomando como inspiración los elementos teóricos *estructuralistas* y *dependentistas* previamente citados (ver sección 4.2.2). El modelo combina intuiciones del marco general creado por Dutt (1990, cap. 8) para modelos Norte-Sur con elementos de su modelo de deuda externa (Dutt, 1989). Sin embargo, a diferencia de Dutt, en este modelo se asume que tanto el Norte como el Sur operan a su máxima capacidad instalada y en ambas regiones existe una dinámica cíclica entre la *tasa de empleo* y la *participación salarial en el producto* al estilo del modelo marxista de lucha de clases de Goodwin (1967), adaptado a una situación donde la expansión económica del Sur depende de la expansión del Norte debido a sus restricciones de balanza de pagos. Al final el modelo permite simular numéricamente un escenario donde cambios exógenos en la tasa de interés de la deuda externa del Sur provocan que sus ciclos distributivos se vuelvan cada vez más hostiles para sus propias clases trabajadoras, conclusión que se expone de forma preliminar para profundizarla en trabajos futuros más analíticos.

4.3. Modelo NSDD: planteamiento, estabilidad y ciclos

A continuación se expone un modelo Norte-Sur de Deuda y Distribución (NSDD), cuyos principales supuestos incluyen: la existencia de una economía mundial dividida en dos regiones, el Norte que produce bienes de capital y de consumo, y el Sur que solo produce bienes de consumo; en ambas regiones se asume un uso pleno de capacidades instaladas⁸⁹ y una situación

⁸⁹ Un modelo más complejo puede construirse asumiendo, como en Dutt (1989), que el Norte opera con un exceso de capacidad instalada (y precios fijos por competencia oligopólica) y que el Sur opera a su máxima capacidad (con precios definidos bajo competencia perfecta). Sin embargo, la inclusión de un exceso de capacidad instalada puede incrementar notablemente la complejidad del modelo (ver, por ejemplo, el modelo de sobreproducción y ciclos del capítulo 3). En ese sentido, como primera aproximación se decide mantener el supuesto de que ambas regiones producen a su máxima capacidad instalada, lo cual coincide con uno de los “cierres” para modelos Norte-Sur propuesto por Dutt (1990, cap.8) donde tanto el Norte como el Sur tienen un comportamiento “neo-marxista” que implica un uso a plenitud de la capacidad instalada y un salario exógeno (definido por la lucha entre clases sociales). Otro tipo de caracterizaciones para el Norte y el Sur (p.ej. neoclásicas, neokeynesianas, kaleckianas) se deja para trabajos futuros.

de largo plazo donde rige un nivel de producción potencial; los precios se miden en términos de una sola divisa común, de modo que el tipo de cambio es constante e igual a la unidad; no hay movilidad de empleo entre regiones ni en su interior⁹⁰; los trabajadores reciben un salario nominal al final de la producción y lo gastan por completo en bienes de consumo; todos los mercados de bienes siempre se encuentran en equilibrio; los capitalistas del Sur piden préstamos a los capitalistas del Norte para financiar su acumulación de capital⁹¹; las clases sociales de ambas regiones dividen en proporciones fijas su gasto de consumo entre bienes locales e importados; los capitalistas del Norte definen su acumulación de capital de forma autónoma (siguiendo una determinada función de inversión), mientras que la acumulación capitalista del Sur es endógena y *dependiente* a la acumulación del Norte; el Sur cubre sus déficits comerciales con préstamos concedidos por el Norte; los flujos económicos internacionales solo incluyen flujos comerciales y flujos de deuda del Sur; ambas regiones representan economías abiertas sin gobierno; la productividad laboral y la población disponible para trabajar crecen a tasas constantes en las dos regiones (otros supuestos se exponen durante el desarrollo del modelo).

Tomando estos supuestos iniciales como base, el modelo NSDD se describe en tres partes. La *primera parte* expone un esquema de interacciones económicas Norte-Sur desde una versión simplificada del modelo de Dutt (1989), con el cual se obtienen expresiones para la tasa de crecimiento del capital del Sur (dependiente de la tasa de crecimiento del Norte) y para los términos de intercambio, asumiendo que la distribución del ingreso en ambas regiones es constante. En la *segunda parte* del modelo se incluye la dinámica de la acumulación capitalista del Norte y de la deuda externa del Sur para obtener un sistema dinámico con dos variables endógenas: la composición regional del capital (ratio entre el stock de capital del Norte y del Sur) y el endeudamiento relativo del Sur (ratio entre stocks de deuda y de capital del Sur), siendo las mismas variables endógenas que aquellas estudiadas en el sistema dinámico bidimensional de Dutt (1989) (donde se sigue asumiendo una distribución del ingreso constante). El estudio analítico de este sistema dinámico bidimensional demuestra la existencia de un equilibrio estable cuando la tasa de interés de la deuda externa del Sur cae por debajo de un determinado umbral;

⁹⁰ Para un modelo Norte-Sur que incluye en su dinámica la movilidad de trabajadores entre diferentes regiones (así como entre diferentes sectores dentro de una misma región), ver Spinola (2020).

⁹¹ Un modelo más realista podría considerar al Estado como otro agente que adquiere deuda externa para financiar la acumulación de capital en el Sur.

en cambio, para una tasa de interés por encima de ese umbral se demuestra el surgimiento de un equilibrio inestable con crecimiento perpetuo del endeudamiento relativo del Sur (pudiendo incluso nacer una crisis de deuda externa sureña). Finalmente, en la *tercera parte* del modelo se abandona el supuesto de distribución constante del ingreso al incluir curvas de Phillips del salario real –al estilo del modelo de ciclos de Goodwin (1967)– vigentes al interior de cada región; es decir, tanto en el Norte como en el Sur se incluye la posibilidad de que el salario real cambie según el poder de negociación obrero representado en la tasa de empleo (como reflejo indirecto del papel que cumple el ejército laboral de reserva, tal como se ha expuesto en capítulos anteriores). Como resultado de incluir estas dinámicas salariales, se obtiene un *sistema dinámico de seis ecuaciones diferenciales* con las siguientes variables endógenas: participaciones salariales y tasas de empleo tanto para el Norte como para el Sur, composición regional del capital y endeudamiento relativo del Sur. El estudio preliminar de este sistema con simulaciones numéricas sugiere algunos patrones relevantes, incluyendo la existencia de *ciclos distributivos simultáneos* en el Norte y el Sur, la tendencia a que un aumento de la tasa de interés de la deuda externa del Sur deteriore los ciclos sureños en perjuicio de su clase trabajadora (y en beneficio de la clase trabajadora del Norte), y la posibilidad de que los ciclos se vuelvan cada vez más estables cuando los trabajadores del Sur tienen menor poder de negociación que los trabajadores del Norte (patrones que deberán estudiarse en términos analíticos más profundos para poder aceptar su generalidad).

4.3.1. Esquema general Norte-Sur y un acercamiento a la dependencia

Asumamos dos regiones, el Norte ($i = 1$) y el Sur ($i = 2$). Siguiendo a Dutt (1989), el Norte produce tanto bienes de consumo como de capital, en cambio el Sur solo produce bienes de consumo. El nivel de producción de cada región Q_i sigue una tecnología de Leontief:

$$Q_i = q_i L_i, \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

Donde q_i es la productividad (media) del trabajo y L_i representa al uso efectivo de fuerza de trabajo (medido en horas con una intensidad de trabajo promedio). Por simplicidad, asumimos que tanto el Norte como el Sur emplean *toda su capacidad instalada* siguiendo una razón capital-producto constante σ_i :

$$\sigma_i = \frac{K_i}{Q_i}, \quad i = 1,2 \quad (2)$$

Donde K_i representa al stock de capital instalado en la región i . Este supuesto puede interpretarse como una situación de *largo plazo* donde la producción de todas las regiones se aproxima a su nivel *potencial*.

Asumimos también que los precios se miden en términos de una sola divisa común y, por simplicidad, el tipo de cambio es igual a la unidad. A su vez, *no hay movilidad de empleo* a nivel internacional, los trabajadores reciben un salario nominal w_i por hora de trabajo al final de la producción, y no ahorran. Por su parte, el ingreso proveniente de la producción se distribuye entre trabajadores y capitalistas de la siguiente forma:

$$p_i Q_i = w_i L_i + r_i p_1 K_i, \quad i = 1,2 \quad (3)$$

Donde p_i es el nivel de precios y r_i es la *tasa de ganancia bruta* de los capitalistas de la región i . Nótese que el bien de capital K_i siempre se mide en precios del Norte p_1 pues es la única región que lo produce.

En este modelo los capitalistas del Sur piden préstamos a los capitalistas del Norte para financiar su expansión de capital. Por ende, el *ingreso neto* de las clases capitalistas debe tomar en cuenta el efecto de los flujos de la deuda externa sureña. Así, el ingreso neto de los capitalistas del Sur es igual a la diferencia entre la ganancia bruta que obtienen desde la producción y los *intereses* que pagan a los capitalistas del Norte. En ese sentido, definamos a D_2 como la *deuda externa del Sur* medida en términos de los bienes del Norte, y definamos a τ como la *tasa de interés* pagada por esa deuda externa. Sobre esta tasa de interés Dutt (1989, 216) sugiere que se la puede interpretar como un *reflejo* del *poder de negociación* entre los prestamistas y las instituciones que representan a los prestatarios; sin embargo, cabe aclarar que la tasa τ no solo responde al poder de negociación Norte-Sur, sino que también puede reflejar la percepción de los mercados internacionales sobre factores económico-políticos endógenos de los países del Sur, así como los efectos causados por shocks exógenos (p.ej. precio de materias primas), costos de financiamiento, política monetaria del Norte (e incluso del Sur), entre otros aspectos que van más allá del presente trabajo y se dejan para discusiones futuras.

Dado que los bienes producidos en el Norte pueden emplearse tanto para el consumo como para la inversión, entonces su demanda agregada incluye una demanda doméstica de consumo Q_{1CD} , una demanda externa de consumo Q_{1CF} , una demanda doméstica de inversión Q_{1KD} y una demanda externa de inversión Q_{1KF} . Como el equilibrio en el mercado de bienes norteros requiere que su *exceso de demanda* sea nulo, entonces dicho equilibrio requiere que:

$$Q_{1CD} + Q_{1CF} + Q_{1KD} + Q_{1KF} - Q_1 = 0 \quad (4)$$

Por otro lado, como los bienes producidos en el Sur pueden emplearse solo para el consumo, su demanda agregada incluye solo una demanda doméstica y una demanda externa de consumo, representadas por Q_{2CD} y Q_{2CF} respectivamente. Así, el equilibrio en el mercado de bienes sureños se da cuando su exceso de demanda se desvanece, es decir, cuando se cumple con:

$$Q_{2CD} + Q_{2CF} - Q_2 = 0 \quad (5)$$

Entrando en el detalle de las demandas de consumo, asumamos que las clases sociales del Norte dividen su gasto de consumo en una fracción a destinada a adquirir bienes extranjeros (del Sur) y una fracción $1 - a$ destinada a adquirir bienes locales (del Norte). Por ende, los montos de dinero que representan a la demanda doméstica de consumo de bienes norteros $p_1 Q_{1CD}$ y a la demanda externa de consumo de bienes sureños $p_2 Q_{2CF}$ respectivamente son:

$$p_1 Q_{1CD} = (1 - a)[w_1 L_1 + (1 - s_1)(r_1 p_1 K_1 + \tau p_1 D_2)] \quad (6)$$

$$p_2 Q_{2CF} = a[w_1 L_1 + (1 - s_1)(r_1 p_1 K_1 + \tau p_1 D_2)] \quad (7)$$

Donde s_i ($0 \leq s_i \leq 1$) es la tasa de ahorro de los capitalistas de la región i considerando el supuesto de que solo los capitalistas ahorran, mientras que $r_1 p_1 K_1 + \tau p_1 D_2$ representa al ingreso neto de los capitalistas del Norte (ganancias brutas $r_1 p_1 K_1$ más intereses recibidos de la deuda externa del Sur $\tau p_1 D_2$).

De forma análoga, las clases sociales del Sur dividen su gasto de consumo en una fracción b para adquirir bienes extranjeros (del Norte) y una fracción $1 - b$ para adquirir bienes locales (del Sur). Dicha distribución implica que los montos de dinero que representan a la demanda doméstica de

consumo de bienes sureños $p_2 Q_{2CD}$ y a la demanda externa de consumo de bienes norteños $p_1 Q_{1CF}$ son respectivamente:

$$p_2 Q_{2CD} = (1 - b)[w_2 L_2 + (1 - s_2)(r_2 p_1 K_2 - \tau p_1 D_2)] \quad (8)$$

$$p_1 Q_{1CF} = b[w_2 L_2 + (1 - s_2)(r_2 p_1 K_2 - \tau p_1 D_2)] \quad (9)$$

Donde $r_2 p_1 K_2 - \tau p_1 D_2$ representa a los ingresos netos de los capitalistas del Sur (ganancias brutas $r_2 p_1 K_2$ menos intereses pagados por la deuda externa $\tau p_1 D_2$).

En cuanto a la acumulación de capital, la demanda doméstica para la inversión de bienes del Norte Q_{1KD} recoge a la demanda realizada por los capitalistas del mismo Norte, mientras que la demanda externa realizada de bienes del Norte para la inversión Q_{1KF} es realizada por los capitalistas del Sur:

$$Q_{1KD} = g_1 K_1 \quad (10)$$

$$Q_{1KF} = g_2 K_2 \quad (11)$$

Donde g_i es la tasa de crecimiento del stock de capital K_i (también es igual a la tasa de crecimiento del producto Q_i debido a que existe una relación capital-producto constante).

Pasemos a definir variables adicionales asociadas a la distribución y el empleo. Así, nombremos a ω_i como la *participación salarial en el producto* y a l_i como la *tasa de empleo* de cada región, definidos como:

$$\omega_i = \frac{w_i L_i}{p_i Q_i}, \quad 0 < \omega_i < 1, \quad i = 1, 2 \quad (12)$$

$$l_i = \frac{L_i}{N_i}, \quad 0 < l_i < 1, \quad i = 1, 2 \quad (13)$$

Los cuales, por definición, quedan limitados entre 0 y 1.

Definamos también a los *términos de intercambio del Sur* como:

$$p = \frac{p_2}{p_1} \quad (14)$$

Donde se asume que el tipo de cambio es igual a la unidad.

Por su parte, definamos al *salario real* de cada región como:

$$v_i = \left(\frac{w_i}{p_i}\right) \left[(1-a) + \frac{a}{p}\right]^{2-i} [(1-b) + bp]^{i-1}, \quad i = 1, 2 \quad (15)$$

Esta definición hace un ajuste de precios según la distribución que los trabajadores de cada región realizan de su gasto de consumo entre bienes locales y extranjeros.⁹²

Siguiendo a Dutt (1989), definamos a f como la proporción entre la deuda externa y el stock de capital del Sur, variable que sirve como proxy del nivel de endeudamiento sureño en términos relativos a su stock de capital:

$$f = \frac{D_2}{K_2} \quad (16)$$

Definamos también a la *composición regional de capital* como la ratio entre el stock de capital del Norte y del Sur:

$$k = \frac{K_1}{K_2} \quad (17)$$

Para cerrar este esquema, definamos al déficit comercial del Sur B_2 (igual al superávit comercial del Norte) en términos del bien del Norte (ver Dutt 1989; 1990) como:

$$B_2 = (Q_{1CF} + Q_{1KF}) - pQ_{2CF} \quad (18)$$

⁹² Haciendo $i = 1$ en (15) se obtiene $v_1 = w_1 \left[\frac{(1-a)}{p_1} + \frac{a}{p_2}\right]$, mientras que $i = 2$ en (15) genera $v_2 = w_2 \left[\frac{(1-b)}{p_2} + \frac{b}{p_1}\right]$.

Es decir, la expresión (15) define al salario real como un salario ponderado por el gasto real que los trabajadores hacen entre bienes locales y bienes importados. Para una formulación alternativa del salario real en un contexto Norte-Sur, ver Dutt (1990).

Donde $(Q_{1CF} + Q_{1KF})$ representa a las importaciones del Sur en bienes de consumo y de capital respectivamente y pQ_{2CF} representa sus exportaciones de bienes de consumo, todo medido en precios del bien del Norte. Aquí asumimos que el Sur cubre su déficit comercial por medio de *préstamos* concedidos por el Norte. Asimismo, se asume que la tasa de crecimiento del capital del Sur g_2 se ajusta *endógenamente* a las restricciones que impone la balanza de pagos (es decir, a las restricciones asociadas al déficit comercial y el acceso a deuda externa).⁹³ En este punto surge una diferencia con el modelo original de Dutt (1989), el cual asume que el capital del Sur crece de forma exógena para permitir que el Norte mantenga su actividad económica a un nivel de producción diferente a su capacidad máxima instalada. Por simplicidad, en este artículo se omite la discusión sobre la capacidad instalada, tema que se deja para una discusión futura más profunda.

Las expresiones (1) a (18) conforman un sistema de ecuaciones desde el cual se puede deducir los valores de la tasa de crecimiento del capital del Sur g_2 y de los términos de intercambio p . Para el caso simplificado donde los capitalistas ahorran todas sus ganancias ($s_1 = s_2 = 1$) y las clases sociales del Sur destinan todo su gasto de consumo en bienes importados desde el Norte ($b = 1$) (supuestos que permiten reducir el tamaño del modelo sin perder su dinámica más relevante), se obtienen los siguientes resultados:⁹⁴

$$g_2 = \frac{k\{(1 - \omega_1) + a\omega_1(1 - \omega_2) - \sigma_1 g_1\}}{\sigma_1} \quad (19)$$

$$p = \frac{a\sigma_2 k \omega_1}{\sigma_1} \quad (20)$$

La expresión (19) ilustra cómo, bajo las condiciones planteadas en este texto, la expansión de capital del Sur g_2 queda *condicionada* al comportamiento de la expansión de capital del Norte g_1 . De hecho, el crecimiento del Norte presiona *a la baja* a la expansión del Sur. Este resultado parece cercano a la intuición planteada por autores como Dos Santos (1970) al hablar sobre la

⁹³ A más de deuda externa podrían considerarse otros flujos como, por ejemplo, las ganancias de la inversión extranjera. Para un ejemplo, ver Dutt (1990).

⁹⁴ Todos los resultados y simulaciones del modelo NSDD se obtuvieron con *Wolfram Mathematica*. El cuaderno que incluye la automatización de los procedimientos y resultados (y desde el cual se pueden estudiar casos más complejos) puede obtenerse contactando al autor de este trabajo.

condición de *dependencia* de una economía (ver sección 4.2.2). Es decir, la tasa de crecimiento del capital del Norte g_1 puede definirse de manera “autónoma”, a diferencia de la tasa de crecimiento del capital del Sur g_2 que se define de forma “condicionada” a la expansión del Norte.

4.3.2. Dinámica entre composición regional del capital y endeudamiento externo

Para agregar un comportamiento dinámico al modelo, se incluyen expresiones adicionales asociadas al comportamiento de la acumulación de capital del Norte y el endeudamiento del Sur. En concreto, si se toma la expresión (17) y se aplican *derivadas temporales* se obtiene que la tasa de crecimiento de la composición regional del capital k es igual a la diferencia entre las tasas de crecimiento del stock de capital de cada región, es decir:

$$\frac{k'}{k} = g_1 - g_2 \quad (21)$$

Donde $x' = dx/dt$ es la derivada de la variable x con respecto al tiempo (derivada temporal), y $g_i = K'_i/K_i$. A su vez, similar a la propuesta de Darity (1987, 214), definamos a la *tasa de ganancia neta* de los capitalistas del Norte como:

$$\pi_1 = \frac{r_1 p_1 K_1 + \tau p_1 D_2}{p_1 K_1} = r_1 + \frac{\tau f}{k} \quad (22)$$

Así, la tasa neta de ganancia neta π_1 es igual a la tasa de ganancia bruta r_1 más los ingresos que los capitalistas del Norte obtienen por el pago de intereses de la deuda sureña y que se representa en términos proporcionales como $\tau f/k$.

Igualmente, asumamos que la decisión *autónoma* de los capitalistas del Norte sobre el crecimiento de su stock de capital se puede representar con la siguiente *función de inversión*:

$$g_1 = \gamma_0 + \gamma_1 \pi_1, \quad \gamma_0, \gamma_1 > 0, \quad \gamma_1 < s_1 \leq 1 \quad (23)$$

Donde los parámetros γ_0, γ_1 representan la tendencia de los capitalistas del Norte a invertir según el comportamiento de su tasa de ganancias neta. En el caso de $\gamma_1 < s_1 \leq 1$, este supuesto implica

que la respuesta de la inversión a la tasa de ganancia es menor a la respuesta que tienen los ahorros (a la vez que la tasa de ahorros no puede superar a la unidad), en concordancia con la literatura que utiliza funciones de inversión sustentadas en la tasa de ganancia (ver Araujo y Teixeira 2015). En el contexto de este trabajo, el supuesto $\gamma_1 < s_1 \leq 1$ intenta representar la intuición de que la acumulación de capital no requiere moverse al mismo ritmo que los ahorros del Norte, de modo que pueda existir cierto “exceso” de ahorros que puedan financiar a la acumulación capitalista del Sur a través de deuda externa.

A su vez, siguiendo a Dutt (1989, 221), para incluir la dinámica del endeudamiento externo del Sur se puede notar que el crecimiento de dicho endeudamiento depende del déficit comercial y de los pagos de intereses que realiza esta región:

$$D'_2 = B_2 + \tau D_2 \quad (24)$$

Si la deuda externa del Sur crece, eso implica que la variable proxy f definida en (16) también crece, tal como sugiere la aplicación de derivadas temporales en dicha expresión:

$$\frac{f'}{f} = \frac{D'_2}{D_2} - g_2 \quad (25)$$

Combinando (21) a (25) con (1) a (18) se puede plantear un sistema de ecuaciones dinámicas para las variables k y f . En el caso simplificado cuando $s_1 = s_2 = 1$, $b = 1$ y $\gamma_0 = 0$, el sistema toma la siguiente forma:

$$k' = \frac{\sigma_1 \gamma_1 \tau f (1 + k) - k \{k[(1 - \omega_1)(1 - \gamma_1) + a\omega_1(1 - \omega_2)] - \gamma_1(1 - \omega_1)\}}{\sigma_1} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} f' \\ = \frac{\sigma_1 \tau f [\gamma_1 f + (1 - \gamma_1)] - k \{f[(1 - \omega_1)(1 - \gamma_1) + a\omega_1(1 - \omega_2)] - (1 - \gamma_1)(1 - \omega_1)\}}{\sigma_1} \end{aligned} \quad (27)$$

Para entender el comportamiento de este sistema dinámico se puede estudiar analíticamente sus *líneas nulas*, es decir, estudiar aquellas regiones definidas por los pares (k, f) tales que provocan

que las variables endógenas no tengan movimiento ($k' = 0$ y $f' = 0$). Por un lado, para $k' = 0$ la ecuación (26) genera la siguiente línea nula:

$$k' = 0 \leftrightarrow f^n = \frac{k\{k[(1 - \omega_1)(1 - \gamma_1) + a\omega_1(1 - \omega_2)] - \gamma_1(1 - \omega_1)\}}{\sigma_1\gamma_1\tau(1 + k)} \quad (28)$$

Como buscamos estudiar el caso donde el Sur requiere de endeudamiento externo para financiar su acumulación de capital, entonces nos enfocamos en los valores positivos de la línea nula dada por (28) ($f^n > 0$), los cuales se garantizan con la siguiente condición:

$$f^n > 0 \leftrightarrow k > k^A = \frac{\gamma_1(1 - \omega_1)}{(1 - \omega_1)(1 - \gamma_1) + a\omega_1(1 - \omega_2)} \quad (29)$$

Donde las definiciones de γ_1 , ω_1 y ω_2 implican que $k^A > 0$.

A más de garantizar valores positivos para el endeudamiento, la condición planteada en la expresión (29) implica que la primera derivada de la línea nula con respecto a k es positiva.

Dicha derivada es:

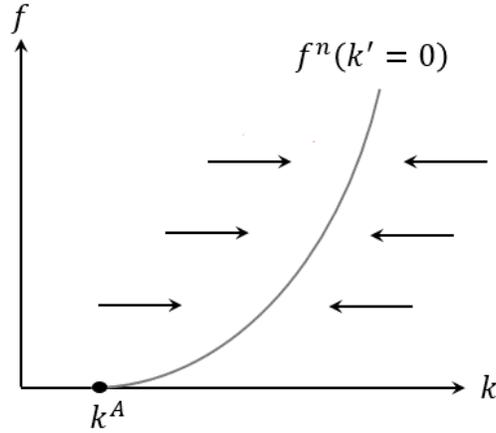
$$\frac{\partial f^n}{\partial k} = \frac{k(2 + k)[(1 - \omega_1)(1 - \gamma_1) + a\omega_1(1 - \omega_2)] - \gamma_1(1 - \omega_1)}{\sigma_1\gamma_1\tau(1 + k)^2} \quad (30)$$

Por su parte, la definición de ω_1 , ω_2 garantiza que la segunda derivada de la línea nula con respecto a k también es positiva. Esta segunda derivada es:

$$\frac{\partial^2 f^n}{\partial k^2} = \frac{2[(1 - \omega_1) + a\omega_1(1 - \omega_2)]}{\sigma_1\gamma_1\tau(1 + k)^3} \quad (31)$$

En otras palabras, cuando la línea nula dada en (28) con la cual se garantiza que $k' = 0$ es una *función positiva*, también se cumple que la *función es creciente y convexa* para valores $k > k^A$. Esta línea nula, junto con la dinámica de la composición regional del capital k , se representa en la figura 4.1.

Figura 4.1. Línea nula para $k' = 0$ y dinámica de la composición regional de capital k



Elaborado por el autor.

Por otro lado, para $f' = 0$ la ecuación (27) genera la siguiente línea nula:

$$f' = 0 \leftrightarrow k^n = \frac{\sigma_1 \tau f [\gamma_1 f + (1 - \gamma_1)]}{f [(1 - \gamma_1)(1 - \omega_1) + a\omega_1(1 - \omega_2)] - (1 - \omega_1)(1 - \gamma_1)} \quad (32)$$

Como solo tiene sentido económico un valor positivo para la composición regional del capital, nos concentramos en los valores positivos de la línea nula dada por (32) ($k^n > 0$), los cuales se garantizan con la siguiente condición:

$$k^n > 0 \leftrightarrow f > f^B = \frac{(1 - \gamma_1)(1 - \omega_1)}{(1 - \gamma_1)(1 - \omega_1) + a\omega_1(1 - \omega_2)} \quad (33)$$

Donde las definiciones de $\gamma_1, \omega_1, \omega_2$ implican que $f^B > 0$. De hecho, cuando f tiende a f^B por la derecha, la línea nula representada por k^n tiende al infinito; es decir, f^B es una *asíntota* de la línea nula representada en (32). También cabe indicar que la condición (33) no garantiza el signo de la primera derivada de la línea nula (32) con respecto a f , la cual es igual a:

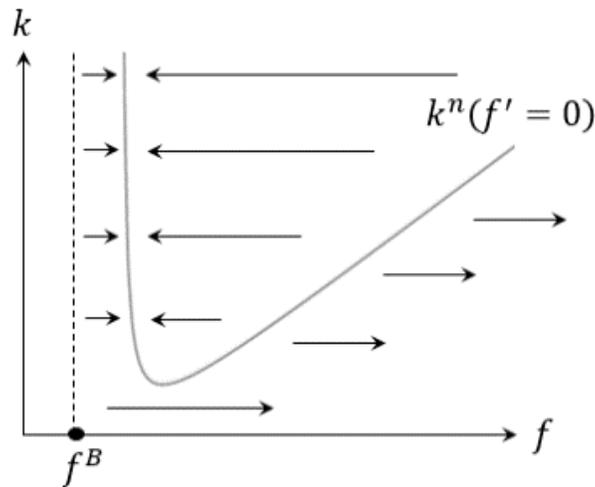
$$\begin{aligned} & \frac{\partial k^n}{\partial f} \\ &= \frac{\sigma_1 \tau \{ \gamma_1 f^2 [(1 - \gamma_1)(1 - \omega_1) + a\omega_1(1 - \omega_2)] - (1 - \gamma_1)(1 - \omega_1) [2\gamma_1 f + (1 - \gamma_1)] \}}{\{ f [(1 - \gamma_1)(1 - \omega_1) + a\omega_1(1 - \omega_2)] - (1 - \gamma_1)(1 - \omega_1) \}^2} \end{aligned} \quad (34)$$

Esta derivada puede tomar valores positivos o negativos dependiendo de f , e incluso existen valores para los cuales esta primera derivada se anula.⁹⁵ Lo que sí se puede garantizar con la condición (33) es que la segunda derivada de la línea nula con respecto a k es *positiva*. Dicha derivada es:

$$\frac{\partial^2 k^n}{\partial f^2} = \frac{2\sigma_1\tau(1-\omega_1)(1-\gamma_1)^2[(1-\omega_1) + a\omega_1(1-\omega_2)]}{\{f[(1-\gamma_1)(1-\omega_1) + a\omega_1(1-\omega_2)] - (1-\gamma_1)(1-\omega_1)\}^3} \quad (35)$$

Así, cuando la línea nula planteada en (32) que garantiza $f' = 0$ es una *función positiva*, también se cumple que la *función es convexa* para valores $f > f^B$ (e incluso existe un valor mínimo). Esta línea nula, junto con la dinámica que presenta la variable proxy al endeudamiento del Sur, se representa en la figura 4.2.

Figura 4.2. Línea nula para $f' = 0$ y dinámica del endeudamiento del Sur f



Elaborado por el autor.

Resolviendo el sistema de ecuaciones formado por las líneas nulas (28) y (32) se obtiene el punto de equilibrio $E = (k^*, f^*)$ que está dado en términos analíticos por las expresiones (36) y (37) y se representa en términos gráficos en la figura 4.3. Dicha figura combina los comportamientos

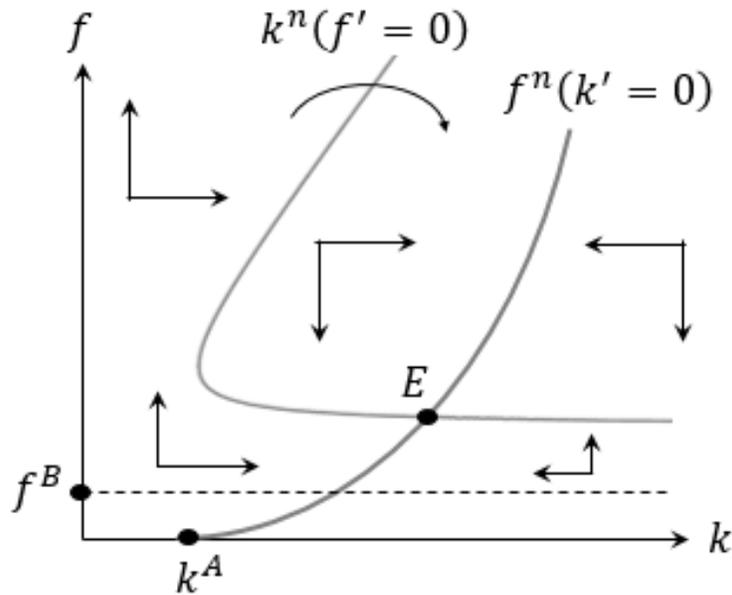
⁹⁵ Los valores que anulan a la derivada escrita en (34) pueden revisarse en el respectivo libro elaborado en *Wolfram Mathematica* al que puede accederse contactando al autor.

dinámicos de las figuras 4.1 y 4.2 y sugiere que el equilibrio E muestra un comportamiento *estable*.

$$k^* = \frac{\sigma_1 \tau (1 - \gamma_1) + \gamma_1 (1 - \omega_1)}{(1 - \gamma_1)(1 - \omega_1) + a \omega_1 (1 - \omega_2) - \tau \sigma_1 (1 - \gamma_1)} \quad (36)$$

$$f^* = \left(\frac{1 - \gamma_1}{\gamma_1} \right) \left[\frac{\sigma_1 \tau (1 - \gamma_1) + \gamma_1 (1 - \omega_1)}{(1 - \gamma_1)(1 - \omega_1) + a \omega_1 (1 - \omega_2) - \tau \sigma_1 (1 - \gamma_1)} \right] \quad (37)$$

Figura 4.3. Dinámica estable entre composición regional del capital k y endeudamiento del Sur f (tasa de interés baja, $\tau < \tau^*$)



Elaborado por el autor.

Nótese que el punto de equilibrio E es positivo ($k^* > 0, f^* > 0$) cuando la tasa de interés cumple con la siguiente condición:

$$\tau < \tau^* = \frac{(1 - \gamma_1)(1 - \omega_1) + a \omega_1 (1 - \omega_2)}{\sigma_1 (1 - \gamma_1)} \quad (38)$$

Donde las definiciones de $\gamma_1, \omega_1, \omega_2$ garantizan que el término τ^* siempre es positivo.

Para confirmar la estabilidad del punto de equilibrio positivo E se puede notar que la *matriz Jacobiana* del sistema (26)-(27) evaluada en dicho punto posee los siguientes valores en términos de traza y determinante:

$$T = -2 \left[\frac{\sigma_1 \tau (1 - \gamma_1) + \gamma_1 (1 - \omega_1)}{\sigma_1} \right] \quad (39)$$

$$\Delta = \left[\frac{\sigma_1 \tau (1 - \gamma_1) + \gamma_1 (1 - \omega_1)}{\sigma_1} \right]^2 \quad (40)$$

Donde las definiciones de $\gamma_1, \omega_1, \omega_2$ garantizan que la *traza es negativa* ($T < 0$) y el *determinante es positivo* ($\Delta > 0$), verificando analíticamente que el punto de equilibrio es *estable*. Además, como $\Delta = T^2/4$, entonces por la teoría de los sistemas dinámicos en dos dimensiones (Strogatz 2018) se sabe que el sistema (26)-(27) posee un *equilibrio estable degenerado*⁹⁶. En la figura 4.4 se presentan algunas simulaciones numéricas que confirman esta dinámica estable y degenerada entre la composición regional del capital k y la variable proxy al endeudamiento del Sur f para diferentes valores de la tasa de interés τ .⁹⁷

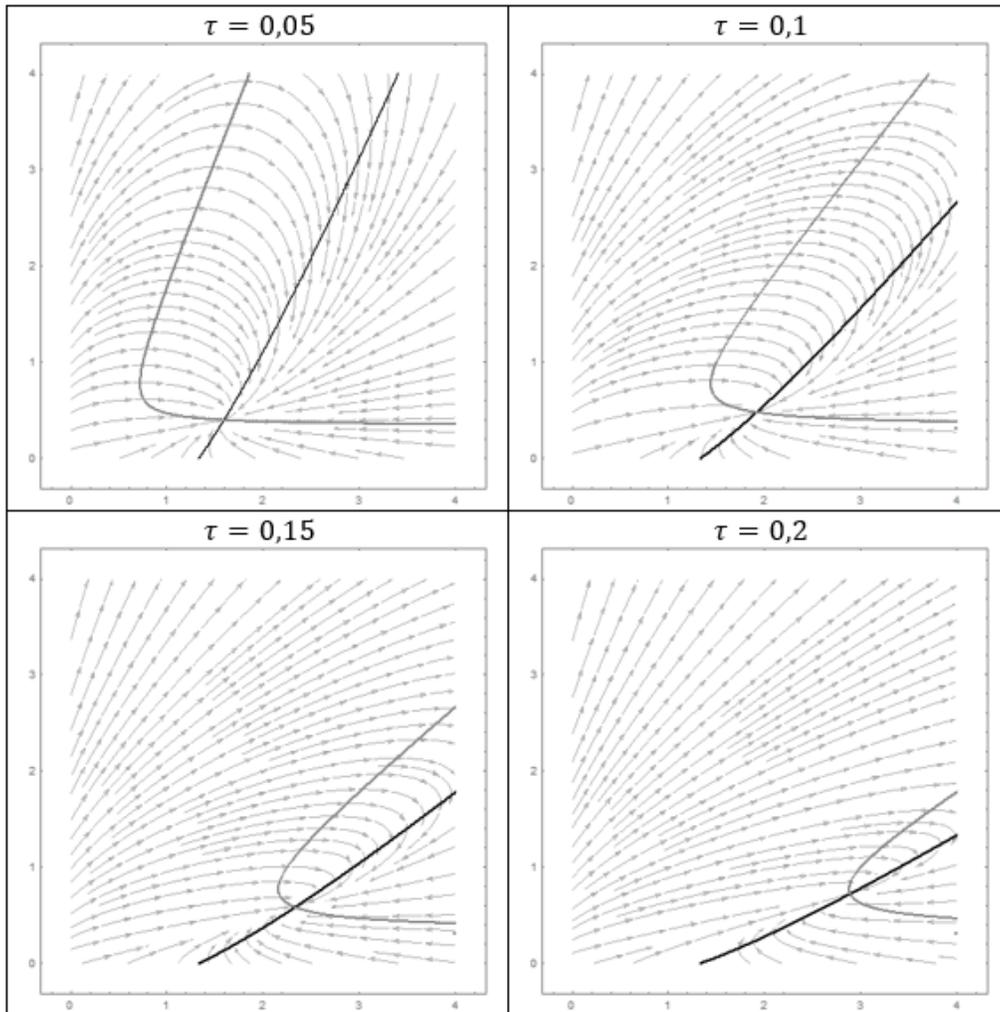
A partir de las simulaciones numéricas de la figura 4.4 se nota que el incremento de la tasa de interés *mueve* al punto de equilibrio. De hecho, al revisar las líneas nulas representadas en las expresiones (28) y (32) se nota que un aumento de la tasa de interés ($\uparrow \tau$) tiende a desplazar *hacia abajo* a la línea nula representada en f^n y desplaza *hacia la derecha* a la línea nula representada en k^n , tal como sugiere la figura 4.5. Si ese incremento de la tasa de interés es lo suficientemente amplio, al punto que $\tau > \tau^*$, incluso puede suceder que *no exista un punto de corte positivo entre las líneas nulas* y, más bien, surja una *dinámica inestable* donde, a largo plazo, crecen tanto la composición regional del capital (en beneficio del Norte) y el endeudamiento externo relativo del

⁹⁶ A partir de la descripción de Strogatz (2018, pp.137-138), puede decirse que un *equilibrio estable degenerado* es un “caso límite” entre un equilibrio estable que genera trayectorias en *espiral* y un equilibrio estable que genera trayectorias con dinámica *monótona*.

⁹⁷ En este caso los valores asignados a la tasa de interés son únicamente referenciales e ilustran el comportamiento demostrado en términos analíticos.

Sur (crisis de deuda del Sur), como se sugiere analíticamente en la figura 4.6 y con simulaciones numéricas en la figura 4.7.

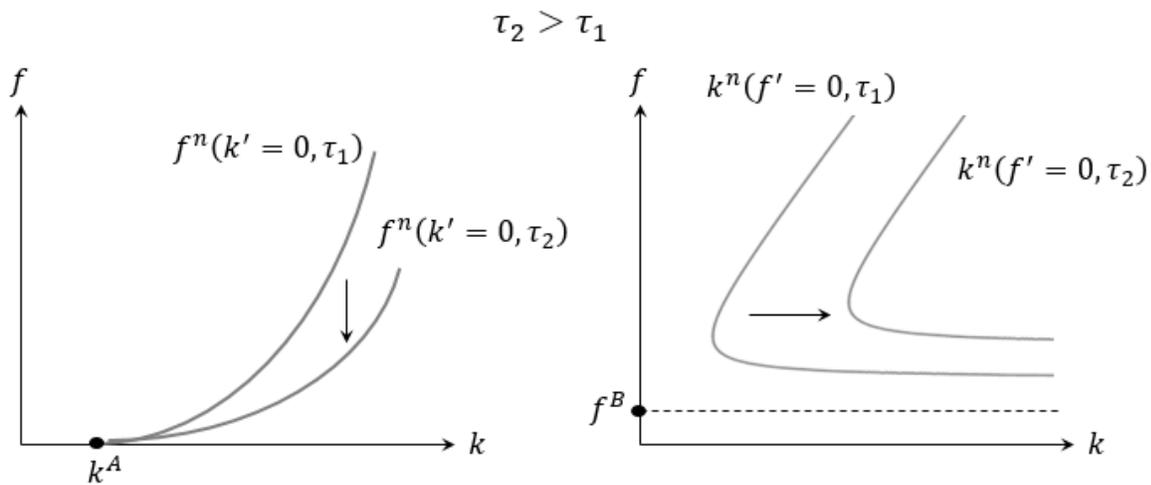
Figura 4.4. Simulaciones del sistema $k-f$ con dinámica estable (tasa de interés baja, $\tau < \tau^*$)



Elaborado por el autor.

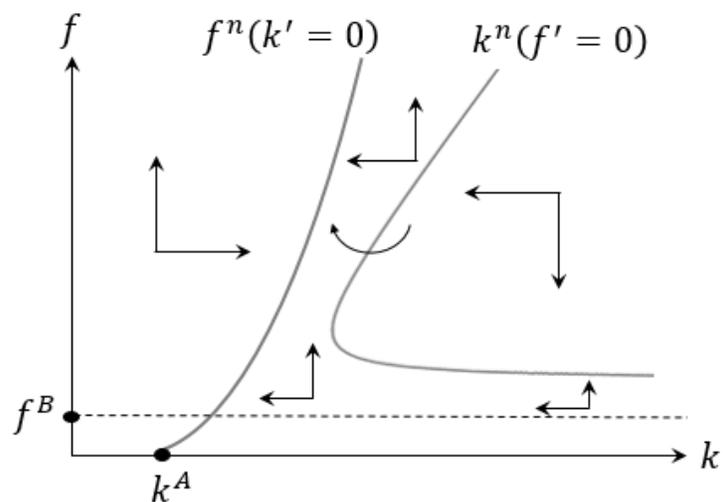
Nota: simulaciones numéricas con parámetros $a = 0,8, \gamma_1 = 0,8, \sigma_1 = \sigma_2 = 3, \omega_1 = \omega_2 = 0.5$

Figura 4.5. Impacto de aumento de la tasa de interés en líneas nulas y dinámica k, f



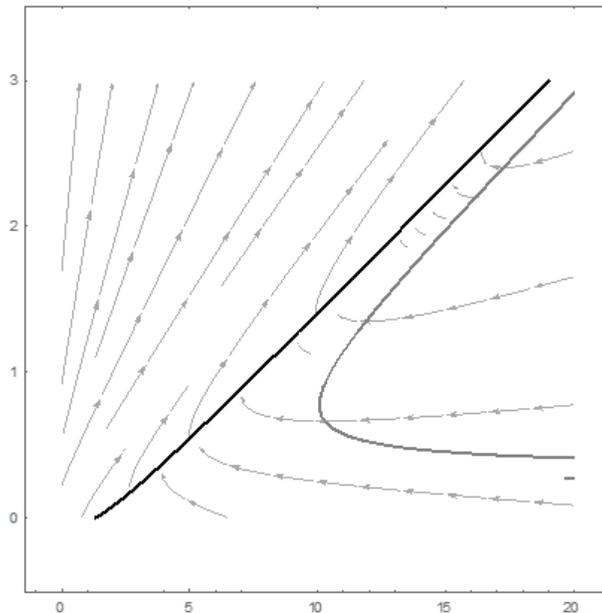
Elaborado por el autor.

Figura 4.6. Dinámica inestable entre composición regional del capital k y endeudamiento del Sur f (tasa de interés alta, $\tau > \tau^*$)



Elaborado por el autor.

Figura 4.7. Simulaciones del sistema $k - f$ con dinámica inestable (tasa de interés alta, $\tau > \tau^*$)



Elaborado por el autor.

Nota: simulaciones numéricas con parámetros $a = 0,8, \gamma_1 = 0,8, \sigma_1 = \sigma_2 = 3, \omega_1 = \omega_2 = 0.5, \tau = 0.7, \tau^* = 0,583 \dots$

En resumen, si la tasa de interés τ es lo suficientemente baja como para cumplir la condición (38) ($\tau < \tau^*$), entonces el sistema dinámico (26)-(27) posee un equilibrio $E = (k^*, f^*)$ positivo y estable definido por las expresiones (36)-(37). En contraste, si la tasa de interés es tan alta que supera a τ^* y deja de cumplir con la condición (38), surge una dinámica inestable donde, a largo plazo, el Norte hace crecer su capital a un ritmo más acelerado que el Sur (aumenta la composición regional del capital) al mismo tiempo que el endeudamiento externo sureño crece de forma indefinida. Estos resultados sugieren que la estabilidad de la deuda externa que el Sur requiere para financiar su acumulación de capital es *altamente dependiente del comportamiento de la tasa de interés de su deuda externa*. Aquí puede plantearse la *hipótesis* de que, si las instituciones que representan a los prestamistas del Norte pueden controlar autónomamente la tasa τ según sus propios intereses, entonces el Norte puede ejercer un importante *poder*

estructural sobre la estabilidad de la deuda del Sur, siguiendo en cierta forma las intuiciones sugeridas por Dutt (1989) (ver sección 4.2.3). De hecho, él refuerza esta interpretación planteando que la tasa de interés podría incluso aumentar a medida que crece el endeudamiento del Sur (es decir $\tau = \tau(f)$ con $\partial\tau/\partial f > 0$) debido a la percepción que tiene el Norte de un mayor riesgo de que la deuda sureña se vuelva insostenible. Se deja para un trabajo futuro esta posible extensión del artículo con una tasa de interés *endógena* para la deuda del Sur e interpretada desde una perspectiva de poder de negociación regional (quizá incluyendo el papel que cumplen instituciones internacionales como el Fondo Monetario Internacional o similares).

Otro resultado del sistema (26)-(27) que en cambio lo diferencia de Dutt (1989) es la inclusión explícita de la participación de los trabajadores en el producto tanto del Norte como del Sur, es decir, la inclusión en el modelo de las variables ω_1, ω_2 (momentáneamente como parámetros exógenos). Este detalle es crucial pues permite combinar a las expresiones (26)-(27) con dinámicas cíclicas siguiendo la tradición del modelo de Goodwin (1967), como se plantea en la siguiente sección.

4.3.3. Ciclos distributivos y deuda: un acercamiento preliminar

En el capitalismo existen relaciones de poder entre clases sociales con importantes implicaciones en la dinámica económica. Por ejemplo, según la interpretación marxista de Goodwin (1967) (resaltada en capítulos anteriores de este trabajo), el *poder de negociación que tienen trabajadores y capitalistas* para definir el *salario real* –representado en una *curva salarial* con la forma típica de una *curva de Phillips*– tiende a generar un comportamiento cíclico tanto en la participación de los trabajadores en el producto como en la tasa de empleo; es decir, genera *ciclos distributivos* en términos de las variables ω_i y l_i .⁹⁸ Estos ciclos pueden combinarse con la dinámica de deuda planteada en la sección anterior aprovechando que todos los resultados se obtuvieron en función de las participaciones salariales ω_1 y ω_2 . Para realizar tal combinación, asumamos que tanto en el Norte como en el Sur existen curvas salariales donde la *tasa de crecimiento del salario real* depende positivamente de la tasa de empleo:

⁹⁸ Para Solow (1990), los ciclos observados en el modelo de Goodwin (1967) tendrían una duración amplia, quizá mayor a los ciclos económicos estudiados de forma convencional.

$$\frac{v'_i}{v_i} = -\rho_{0i} + \rho_{li}l_i, \quad \rho_{0i}, \rho_{li} > 0, \quad i = 1,2 \quad (41)$$

Donde ρ_{0i} representa la tendencia del salario real a estabilizarse, mientras que ρ_{li} representa la tendencia del salario real a *crecer* a causa de una mayor tasa de empleo. Así, mientras más bajo sea ρ_{0i} o mientras más alto sea ρ_{li} puede interpretarse que los trabajadores tienen un *mayor poder de negociación* que les permite exigir un mayor crecimiento del salario real para un determinado nivel de la tasa de empleo l_i .⁹⁹

Asimismo, asumamos que tanto la productividad q_i como la oferta laboral N_i crecen a tasas constantes α_i y β_i respectivamente, es decir:

$$\frac{q'_i}{q_i} = \alpha_i, \quad i = 1,2 \quad (42)$$

$$\frac{N'_i}{N_i} = \beta_i, \quad i = 1,2 \quad (43)$$

Las expresiones (1) a (18), (21) a (25) y (41) a (43) completan el modelo Norte-Sur sugerido en este texto y permiten construir un sistema dinámico complejo que describe las interacciones económicas entre ambas regiones. En concreto, del sistema (1) a (18) se pueden obtener los siguientes resultados para las tasas de empleo y los salarios reales:

$$l_1 = \frac{D_2 k}{\sigma_1 f N_1 q_1} \quad (44)$$

$$l_2 = \frac{D_2}{\sigma_2 f N_2 q_2} \quad (45)$$

$$v_1 = q_1 \left[\frac{\sigma_1}{\sigma_2 k} + \omega_1(1 - a) \right] \quad (46)$$

⁹⁹ En el modelo de Goodwin (1967) la curva salarial sirve para representar de forma *simplificada* al rol que tiene el *ejército laboral de reserva* de regular los salarios dentro del capitalismo. Para una discusión adicional en ese sentido, ver el capítulo 1.

$$v_2 = \frac{a\sigma_2 k q_2 \omega_1 \omega_2}{\sigma_1} \quad (47)$$

Al obtener las derivadas temporales de (44) a (47) y combinarlas con expresiones anteriores, se obtienen las siguientes ecuaciones dinámicas:

$$\frac{l'_1}{l_1} = \frac{k'}{k} + \frac{k[(1 - \gamma_1)(1 - \omega_1) + a\omega_1(1 - \omega_2)] - \sigma_1(\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1\tau f)}{\sigma_1} \quad (48)$$

$$\frac{l'_2}{l_2} = \frac{k[(1 - \gamma_1)(1 - \omega_1) + a\omega_1(1 - \omega_2)] - (\alpha_2 + \beta_2)\sigma_1 - \gamma_1\sigma_1\tau f}{\sigma_1} \quad (49)$$

$$\omega'_1 = \frac{\sigma_1 k' - k(\alpha_1 + \rho_{01} - \rho_{l1}l_1)[\sigma_1 + \sigma_2 k \omega_1(1 - a)]}{\sigma_2 k^2(1 - a)} \quad (50)$$

$$\frac{\omega'_2}{\omega_2} = \rho_{l2}l_2 - (\alpha_2 + \rho_{02}) - \left(\frac{k'}{k} + \frac{\omega'_1}{\omega_1}\right) \quad (51)$$

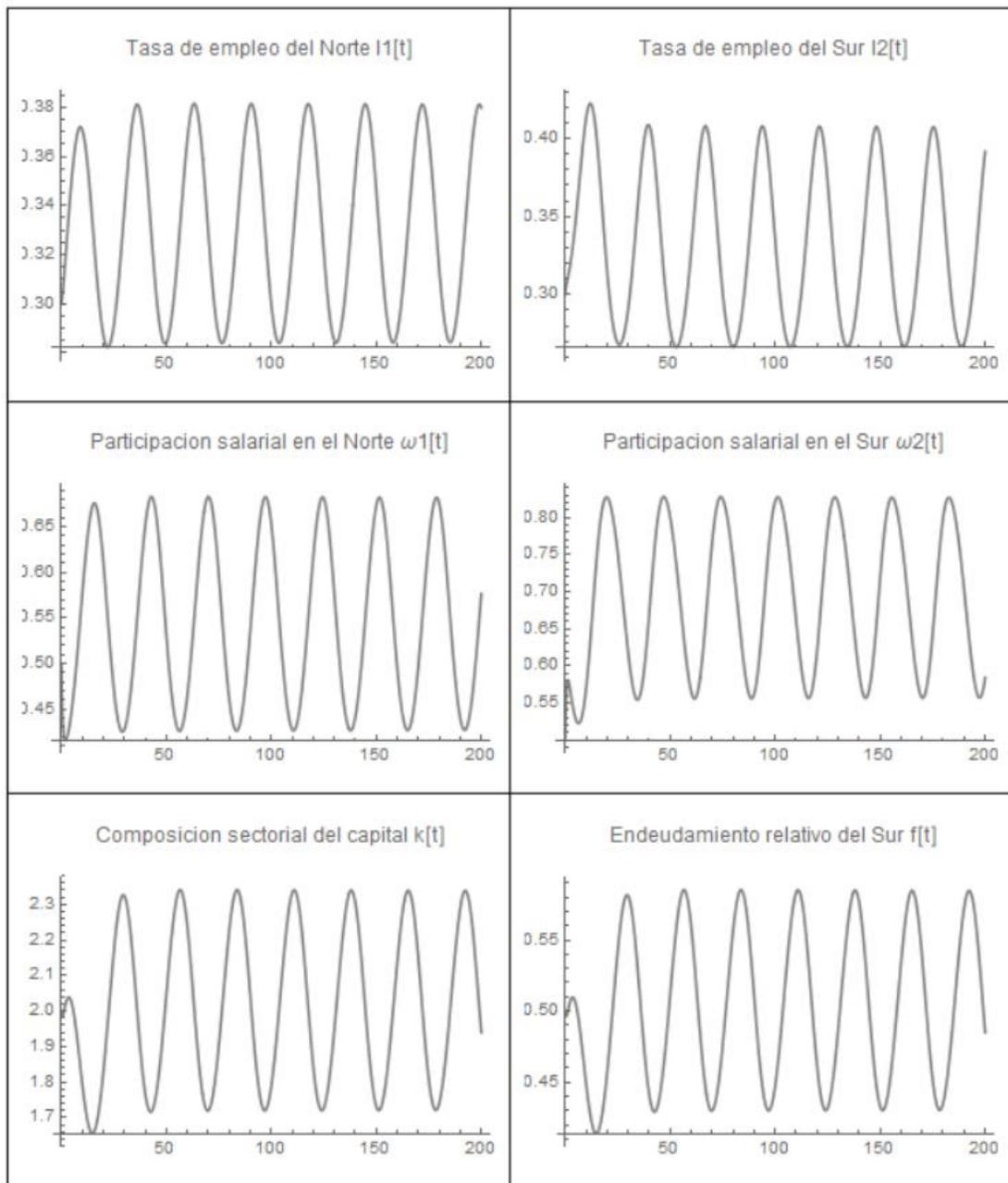
Las ecuaciones (48) a (51) junto con (26) y (27) conforman un *sistema de seis ecuaciones diferenciales con seis variables endógenas* ($l_1, l_2, \omega_1, \omega_2, k, f$) donde se combina la interacción de la composición regional del capital y el endeudamiento externo del Sur con las dinámicas distributivas de cada región. Por ende, de aquí en adelante a este sistema de ecuaciones se lo nombra como “modelo NSDD” (modelo Norte-Sur de Deuda y Distribución). Si bien la discusión rigurosa sobre la estabilidad del modelo NSDD se deja para un trabajo futuro más matemático-analítico,¹⁰⁰ simulaciones numéricas sugieren que el modelo es capaz de generar *ciclos límite estables* en todas sus variables endógenas, como muestra la figura 4.8¹⁰¹. Además, las mismas simulaciones sugieren que el modelo NSDD puede generar *ciclos distributivos estables* al estilo del modelo de Goodwin simultáneamente en el Norte y en el Sur; es decir, ciclos en sentido

¹⁰⁰ Dentro de ese trabajo futuro cabe considerar la demostración matemática de la existencia de bifurcaciones Hopf y de ciclos límite estables. Algunos ejemplos que estudian este tipo de bifurcaciones en el contexto de modelos Norte-Sur combinados con dinámicas cíclicas al estilo de Goodwin (1967) se encuentran en Spinola (2020; 2021).

¹⁰¹ Los parámetros y los valores iniciales empleados en las simulaciones numéricas del modelo NSDD son exclusivamente referenciales, y solo buscan ilustrar la existencia de ciclos distributivos simultáneos entre el Norte y el Sur y algunos patrones relevantes para futuras investigaciones. Sobre todo los parámetros se calibraron de forma tal que las participaciones salariales y las tasas de empleo del Norte y del Sur fluctúen entre 0 y 1.

horario en el espacio formado por la participación salarial y la tasa de empleo, como indica la figura 4.9.

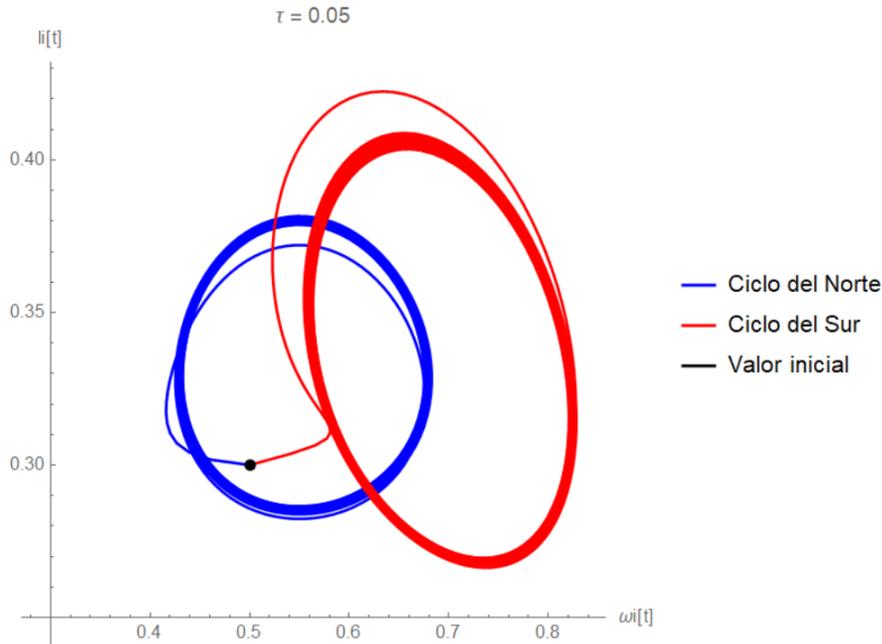
Figura 4.8. Simulación de trayectorias temporales de las variables endógenas del modelo NSDD (tasa de interés baja)



Elaborado por el autor.

Nota: simulaciones numéricas con parámetros $a = 0,8, \gamma_1 = 0,8, \sigma_1 = \sigma_2 = 3, \tau = 0.05, \alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2 = 0,065, \rho_{01} = \rho_{02} = 0,2, \rho_{l1} = \rho_{l2} = 0,8$ y condiciones iniciales $\omega_{1(t=0)} = \omega_{2(t=0)} = 0,5, l_{1(t=0)} = l_{2(t=0)} = 0,3, k_{(t=0)} = 2, f_{(t=0)} = 0,2$

Figura 4.9. Simulación de ciclos distributivos en el modelo NSDD (tasa de interés baja)



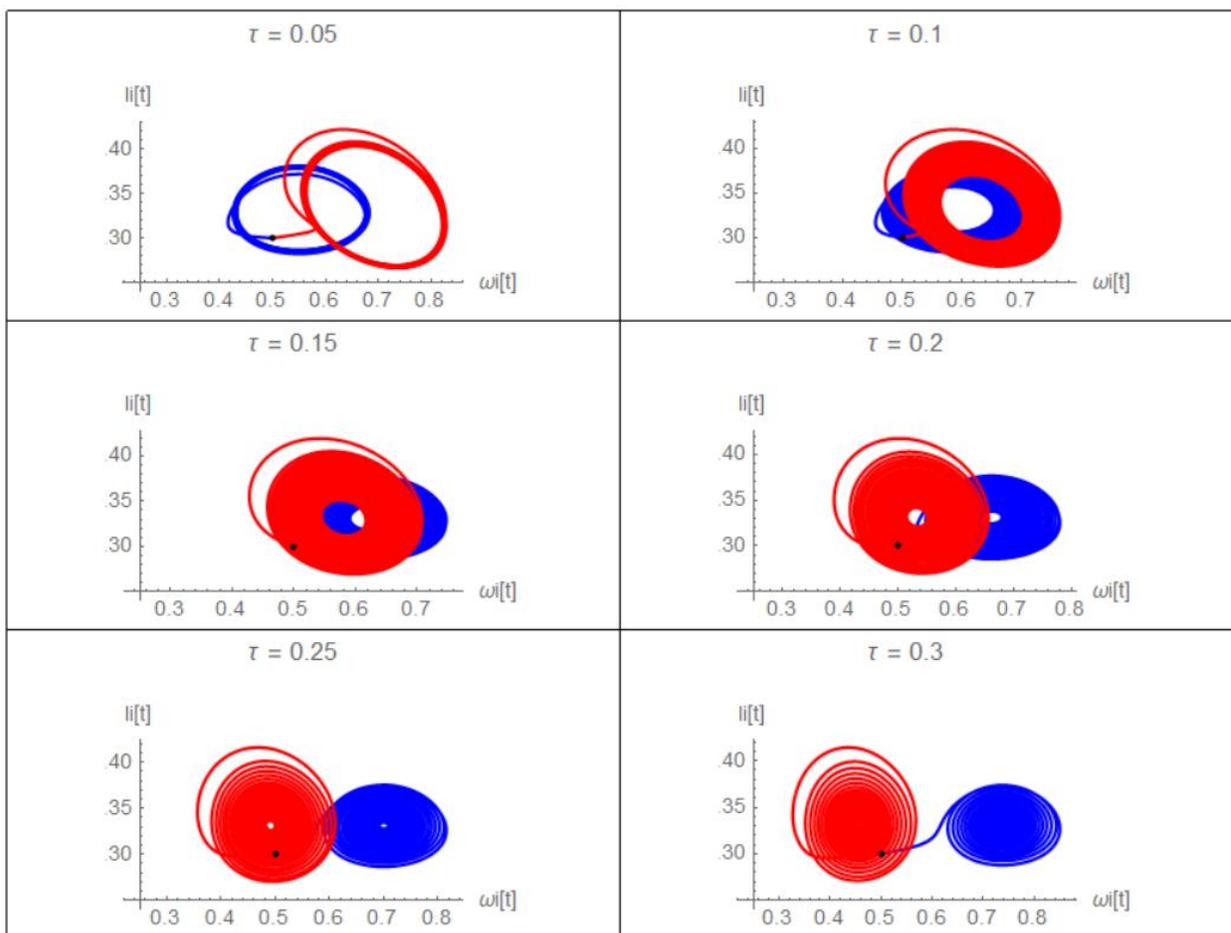
Elaborado por el autor.

Nota: simulaciones numéricas con parámetros $a = 0,8, \gamma_1 = 0,8, \sigma_1 = \sigma_2 = 3, \tau = 0.05, \alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2 = 0,065, \rho_{01} = \rho_{02} = 0,2, \rho_{l1} = \rho_{l2} = 0,8$ y condiciones iniciales $\omega_{1(t=0)} = \omega_{2(t=0)} = 0,5, l_{1(t=0)} = l_{2(t=0)} = 0,3, k_{(t=0)} = 2, f_{(t=0)} = 0,2$

Cabe indicar que los resultados de las figuras 4.8 y 4.9 se obtuvieron con una tasa de interés *relativamente baja* ($\tau = 0,05$) con la cual se obtienen ciclos distributivos en el Sur que son *más beneficiosos* para los trabajadores que los ciclos distributivos del Norte (en la figura 4.9 los ciclos del Sur se ubican más a la derecha que los ciclos del Norte, lo que implica en promedio una mejor participación salarial en el producto para los trabajadores sureños). Sin embargo, si se empieza a *incrementar la tasa de interés*, surge un efecto diferenciado entre regiones ilustrado en la figura 4.10: los ciclos distributivos se vuelven cada vez *más favorables* para los trabajadores del Norte (ciclos del Norte se desplazan hacia la derecha) al mismo tiempo que los ciclos se

vuelven *menos favorables* para los trabajadores del Sur (ciclos del Sur se desplazan hacia la izquierda). El mismo comportamiento puede visualizarse en la figura 4.11, donde el aumento de la tasa de interés presiona *a la baja* a la participación de los trabajadores en la producción del Sur mientras que se observa la tendencia contraria en la participación salarial del Norte. Asimismo, se nota que, mientras menos favorable es la condición laboral de los trabajadores del Sur por una mayor tasa de interés de la deuda externa, peculiarmente el modelo tiende a ser cada vez *más estable*.

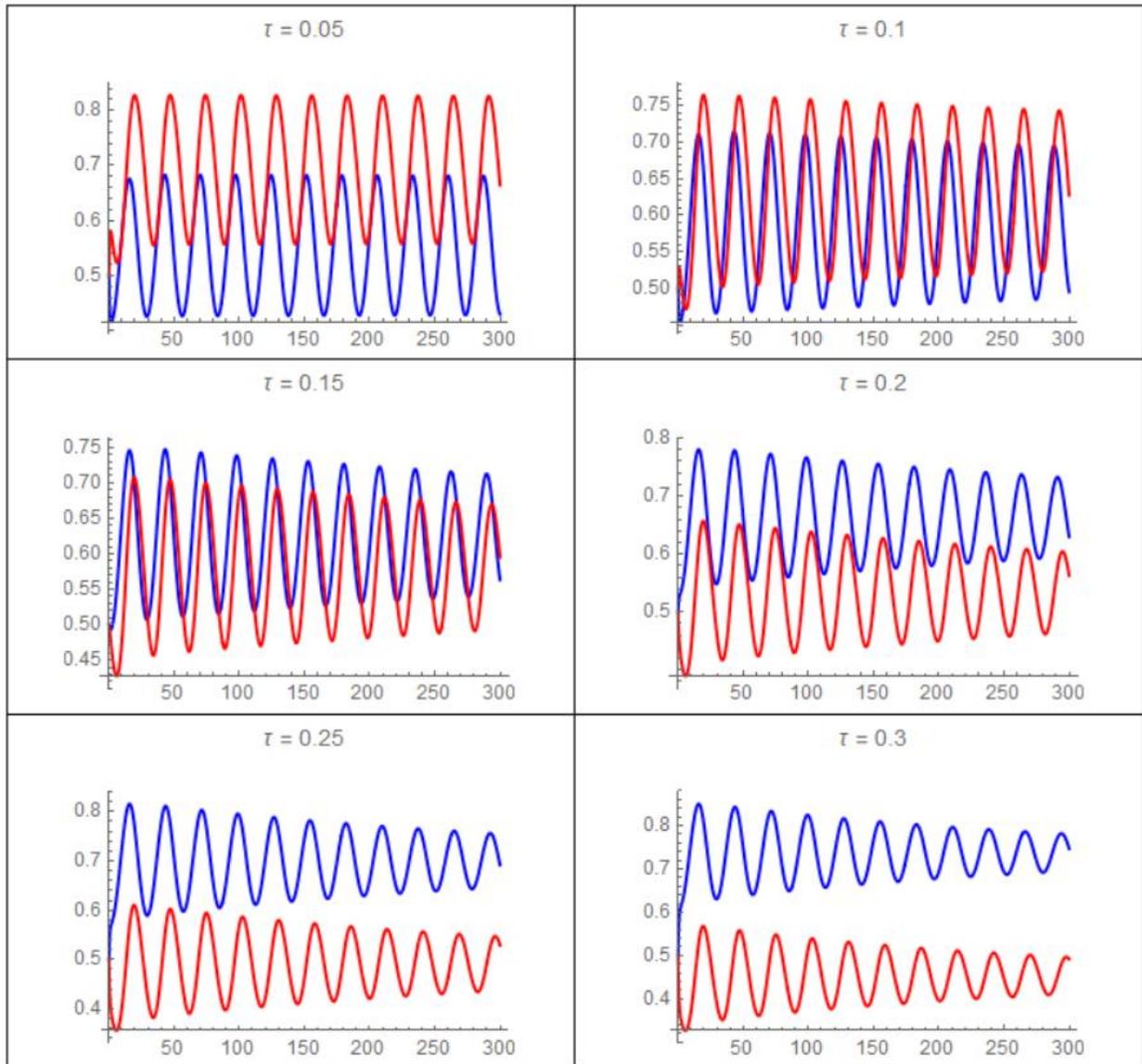
Figura 4.10. Simulación del aumento de la tasa de interés en los ciclos distributivos del modelo NSDD



Elaborado por el autor.

Nota: ciclos del Norte en azul y ciclos del Sur en rojo; simulaciones numéricas con parámetros $a = 0,8, \gamma_1 = 0,8, \sigma_1 = \sigma_2 = 3, \alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2 = 0,065, \rho_{01} = \rho_{02} = 0,2, \rho_{l1} = \rho_{l2} = 0,8$ y condiciones iniciales $\omega_{1(t=0)} = \omega_{2(t=0)} = 0,5, l_{1(t=0)} = l_{2(t=0)} = 0,3, k_{(t=0)} = 2, f_{(t=0)} = 0,2$

Figura 4.11. Simulación de trayectorias temporales de participaciones salariales ante aumentos de la tasa de interés en modelo NSDD



Elaborado por el autor.

Nota: ciclos del Norte en azul y ciclos del Sur en rojo; simulaciones numéricas con parámetros $a = 0,8, \gamma_1 = 0,8, \sigma_1 = \sigma_2 = 3, \alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2 = 0,065, \rho_{01} = \rho_{02} = 0,2, \rho_{l1} = \rho_{l2} = 0,8$ y condiciones iniciales $\omega_{1(t=0)} = \omega_{2(t=0)} = 0,5, l_{1(t=0)} = l_{2(t=0)} = 0,3, k_{(t=0)} = 2, f_{(t=0)} = 0,2$

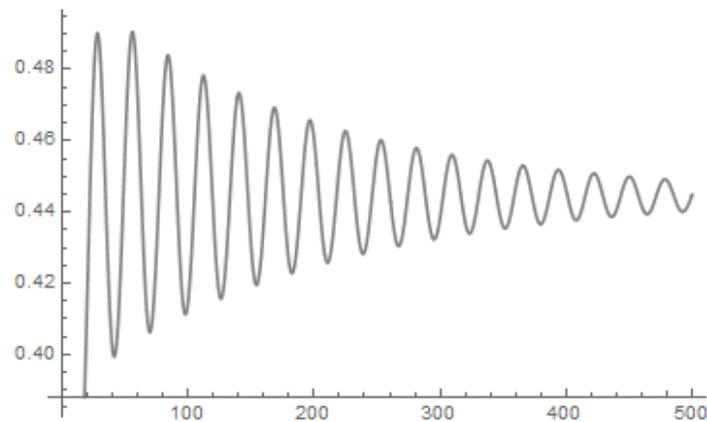
En términos cualitativos, estos resultados sugieren que mientras mayor sea la tasa de interés τ , la pugna distributiva en el Norte se vuelve *más holgada* para su clase trabajadora debido a los ingresos adicionales provenientes de los intereses pagados por los capitalistas del Sur. Así, los trabajadores del Norte sufren de una *menor explotación laboral* gracias a esos ingresos adicionales, lo que se refleja en promedio con una mayor participación salarial norteña en el producto. En cambio, a medida que aumenta la tasa de interés τ , la pugna distributiva en el Sur se vuelve cada vez *más hostil* para su clase trabajadora por la mayor presión que provoca la salida de recursos por el pago de un alto servicio de la deuda externa. Como resultado, los trabajadores del Sur terminan sufriendo una *mayor explotación laboral* para compensar los recursos que la región pierde por el pago de su deuda externa, tendencia que en promedio se refleja con una menor participación salarial sureña en el producto. Esta interpretación parece cercana al planteamiento de Marini (1973) de que los trabajadores de los países *dependientes* tienden a sufrir de una *sobreexplotación laboral* (muchas veces visible bajo la forma de *subempleo* por baja remuneración) para compensar los recursos que sus países pierden debido a la extracción que provocan los países capitalistas más poderosos y autónomos. De todas formas, se debe destacar que esta lectura es *preliminar* y se necesita de un mayor estudio analítico-matemático para afirmar que el efecto de la tasa de interés sobre los ciclos distributivos que se expone en este texto es un comportamiento general del modelo NSDD.

Otro resultado que puede obtenerse de las simulaciones numéricas del modelo NSDD se enfoca en el *poder de negociación de los trabajadores dentro de cada región*. Por ejemplo, tomando como referencia el caso base de la figura 4.8 con tasa de interés baja, si en la respectiva curva salarial se incrementa el poder de negociación de los trabajadores del Norte por medio de un aumento del parámetro ρ_{l1} *ceteris paribus*, el modelo genera ciclos estables de amplitud decreciente. En cambio, si se incrementa (en igual magnitud) el poder de negociación de los trabajadores del Sur aumentando el parámetro ρ_{l2} *ceteris paribus*, el modelo genera ciclos inestables de amplitud creciente. El efecto de ambos casos se ilustra en la figura 4.12 para la variable proxy de endeudamiento externo del Sur f (similar dinámica se observa en el resto de las

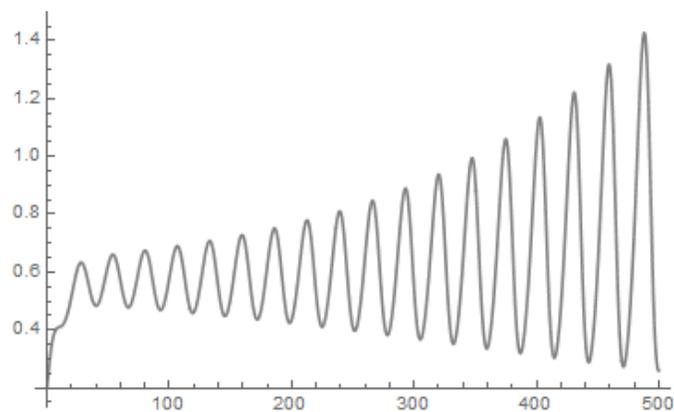
variables). En términos cualitativos, este comportamiento del modelo NSDD podría implicar que la estabilidad –cíclica– en las relaciones económicas Norte-Sur tiende a garantizarse cuando los *trabajadores del Sur muestran menor poder de negociación en comparación a los trabajadores del Norte* y, por tanto, son sometidos a una mayor explotación laboral. Este resultado también es preliminar y requiere de una discusión analítica-matemática más profunda para aceptarse como un comportamiento general del modelo.

Figura 4.12. Simulación del efecto del poder de negociación salarial en los ciclos de deuda (f) del modelo NSDD (tasa de interés baja)

A: Mayor poder de negociación en trabajadores del Norte ($\rho_{l1} = 0,9 > \rho_{l2} = 0,8$)



B: Mayor poder de negociación en trabajadores del Sur ($\rho_{l2} = 0,9 > \rho_{l1} = 0,8$)



Elaborado por el autor.

Nota: simulaciones numéricas con parámetros $a = 0,8$, $\gamma_1 = 0,8$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 3$, $\tau = 0.05$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2 = 0,065$, $\rho_{01} = \rho_{02} = 0,2$, y condiciones iniciales $\omega_{1(t=0)} = \omega_{2(t=0)} = 0,5$, $l_{1(t=0)} = l_{2(t=0)} = 0,3$, $k_{(t=0)} = 2$, $f_{(t=0)} = 0,2$

4.4. Conclusión

Los modelos Norte-Sur son una herramienta útil para analizar las diferencias estructurales entre centros capitalistas (Norte) y periferia (Sur). Varios de estos modelos se enfocan en los efectos de las restricciones de la balanza de pagos en el crecimiento económico del Sur, la tendencia al deterioro de los términos de intercambio (incluso con dinámicas cíclicas sureñas), y la (in)estabilidad del endeudamiento externo de la periferia. Sin embargo, esta literatura no ha prestado mayor atención a la posibilidad de que tanto el Norte como el Sur presenten ciclos distributivos simultáneos cuya interacción dependa de las asimetrías que puedan presentar ambas regiones en aspectos como, por ejemplo, el endeudamiento externo.

En respuesta, el presente texto ha formulado un modelo Norte-Sur de Deuda y Distribución (NSDD) que extiende y adapta varias intuiciones planteadas por Dutt (1989; 1990), estudia analíticamente la dinámica de la deuda externa sureña, y la junta con comportamientos cíclicos distributivos al estilo de Goodwin (1967) tanto en el Norte como en el Sur. Simulaciones numéricas del modelo muestran su capacidad de generar ciclos límite estables y simultáneos tanto en la tasa de empleo como en la participación salarial en el producto de ambas regiones, junto con ciclos de igual naturaleza en la composición regional del capital y en el endeudamiento externo del Sur. Asimismo, las simulaciones sugieren que el modelo NSDD podría explicar cómo el aumento de la tasa de interés de la deuda externa sureña tiende a provocar que los ciclos distributivos del Sur sean más *hostiles* para las clases trabajadoras en comparación a los ciclos norteños. También las simulaciones sugieren que un menor poder de negociación de los trabajadores sureños (y su posible sobreexplotación laboral) contribuye a la estabilidad de las relaciones económicas Norte-Sur. Estos resultados son preliminares y requieren de un estudio más detallado de la estabilidad del modelo completo para aceptar su generalidad (incluyendo la búsqueda matemática de bifurcaciones Hopf y ciclos límite en un sistema de seis ecuaciones diferenciales), tema que se deja para un trabajo futuro.

Entre los elementos que pueden recomendarse para futuras ampliaciones del modelo NSDD están: el estudio del equilibrio del modelo completo con mayor rigor analítico para aceptar la generalidad de sus resultados; el uso de diferentes supuestos sobre el uso de capacidad instalada, la formación de precios y la vigencia de funciones de inversión en el Norte y el Sur, pudiendo aprovechar los múltiples “cierres” para modelos Norte-Sur sugeridos por Dutt (1990, cap.8); la inclusión de curvas salariales más complejas que pueden considerar el rol de la *ilusión monetaria* y otras extensiones originalmente aplicada al modelo de Goodwin (1967) (ver Flaschel 2010); un rol más participativo de los términos de intercambio y de las elasticidad ingreso de la demanda (Dutt 2002) y, en general, de varias restricciones de balanza de pagos; la participación de otros vínculos asimétricos entre Norte y Sur como la inversión extranjera directa (Dutt 1990); la movilidad de trabajadores tanto dentro como fuera de las regiones (Spinola 2020); el desarrollo de trabajos empíricos que identifiquen parámetros realistas para el modelo (ver el ejemplo de Grasselli y Maheshwari (2018) para el modelo de ciclos Goodwin) y que estudien la posible relación inversa entre tasa de interés de la deuda externa del Sur y la participación salarial de sus trabajadores; el planteamiento de una explicación teórica más profunda sobre la dinámica de la tasa de interés de la deuda externa del Sur, que incluso permita su endogenización (ver Dutt, 1989); entre otras posibilidades. De hecho, el modelo NSDD puede abrir una discusión llamativa entre corrientes teóricas como el *estructuralismo* y las *teorías de la dependencia* gracias a la combinación de elementos estructuralistas y marxistas que buscan integrar tanto las contradicciones externas como internas de los centros y la periferia. Asimismo, los resultados preliminares del modelo NSDD pueden brindar nuevas interpretaciones del *subempleo por baja remuneración*. Incluso puede pensarse en trabajos econométricos y empíricos que estudien la posible *relación inversa* entre la tasa de interés de la de deuda externa de la periferia y la participación que sus trabajadores poseen en el producto. Todas estas y demás posibilidades muestran la importancia de continuar reflexionando sobre las relaciones asimétricas de poder en el capitalismo mundial; discusión aún más relevante cuando dicho capitalismo entra en etapas de profundas crisis.

Capítulo 5 . Retroalimentación, influencia y poder en las redes de comercio mundial¹⁰²

5.1.Introducción

El comercio internacional posee estructuras complejas que han recibido atención por la amplia información que generan,¹⁰³ y que suelen representarse con *redes de comercio mundial* que usan información de exportaciones e importaciones para construir *enlaces* que conectan a los participantes del comercio vistos como *nodos*. La literatura especializada en este campo es amplia y engloba desde análisis genéricos de redes aplicados al comercio, estudios sobre la existencia de estructuras “libres de escala”, trabajos que intentan identificar divisiones centro-periféricas (tomando intuiciones cercanas al estructuralismo), e incluso estudios que estiman el impacto de amplios shocks como la pandemia del coronavirus.

Pese a esta amplia literatura, varios indicadores y algoritmos no representan a plenitud las retroalimentaciones¹⁰⁴ que surgen de los flujos comerciales entre economías de distinto tamaño y con una heterogénea propensión a comerciar con el resto del mundo. En respuesta, el presente trabajo propone una metodología que redefine a las redes de comercio, vistas ya no como estructuras formadas solo por flujos de exportaciones o importaciones, sino como *redes direccionadas-ponderadas* que consideran simultáneamente los flujos comerciales y su retroalimentación, el tamaño de las economías que comercian y su propensión a importar. Para interpretar estas redes, el trabajo propone indicadores de *retroalimentación, influencia, pugna* y

¹⁰² Este trabajo cuenta con la participación como coautor de Wilson Pérez, PhD. Una versión preliminar se publicó bajo el título “Midiendo la centralidad de los países y la integración comercial desde una perspectiva de red” en la *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa* (Universidad Pablo de Olavide - Sevilla), vol.26, pp.146-174, diciembre de 2018 (<https://www.upo.es/revistas/index.php/RevMetCuant/article/view/2791>). Otra versión preliminar se encuentra disponible como documento de trabajo bajo el título “Center-periphery structures and dependency: a theoretical and methodological proposal”: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3488904. Se agradece los comentarios de Leonardo Vera, Fernando Martín y Pablo Cabrera.

¹⁰³ Ver, por ejemplo, la información disponible en el “Atlas de la complejidad económica” (atlas.cid.harvard.edu), el “Globo de la complejidad económica” (globe.cid.harvard.edu), el “Observatorio de complejidad económica” (atlas.media.mit.edu), la “Base para el análisis del comercio internacional” (BACI), entre otras fuentes.

¹⁰⁴ En este capítulo, la “retroalimentación comercial” se entiende intuitivamente como el “retorno” del crecimiento económico de un país hacia sí mismo gracias a su participación en la red de comercio mundial. Por ejemplo, cuando un país A exporta a un país B, el ingreso de A aumenta y por ende aumentan también sus importaciones, incluyendo aquellas que compra al país B, de modo que B también aumenta su ingreso y sus importaciones, incluyendo aquellas que compra al país A, y así sucesivamente. Como resultado, parte del incremento del ingreso de A “retorna” al país gracias a sus interacciones comerciales con B. Más adelante se profundiza esta intuición con mayor detalle.

balance de poder comercial, la elaboración de *mapas de estructura de comercio* a escala mundial y regional, y un algoritmo para identificar *estructuras centro-periféricas* que pueden representarse usando *esquema de centralidad comercial*. Esta propuesta se aplica a 115 países para el período 1995-2020, lo que permite estimar algunos impactos asociados al primer año de la pandemia del COVID-19. Los resultados evidencian la *expansión del poder estructural de China* en la red de comercio mundial sobre todo luego de la crisis financiera internacional, al punto de disputar con Estados Unidos la condición de país central. Otro resultado relevante es la persistente condición periférica de varias regiones, aunque en su interior se nota importantes heterogeneidades.

El resto del documento se estructura de la siguiente forma. Luego de esta introducción, la sección 5.2 revisa la literatura sobre redes de comercio mundial, partiendo de las aplicaciones tempranas hasta llegar a los trabajos más recientes que estiman el impacto del shock del coronavirus. La sección 5.3 expone la propuesta metodológica en dos niveles: primero se redefine a las redes de comercio mundial para tomar en cuenta el tamaño de las economías que comercian y su propensión a importar; luego, se exponen los indicadores y el algoritmo sugeridos para la interpretación económica de las redes. La sección 5.4 presenta y discute los principales resultados. Finalmente, la sección 5.5 concluye y sugiere trabajos futuros.

5.2. Revisión de literatura

5.2.1. Intuiciones centro-periferia y primeros análisis de redes de comercio

La intuición de que el capitalismo mundial posee estructuras *centrales* y *periféricas* ha sido popularizada por autores como Prebisch (1950), Wallerstein (1974), Furtado (1975), y otros; sin embargo, las raíces de esta tesis son más profundas. Por ejemplo, Rama y Hall (2021) identifican los orígenes del enfoque centro-periferia en el trabajo de Johann Heinrich von Thünen (*El Estado aislado*, 1826); de hecho, varias de sus ideas habrían llegado al Argentina justo durante los estudios iniciales de economía de Prebisch. A su vez, Love (1996; 2011) ubica a Werner Sombart (*Der Moderne Kapitalismus*, 1902) como fuente temprana, junto con otros potenciales precursores como Constantin Dobrogeanu-Gherea (*Neoserfdom*, 1910) y Mihail Manoilescu (*Theory of*

proteccionism, 1929). Así, ya desde inicios y mediados del siglo XX, la tesis centro-periferia mostró una importante presencia.

Esa presencia motivó el estudio temprano del comercio internacional desde una perspectiva de red¹⁰⁵. Así, luego de los análisis gráfico-descriptivos de Hilgerdt (1942; 1943) y Saul (1954), puede destacarse el trabajo de Galtung (1971) como un intento temprano de formalizar diferentes relaciones centro-periferia planteando incluso un índice de comercio que toma en cuenta los flujos de materias primas y productos procesados entre países. Luego, Snyder y Kick (1979) usaron un enfoque más analítico (descomposiciones jerárquicas con esquemas tipo árbol) para identificar estructuras centrales, semi-periféricas y periféricas en cuatro redes internacionales (comercio, intervenciones militares, tratados internacionales e intercambios diplomáticos). Por su parte, Nemeth y Smith (1985), desde la mejora de trabajos previos, brindaron una conceptualización y medición tanto para la noción de dependencia como para la posición estructural que ocupan los países en el comercio mundial desde un “modelo de bloques”. Similarmente, Smith y White (1992) estudiaron el “intercambio desigual” identificando las asimetrías entre productos primarios y manufacturas en una red mundial compuesta por centros, semi-periferia y periferia.

Si bien estos precedentes son llamativos, quizá el primer trabajo que realmente profundizó en la topología de las redes de comercio desde un enfoque empírico¹⁰⁶ es el de Serrano y Boguñá (2003). Las autoras construyeron una red de comercio con los países como nodos, usando enlaces no ponderados y direccionados según las exportaciones (enlaces “hacia afuera”) e importaciones (enlaces “hacia dentro”) así como una red con flujos combinados. Sobre estos casos estimaron la *distribución del grado de los nodos*: probabilidad $p(k)$ de aleatoriamente escoger un nodo con

¹⁰⁵ Cabe aclarar que, en el pensamiento estructuralista, los conceptos de “centro” y “periferia” no se limitan a las estructuras de comercio mundial. De hecho, las diferencias entre sociedades centrales y periféricas también pueden identificarse en términos como, por ejemplo: flujos financieros; diversificación productiva; rezago, difusión y aprovechamiento desigual del progreso técnico; heterogeneidad estructural; diferencias en la distribución del ingreso y la riqueza; regímenes con diferente nivel de favoritismo para las élites; rentismos; entre otras diferencias mencionadas en el capítulo 4, sección 4.2.1 de este trabajo (en el contexto Norte-Sur).

¹⁰⁶ Existen varios aportes a la interpretación de las redes de comercio desde perspectivas teóricas. Algunas referencias son Rauch (2001) (enfocado en el poder de mercado), Goyal y Joshi (2006) y Furusawa y Konishi (2007) (enfocados en el estudio de acuerdos comerciales desde un enfoque de red), Chaney (2014) (enfocado en fricciones comerciales), entre otros.

grado k (número de conexiones de un nodo con otros)¹⁰⁷. Desde esa estimación, Serrano y Boguñá encontraron *libertad de escala* para un grupo intermedio de países, pero no para casos extremos de baja y alta conectividad. Aquí la libertad de escala existe cuando el grado k sigue una *ley potencial* $p(k) = c_0 k^{-\alpha}$ siendo c_0 una constante y α un parámetro, de modo que si cambia la escala de medición de k su distribución mantiene la misma forma (auto-similitud: $p(ak) = a^{-\alpha} p(k)$ siendo a una constante de re-escalamiento) e indica que la conexión de los nodos es *fractal*;¹⁰⁸ también dicha distribución potencial indica que pocos nodos concentran varias conexiones, mientras que la mayoría de nodos posee pocas conexiones.

En contraste a Serrano y Borguñá, Li et al. (2003) ponderaron el grado de los nodos con la participación de los países en las importaciones y exportaciones totales, encontrando un tipo de libertad de escala para países de conectividad baja y media y otro tipo para países de conectividad alta. Heterogeneidad similar ha sido encontrada por Garlaschelli y Loffredo (2005), o Kastle et al. (2006), estos últimos reportando una distribución potencial en la mayoría de casos, pero con un cambio exponencial en países de altas conexiones. También Kali y Reyes (2007) encontraron una fuerte desigualdad en la distribución del grado de los nodos, además que expandieron el estudio del comercio usando otros indicadores de redes, especialmente la centralidad, recogiendo la propuesta de Wasserman y Faust (1994) de que los nodos centrales serían los más “activos”, es decir, de mayores vínculos.

Aunque el estudio de la topología de la red de comercio se extendió notablemente, su contenido económico al inicio fue escaso. Un intento por suplir esta carencia es el trabajo de Serrano (2007), quien construyó redes usando el desbalance comercial entre países como enlaces ponderados cuya dirección dependía del flujo de dinero causado por dicho desbalance. Al analizar la distribución de los desbalances tanto absolutos como en proporción al PIB mundial la autora notó que las distribuciones poseían una forma *log-normal*, repetitiva y similar para varios años -especialmente en flujos medidos en proporción del PIB- sugiriendo una *auto-similitud* de la red en el tiempo causada por la falta de cambios estructurales. Serrano también sugirió

¹⁰⁷ Para una guía que permite ganar mayor intuición sobre varios de los indicadores disponibles en el estudio de redes económicas y sociales, ver Jackson (2008).

¹⁰⁸ De hecho, α se asocia a la dimensión de Hausdorff que permite definir la dimensión de un objeto fractal.

profundizar el análisis del PIB en la red de comercio, así como el vínculo entre dicha red y los modelos gravitacionales.¹⁰⁹

Asimismo, Serrano et al. (2007) profundizaron el contenido económico proponiendo indicadores de “intensidad entrante y saliente” según el desbalance comercial de los países (siguiendo la propuesta de Barrat et al. (2004) de indicadores de “intensidad” para redes ponderadas), un tipo de ponderación que reemplazaría al análisis del grado de los nodos y cuya distribución poseería un fuerte peso en las colas (muy pocas conexiones de la red absorberían la mayoría de la “intensidad”, efecto que los autores llaman “heterogeneidad local”). Otro aporte económico es la propuesta de estudiar la difusión de un shock en la red de comercio (“experimento del dólar”). La idea básica es simular la inyección de flujos netos de dólares en la red, los cuales salen de un país “consumidor” (importa más de lo que exporta) y fluyen siguiendo una determinada regla: si el flujo llega a otro “consumidor” pasan de largo, pero si llegan a un país “productor” (exporta más de lo que importa), se simula el avance del flujo usando una “probabilidad de absorción” del país “productor” (proporción entre flujos netos y brutos que entran al país). Tal simulación permitiría estimar la probabilidad de que un dólar que salga de un país sea absorbido por otro tomando en cuenta a países intermediarios¹¹⁰.

Por su parte, Fagiolo et al. (2008) estimaron la “intensidad” comercial entre países sumando los pesos de los enlaces que salen de cada nodo, los cuales se calculan con las ratios entre exportaciones y PIB de cada país exportador. Al comparar sus resultados con aquellos que se obtendrían para redes no ponderadas, los autores encontraron que el grado promedio de los nodos es elevado cuando no hay ponderación, mientras que al incluir la “intensidad” resulta que la mayoría de las conexiones son débiles. Sobre la distribución de la “intensidad”, encontraron una forma *log-normal* en su mayoría, y *potencial* en su cola superior. Resultados similares los obtuvieron Fagiolo et al. (2009; 2010).

¹⁰⁹ Para una reseña histórica de los modelos gravitacionales de comercio, ver Capoani (2021) y Yotov (2022).

¹¹⁰ Un “efecto intermediación” similar fue analizado por Abeysinghe y Forbes (2005) usando modelos VAR estructurales.

5.2.2. Enfoques desagregados, identificación de grupos y sub-redes

Pasando a enfoques desagregados, Barigozzi et al. (2010) propusieron una *multi-red de comercio* donde los países se conectan usando enlaces de “diferentes colores” (cada color representa una mercancía diferente), siguiendo la propuesta de Wasserman y Faust (1994). Así, cada par de países se conectaría por más de un enlace, el cual sería ponderado y direccionado según los flujos comerciales de mercancías específicas. Cada multi-red podría analizarse en forma agregada o como la agrupación de redes de mercancías específicas, surgiendo la pregunta de cómo las características de la red agregada dependen de las redes de mercancías particulares. De hecho, los autores encontraron que la distribución de pesos de enlaces sería *cuasi-lognormal*, y propusieron que tal distribución surge de la agregación de múltiples distribuciones heterogéneas visualizadas para mercancías específicas. Otro aporte de Barigozzi et al. es el uso de un indicador de centralidad para redes ponderadas y direccionadas propuesto por Bonacich y Lloyd (2001) para generar “rankings” de países. También con multi-redes, Barigozzi et al. (2011) identificaron *estructuras comunitarias* siguiendo a Newman y Girvan (2004) para quien una comunidad surge si el número de enlaces o la “intensidad” entre los nodos miembros es mayor de lo que se esperaría en una red aleatoria. Como resultado los autores encontraron que las comunidades identificables estarían más correlacionadas a grupos geográficos que a acuerdos comerciales.

Sobre la evaluación de estructuras comunitarias usando redes, existen otros aportes relevantes¹¹¹. Por ejemplo, Tzekina et al. (2008) usaron la noción de “islas” implementada en el paquete de visualización *Pajek* (Mrvar y Batagelj 2016), y definidas como grupos de nodos cuyas conexiones mutuas poseen un peso “significativamente mayor” a aquel de las conexiones que el grupo muestra con nodos externos.¹¹² Con dicho enfoque aplicado a redes con links ponderados (pesos estimados con la fracción de importaciones que un país destina a otro), los autores encontraron que los grupos identificables en la red de comercio aumentaron con el tiempo, implicando un aumento de los “centros” alrededor de los cuales se agrupan los demás países.

¹¹¹ Generalmente el estudio de grupos comerciales suele hacerse con modelos gravitacionales de comercio. Para una revisión de literatura ver a Kahouli y Maktouf (2014; 2015).

¹¹² Sobre Pajek puede revisarse su sitio oficial: <http://mrvar.fdv.uni-lj.si/pajek/>

Otro aporte relevante lo presentaron Reyes et al. (2014) quienes identificaron grupos relevantes en la red de comercio con links ponderados con la media geométrica de los flujos comerciales. Para identificar grupos los autores utilizaron el algoritmo de *maximización de la modularidad* (Newman y Girvan 2004), el cual busca la partición de nodos que maximice la suma de las diferencias entre: a) la “intensidad” de los links dentro de cada grupo; b) el valor esperado de dicha “intensidad” en una red aleatoria simulada manteniendo constante el grado de cada nodo (ambas medidas como fracción del total de “intensidad” de la red). Todo esto buscando aquellos grupos que maximicen su conectividad interna, reflejada en una máxima “diferencia” con respecto a redes aleatorias. Luego Reyes et al. aplicaron el mismo algoritmo en redes simuladas con modelos gravitacionales que incluyan el efecto de los acuerdos comerciales,¹¹³ y así comparar los grupos generados de tales redes simuladas con aquellos obtenidos de la red original.¹¹⁴ Como resultado, los autores concluyeron que los acuerdos comerciales sí influyen en la formación de grupos relevantes, aunque con efectos diversos.

Un trabajo adicional que merece destacarse corresponde a Piccardi y Tajoli (2015) quienes, desde la propuesta de Piccardi (2011), estimaron un indicador de la cohesión de bloques comerciales. Para obtener dicho indicador los autores plantearon que el comercio puede representarse como una cadena de Markov cuya matriz de transición se estima con el peso que un país tiene en las importaciones de otro. Luego estimaron la *probabilidad de persistencia* de que un flujo comercial se quede dentro de un bloque, de la siguiente manera: para cada miembro i de un grupo se suma sus probabilidades de transición hacia otro miembro j , y luego se promedian tales sumas usando como ponderadores las probabilidades *estacionarias* de cada i asumiendo que siempre el flujo comercial se mantiene dentro del grupo. Así, a mayor probabilidad de persistencia, mayor cohesión. Con este indicador los autores encontraron que todos los bloques que estudiaron tendrían probabilidades de persistencia bajas, implicando que tendrían poca significatividad en la red de comercio (quizá con la Unión Europea y el antiguo NAFTA como únicas excepciones).

¹¹³ Los autores usaron los modelos propuestos por Baier y Bergstrand (2007), a los cuales se les incluyó variables que controlen la existencia de acuerdos comerciales.

¹¹⁴ Para dicha comparación se usó la metodología propuesta por Meilă (2007), sustentada en una medida de entropía que cuantifique la información contenida en cada grupo identificado.

Mientras que los enfoques arriba descritos han buscado comprender la complejidad de la red de comercio en su totalidad, otros más bien han buscado estudiar sub-redes menos complejas. Aquí encontramos a Maeng et al. (2012) quienes identificaron dichas sub-redes usando el algoritmo de Kruskal (1956) para buscar el *árbol recubridor mínimo*¹¹⁵ de la red de comercio, distanciándose de trabajos que solo simplifican la red con “umbrales”¹¹⁶. De esa aplicación los autores encontraron que en la sub-red el grado seguiría una distribución *potencial*. También encontraron que Estados Unidos es un nodo dominante, a la vez que identificaron varias zonas económicas distinguibles por países dominantes: japonesa, china, alemana, etc. Otro ejemplo del uso de árboles recubridores es Skowron et al. (2014).

Aquí también puede destacarse otro aporte de Piccardi y Tajoli (2018) donde se usa una serie de indicadores de la teoría de redes e indicadores de complejidad de productos para encontrar que aquellos bienes que poseen mayor contenido tecnológico tienden a negociarse en redes comerciales más centralizadas (es decir, con un menor número de países concentrando la mayoría de los flujos de exportación). Dado que las redes centralizadas tienden a ser más vulnerables, los autores alegan que el comercio de los productos más complejos está afectado por una elevada vulnerabilidad, razón que lo vuelve altamente estratégico.

5.2.3. Identificación de países centrales, asimetría de poder y dependencia

Sobre la identificación de países de mayor influencia dentro de las redes de comercio mundiales, se puede citar a De Benedictis et al. (2014), quienes estudiaron tanto una red binaria como ponderada, enfatizando varias técnicas de visualización *geo-referenciadas*. Con dicho análisis los autores identificaron que el grado ponderado no seguiría una ley potencial, sino una distribución con colas mucho más pesadas, acentuándose el hecho de que un shock en los países altamente conectados influiría drásticamente a nivel agregado. También los autores identificaron una posible estructura centro-periférica dominada por 17 países entre los cuales estarían Estados Unidos, Alemania, China, Japón, Francia y Reino Unido (resultados similares fueron

¹¹⁵ En una red ponderada en enlaces y no direccionada, un árbol recubridor es aquel que conecta a todos los nodos sin bucles, donde cada par de nodos se conecta por un único camino. Se dice que el árbol es *mínimo* si la suma de pesos de sus enlaces es menor a la suma generada por cualquier otro árbol identificable en la red.

¹¹⁶ Por ejemplo, Bhattacharya et al. (2008), Tzekina et al. (2008) e incluso Serrano y Boguñá (2003) trabajan con redes poco densas empleando “umbrales” que permiten excluir a los links menos relevantes.

identificados por De Benedictis y Tajoli (2011)¹¹⁷ con enfoques preliminares). Asimismo, los autores describieron varias redes de mercancías específicas.

Por su parte, Cepeda-López et al. (2019) buscaron estructuras jerárquicas en las redes de comercio usando árboles recubridores mínimos, encontrando que estas estructuras eran dominadas inicialmente por Estados Unidos y Alemania, surgiendo luego China como otro país dominante. Sobre la distribución del grado y la “intensidad” los autores mencionaron que la primera indicaría que la mayoría de los países poseen un gran número de conexiones, mientras que la segunda indicaría que muy pocos países concentran la mayoría de la “intensidad” (aproximándose a una ley *potencial*). Los autores también estudiaron mercancías específicas, encontrando que la red de “maquinaria y sector eléctrico” sería la que posee mayores conexiones.

Un trabajo particular que abiertamente adoptó las intuiciones de Prebisch (1950), Furtado (1975) y otros autores cercanos a la CEPAL corresponde a Gala et al. (2018), quienes usaron información de las redes de comercio mundial para evaluar la existencia de estructuras centro-periféricas combinadas con los avances en el estudio sobre complejidad económica desarrollado por Hidalgo et al. (2007), Hausmann et al. (2014), y Hausmann e Hidalgo (2011). Empleando indicadores de red para identificar grupos en datos desagregados por productos (junto con algoritmos para identificar distribuciones que sigan leyes de potencia), Gala et al. (2018) encontraron que los países de mayor ingreso per cápita poseen una ubicación central en la red de comercio mundial y una estructura productiva especializada en exportar bienes complejos, sofisticados e industrializados (p.ej. Japón, Estados Unidos, Hong Kong y Corea del Sur en el caso de vidrio soplado e instrumentos ópticos); en cambio, los países de ingresos per cápita bajos se especializan en producir bienes que se ubican en la periferia de las redes de comercio, usualmente con baja complejidad (p.ej. Nigeria y Etiopía en el caso de semillas de sésamo). A su vez, los autores encontraron que un tercio de las redes estudiadas presentó estructuras libres de escala.

Otro trabajo llamativo puede encontrarse en Nordlund (2018) pues vinculó el análisis de las estructuras centro-periféricas de las redes de comercio con algunas nociones de dependencia

¹¹⁷ De Benedictis y Tajoli (2011) también propusieron indicadores de redes como variables explicativas en los modelos gravitacionales, alegando un aumento notable del poder explicativo.

económica, incluso tomando en cuenta los aportes de varios autores afines a las teorías de la dependencia (Amin 1976; Cardoso y Faletto 1979; Dos Santos 1970; Frank 1969), así como aportes de la literatura del sistema-mundo (Wallerstein 1974).¹¹⁸ Desde estas perspectivas teóricas, Nordlund formalizó las nociones de “dominancia-central” y “dependencia periférica”, las cuales se evalúan usando correlaciones ponderadas entre la red de comercio y una red hipotética que reflejaría las relaciones de poder centro-periféricas, adaptando en cierta forma la propuesta metodológica de Borgatti y Everett (2000) (donde se toma en cuenta un centro denso y una periferia dispersa). De esta aplicación, Nordlund encontró que la red comercial europea posee una estructura central relativamente densa y una estructura periférica dispersa.

También desde un enfoque de sistema-mundo, Kostoska et al. (2020) plantearon un modelo de máxima degeneración (LARDEG por sus siglas en inglés) para estudiar estructuras centro-periféricas en redes de comercio internacionales sectoriales. Con este algoritmo, Kostoska et al. identificaron que, según cada industria, es posible plantear varios bloques en las redes de comercio a más de los bloques convencionales de centro, semi-periferia y periferia (p.ej. centros de 154 egundo y de tercer nivel). Asimismo, los autores plantearon que la consolidación de las redes de producción global instaure una desigual división internacional del trabajo.

Con una perspectiva similar sustentada en estructuras centro-periferia y trampas de desarrollo, Hartmann et al. (2020) sugirieron que los métodos de la teoría de redes y de la complejidad aplicados al comercio internacional permiten encontrar un vínculo entre la estructura desigual del comercio y la desigualdad del ingreso tanto entre países como al interior de los mismos. También estos autores encontraron que algunos países como Corea del Sur o Alemania se han beneficiado de externalizar la producción de bienes que incentivan la generación de relaciones económicas desiguales, mientras que otras naciones como Brasil o Sudáfrica (y casos aún más extremos como Nicaragua o Sri Lanka) tienden a estar “estructuralmente atraídos” hacia bienes asociados a una elevada desigualdad.

Igualmente, desde una perspectiva de sistema-mundo y énfasis en la división internacional del trabajo, Smith y Sarabi (2022) emplearon un modelo de grafo aleatorio exponencial (ERGM por

¹¹⁸ Para una revisión de literatura de trabajos analíticos asociados al concepto de dependencia, ver Balcilar et al. (2017) y Madariaga y Palestini (2019).

sus siglas en inglés) para identificar las diferencias entre los patrones de exportación de los centros y de la periferia, encontrando que la diferencia más pronunciada se ubica en productos de bajo nivel tecnológico: en la periferia las naciones más grandes tienen mayor probabilidad de ser exportadoras de productos de baja tecnología, mientras que entre los centros tales exportaciones son realizadas mayormente por economías pequeñas.

5.2.4. Redes de comercio mundial y pandemia COVID-19¹¹⁹

A raíz de la pandemia del COVID-19 y su dimensión económica,¹²⁰ algunos autores han empezado a usar las redes de comercio mundial como herramienta para estimar los impactos del coronavirus,¹²¹ aunque todavía la literatura en este campo es incipiente y se entrecruza con literatura enfocada al análisis del impacto de la pandemia en otras interacciones económicas globales.¹²² En todo caso, una referencia temprana sobre el impacto del coronavirus en las redes de comercio es Vidya y Prabheesh (2020) quienes, al inicio de la pandemia (primer trimestre de 2020 comparado con 2018) usando información de 15 de los mayores exportadores del mundo,¹²³ encontraron una notable reducción en la interconectividad y densidad de las redes de comercio que conforman los países analizados (empleando indicadores y metodologías genéricas de redes). Asimismo, los autores plantearon que la pandemia no ha afectado la posición central de China en la red de comercio, aunque también identificaron cambios estructurales; por ejemplo, Alemania, Italia, Francia, Estados Unidos y Reino Unido habrían perdido centralidad en términos comerciales.

¹¹⁹ Parte de esta sección ha sido publicada bajo el título “La crisis COVID-19 desde los flujos comerciales mundiales: Una reseña” en la *Revisa Ciencias Sociales* (Universidad Central del Ecuador), no.43, pp.47-62, diciembre de 2021 (<https://doi.org/10.29166/csociales.v1i43.3322>).

¹²⁰ Para una reseña sobre la dimensión económica de la pandemia, ver Bordeur et al. (2021).

¹²¹ También han surgido investigaciones peculiares como Antonietti et al. (2021) quienes plantean que la estructura de la red comercial tiende a exacerbar los contagios y severidad del coronavirus (p.ej. países de mayor centralidad en la red de comercio tienden a reportar mayores infecciones y fallecimientos). A su vez, Antràs et al. (2020) plantean desde un análisis económico teórico (equilibrio general combinado con un modelo epidemiológico de susceptibles-infectados-recuperados SIR) la potencial retroalimentación entre comercio internacional y pandemia.

¹²² Por ejemplo, Antonietti et al. (2020) poseen un trabajo preliminar que vincula a la pandemia COVID-19 con la topología de las redes de inversión extranjera directa estudiadas para la Unión Europea. A su vez, Chen et al. (2022) estudian las interacciones comerciales internacionales sobre todo de China y el bloque ASEAN con un enfoque de redes de comercio y de inversión, y sus implicaciones en la propuesta china de la “ruta de la seda”.

¹²³ Canadá, Estados Unidos, Reino Unido, Alemania, Francia, Italia, Japón, Corea del Sur, China, Hong Kong, India, Indonesia, Rusia, Holanda, Singapur.

Otro estudio del impacto de la pandemia del COVID-19 en la red de comercio internacional fue realizado por Kiyota (2022). Empleando datos mensuales para el período entre enero y junio de 2020 para 204 países, el autor obtuvo indicadores de centralidad sobre todo para diez países del Sudeste Asiático (bloque ASEAN¹²⁴) más cuatro de los mayores exportadores mundiales (China, Alemania, Japón y Estados Unidos). Para los países del ASEAN, Kiyota (2022) concluyó que no hay cambios significativos en su centralidad dentro de la red de comercio de 204 países. Por su parte, para China y Alemania, al inicio de la pandemia se registró una caída de la centralidad, pero con el paso de los meses hubo una recuperación; en contraste, Estados Unidos y Japón sufrieron una contracción en su centralidad comercial al iniciar la pandemia sin notarse un posterior repunte.

Con un alcance temporal más amplio, Coquidé et al. (2022) aplicaron el análisis de matrices de Google (sustentados en un enfoque de cadenas de Markov y probabilidades estacionarias) a la red de comercio mundial para el período 2018-2020 considerando 194 países y 10 productos.¹²⁵ Tal análisis incluye: el uso del algoritmo PageRank que permite analizar los flujos de importaciones, el algoritmo CheiRank para analizar las exportaciones, y el algoritmo de matriz reducida de Google (REGOMAX por sus siglas en inglés) enfocado en el análisis de redes de comercio a nivel multi-producto. Entre los resultados reportados por Coquidé et al. (2022) se destaca un importante cambio cualitativo de los rankings comerciales entre 2019-2020, junto con efectos negativos en los balances comerciales (recalculados con los indicadores PageRank y CheiRank) de países como Rusia y Estados Unidos asociados sobre todo a la contracción de la producción y las importaciones de combustibles fósiles. En cuanto a los rankings mundiales, el PageRank ubica en primer lugar a Estados Unidos y en segundo lugar a China, mientras que el CheiRank invierte el orden entre ambas potencias; Alemania en ambos casos se muestra como tercero.

A estos trabajos de alcance global, se puede sumar algunos estudios del impacto de la pandemia COVID-19 sobre redes de comercio para productos específicos. Por ejemplo, Zhang et al. (2021) estudiaron las redes de comercio de cereales estimando índices de dependencia externa y de concentración de importaciones, concluyendo que: las redes de comercio de cereales parecen ser

¹²⁴ Brunéi, Cambodia, Indonesia, Laos, Malasia, Myanmar, Filipinas, Singapur, Tailandia, Vietnam.

¹²⁵ Entre los primeros trabajos que han empleado los métodos de matrices de Google a las redes de comercio se encuentran De Benedictis y Tajoli (2011) y Ermann y Shepelyansky (2015).

libres de escala; la pandemia ha incrementado notablemente el riesgo de acceso a cereales para América Latina y África; el suministro mundial de cereales enfrenta importantes riesgos por potenciales interrupciones comerciales, una crisis de precios, y problemas de pagos.¹²⁶ Otros trabajos enfocados al impacto de la pandemia sobre redes de comercio particulares incluyen a Ye et al. (2021) quienes simularon el impacto de posibles restricciones a las exportaciones de equipo de protección personal, Wang et al. (2021) quienes estudiaron la propagación de shocks en el comercio de celdas solares fotovoltaicas, Cai et al. (2022) quienes se enfocaron en la centralidad y las comunidades que se forman en el comercio internacional de energía, entre otros.¹²⁷

5.2.5. Comentario crítico y aporte a la literatura

Como muestra la literatura citada, hay varios trabajos indicando que la distribución del grado - ponderado o no- y de la “intensidad” de los nodos de la red de comercio sería *heterogénea*, a veces presentando una forma *potencial*, *(cuasi)log-normal*, *exponencial*, o combinaciones, pero siempre con grupos extremos de países que concentran muy baja o muy alta participación. A su vez, otra parte de la literatura sugiere que las redes comerciales pueden contribuir en la identificación de estructuras centro-periféricas (e incluso en el posible estudio de relaciones de dependencia) desde la aplicación de diferentes indicadores y algoritmos, varios de los cuales ubican a Estados Unidos, China y Alemania como los principales centros del comercio mundial contemporáneo. Asimismo, las redes de comercio parecen tener potencial en el estudio de amplios shocks económicos mundiales, como el shock asociado a la pandemia del coronavirus iniciada en 2020.

Pese a esta amplitud de resultados, el sentido económico de varios métodos aplicados en el estudio de las redes de comercio no es del todo claro, especialmente porque sus indicadores y algoritmos se sustentan en métodos que no necesariamente poseen una interpretación económica directa, aunque hay excepciones como la propuesta de Serrano (2007) de vincular los desbalances comerciales con el PIB de los países o la de Serrano et al. (2007) de estudiar los flujos monetarios dentro de la red desde el “experimento del dólar”. Igualmente notamos limitaciones

¹²⁶ Estos resultados podrían compararse con Gutiérrez-Moya et al. (2021), quienes estudiaron la red comercial de trigo para el período 2009-2013.

¹²⁷ Esta literatura podría complementarse con aquellos estudios enfocados en el impacto de la pandemia COVID-19 sobre las cadenas globales de valor. Para una revisión de literatura, ver Kersan-Škabić (2022).

en los trabajos encaminados a evaluar grupos dentro de la red de comercio, los cuales tienden a fundamentarse en algoritmos -como la *maximización de la modularidad*- que no arrojan magnitudes con interpretación económica directa, o indicadores de cohesión -como la probabilidad de persistencia de Piccardi y Tajoli (2015)- que son muy restrictivos al no considerar que la probabilidad de que los flujos comerciales avancen de un país a otro no solo dependen de la estructura del comercio sino también del tamaño de las economías que negocian entre sí y de su propensión a comerciar con el resto del mundo. La ausencia de indicadores con contenido económico relevante es aún más drástica en el estudio del impacto de la pandemia del COVID-19 en las redes de comercio mundial, donde ha predominado la aplicación de indicadores de red genéricos y algoritmos que no necesariamente toman en cuenta el efecto del tamaño de las economías en la difusión de shocks dentro de las redes.

Ante estas posibles limitaciones, el presente trabajo propone una metodología que redefine a las redes de comercio, vistas ya no como estructuras formadas solo por flujos de exportaciones o importaciones, sino como *redes direccionadas-ponderadas* que consideran simultáneamente los flujos comerciales y su retroalimentación, el tamaño de las economías que comercian y su propensión a importar. Con esta reinterpretación se busca representar de mejor forma la compleja estructura de las relaciones comerciales entre economías de distinto tamaño y con una heterogénea propensión a comerciar con el resto del mundo. Para interpretar esta forma alternativa de redes de comercio, este trabajo también propone indicadores de *retroalimentación*, *influencia*, *pugna* y *balance de poder comercial*, la elaboración de *mapas de estructura de comercio* a escala mundial, continental y regional, y la aplicación de un indicador de *poder estructural* y de un algoritmo para identificar *estructuras centro-periféricas* que clasifican a los países desde los más centrales hasta los más periféricos.

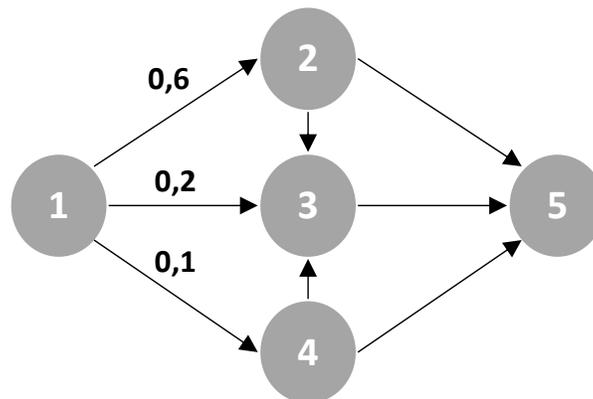
5.3.Propuesta metodológica

5.3.1. Redefiniendo a las redes de comercio

La redefinición de las redes de comercio que se plantea en este trabajo parte de la siguiente motivación. La Figura 5.1 presenta una red donde los enlaces que salen de un nodo se definen como el flujo de bienes y servicios vendidos por un país a sus socios comerciales. Si analizamos

la importancia que para el país 1 tienen las demandas de otros países, podríamos concluir equivocadamente que el país 2 es el más relevante si asumimos que todos los países demandan una misma canasta de bienes, pero en diferentes magnitudes¹²⁸. Sin embargo, en este ejemplo, los tres países que demandan productos de 1 a su vez dependen completamente de 5, implicando que 1 también depende completamente de dicho país en cuanto a sus exportaciones y al impacto de éstas sobre su ingreso. Es decir, en cuanto a los efectos de la red comercial sobre el ingreso del país 1, el país 5 es el más influyente, no el país 2. Esta situación, presente en formas más sutiles, implica la existencia de un *efecto de influencia comercial* de un país sobre otro que no depende solo de los flujos comerciales inmediatos.

Figura 5.1. Ejemplo de la influencia comercial entre países con intermediarios



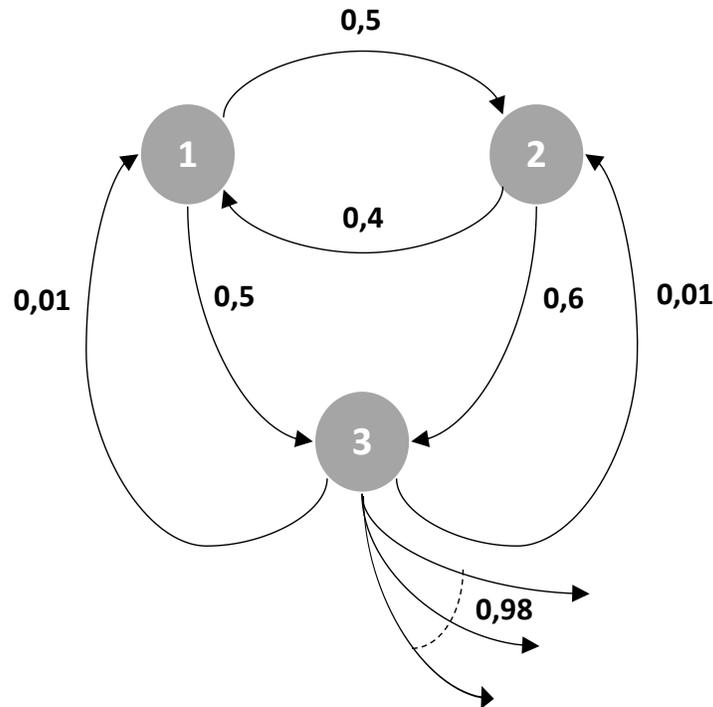
Fuente: Pérez Oviedo y Cajas Guijarro (2018, 155).

En la Figura 5.2 tenemos una situación similar: 1 y 2 son países pequeños que comercian entre sí, pero una parte muy importante de su comercio se concentra en 3, que podemos imaginar como un país grande comparado a los dos primeros. El análisis tradicional del comercio diría que, siendo 3 un “mercado grande” y destino importante de las exportaciones de 1 (por ejemplo), este último debería priorizar su relación comercial con el anterior. Sin embargo, la relación entre 1 y 2, en donde uno importa al otro una cantidad significativa de su total, crea una retroalimentación positiva entre ambos: cuando 1 exporta a 2, incrementa su ingreso y por tanto sus importaciones, incluyendo las que hace desde 2, que a su vez podría subir sus importaciones, incluyendo

¹²⁸ Si los países demandan diferentes canastas de bienes, la interpretación de su importancia comercial se vuelve más compleja.

nuevamente a 1, y así sucesivamente. Este efecto de *retroalimentación comercial* no puede presentarse entre 1 y 3 pues, aunque este último sea grande en comparación con los otros dos, la mayoría de sus importaciones provienen de otros países, diluyendo la retroalimentación positiva entre los países pequeños.

Figura 5.2. Ejemplo de retroalimentaciones comercial entre países pequeños



Fuente: Pérez Oviedo y Cajas Guijarro (2018, 156)

Tomando en cuenta estas intuiciones, pasemos a redefinir analíticamente a las redes de comercio. Así, consideremos un conjunto G que contiene $\#(G) = N$ países que mantienen relaciones comerciales entre sí durante un determinado período de referencia (p.ej. un año). Definamos a Y_i como el ingreso (PIB) del país i y a m_i como su propensión media a importar (aumento promedio de las importaciones por un aumento de una unidad en el ingreso, donde $0 \leq m_i \leq 1$). Si definimos a M_{ij} como la suma de dinero que i paga a j por las importaciones que le compra, y a $M_i = \sum_{j \in G} M_{ij}$ como el dinero que i paga por el total de sus importaciones, entonces podemos definir la siguiente *matriz de estructura de importaciones*:

$$A = [a_{ij}] = \left[\frac{M_{ij}}{M_i} \right] \quad (1)$$

Donde a_{ij} es la proporción del total de dinero que i paga en importaciones y que llega a j , la cual cumple con $0 \leq a_{ij} \leq 1$.¹²⁹ Asumamos que m_i y a_{ij} son constantes para todos los países durante el período de referencia (p.ej., se mantienen constantes durante un año referencial, pero pueden ir cambiando de un año a otro). Bajo este supuesto, si inicialmente el ingreso de i crece de forma exógena en $\Delta Y_i^{(0)}$ unidades (shock inicial) entonces, por definición, sus importaciones totales aumentan en $\Delta Y_i^{(0)} m_i$, y el dinero que paga a j por importaciones crece en $\Delta Y_i^{(0)} m_i a_{ij}$. Así, el ingreso de j crece por un aumento de sus exportaciones a i , y ese ingreso adicional puede emplearse en una primera “ronda” de transacciones comerciales con el resto del mundo, lo que puede representarse como:

$$\Delta Y_{ij}^{(1)} = \Delta Y_i^{(0)} m_i a_{ij} \quad (2)$$

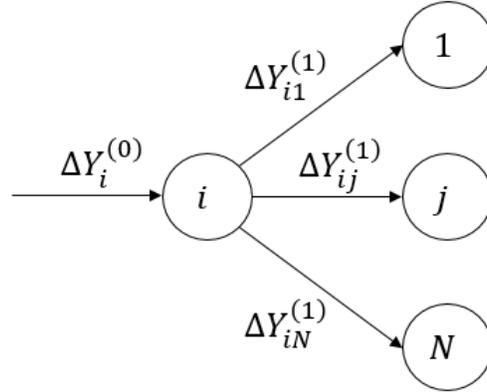
Si extendemos el procedimiento para $j = 1, \dots, N$, se obtiene el siguiente resultado matricial:

$$\left[\Delta Y_{i1}^{(1)}, \dots, \Delta Y_{ij}^{(1)}, \dots, \Delta Y_{iN}^{(1)} \right] = \Delta Y_i^{(0)} [0, \dots, 0, m_i, 0, \dots, 0] A \quad (3)$$

Donde el vector fila $[0, \dots, 0, m_i, 0, \dots, 0]$ contiene a m_i en la i -ésima columna. La Figura 5.3 interpreta en términos gráficos la transición entre el shock inicial y la primera “ronda” de transacciones comerciales que se recoge en (3).

¹²⁹ Notar que A es una matriz markoviana ($\forall i: \sum_j a_{ij} = 1$), por lo que puede emplearse en algoritmos sustentados en cadenas de Markov como, por ejemplo, el análisis matricial de Google (p.ej. PageRank, ChaiRank).

Figura 5.3. Transición entre shock inicial y primera “ronda” de transacciones comerciales



Elaborado por el autor.

A su vez, si extendemos el procedimiento para $i = 1, \dots, N$, puede escribirse:

$$\Delta Y^{(1)} = S^{(0)}mA \quad (4)$$

Donde:

$$\Delta Y^{(1)} = \begin{bmatrix} \Delta Y_{11}^{(1)}, \dots, \Delta Y_{1j}^{(1)}, \dots, \Delta Y_{1N}^{(1)} \\ \dots \\ \Delta Y_{i1}^{(1)}, \dots, \Delta Y_{ij}^{(1)}, \dots, \Delta Y_{iN}^{(1)} \\ \dots \\ \Delta Y_{N1}^{(1)}, \dots, \Delta Y_{Nj}^{(1)}, \dots, \Delta Y_{NN}^{(1)} \end{bmatrix}, \quad m = \text{diag}(m_1, \dots, m_i, \dots, m_N)$$

$$S^{(0)} = \text{diag}(\Delta Y_1^{(0)}, \dots, \Delta Y_i^{(0)}, \dots, \Delta Y_N^{(0)})$$

Aquí $S^{(0)}$ es una matriz diagonal que contiene a los shocks iniciales sobre los ingresos de todo el conjunto de países de la red; m , es una matriz diagonal de propensiones medias a importar; y $\Delta Y^{(1)}$ es una matriz de incrementos de ingresos provocados por el shock inicial recogido en $S^{(0)}$ y que pueden emplearse en la primera “ronda” de transacciones comerciales que cada país mantiene con el resto del mundo luego del shock inicial.

Precisamente en esa primera “ronda”, el país j parte con un incremento en su ingreso de $\Delta Y_i^{(1)}$ unidades gracias al shock inicial en el ingreso de i ; por ende, el pago de j por todas sus importaciones crece en $\Delta Y_{ij}^{(1)} m_j$, y su pago a un país k por importaciones crece en $\Delta Y_{ij}^{(1)} m_j a_{jk}$. Por ende, k se beneficia de un incremento en sus exportaciones que le genera un ingreso adicional que puede emplearse en una segunda “ronda” de transacciones comerciales con el resto del mundo y que es igual a:

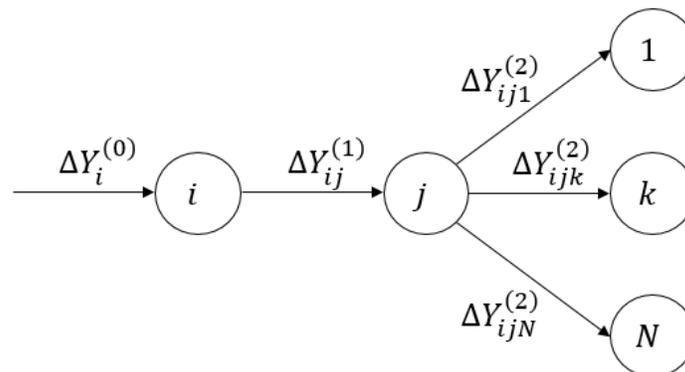
$$\Delta Y_{ijk}^{(2)} = \Delta Y_{ij}^{(1)} m_j a_{jk} \quad (5)$$

Donde $\Delta Y_{ijk}^{(2)}$ es el incremento del ingreso de k provocado por el aumento de j que, a su vez, fue generado por el incremento de i . Al extender el proceso para $k = 1, \dots, N$, obtenemos:

$$\left[\Delta Y_{ij1}^{(2)}, \dots, \Delta Y_{ijk}^{(2)}, \dots, \Delta Y_{ijN}^{(2)} \right] = \Delta Y_{ij}^{(1)} [0, \dots, 0, m_j, 0, \dots, 0] A \quad (6)$$

Donde $[0, \dots, 0, m_j, 0, \dots, 0]$ contiene a m_j en la j -ésima columna. La Figura 5.4 ilustra la transición entre la primera y la segunda “ronda” de transacciones que se representa en (6) y ya permite visualizar cómo se toma en cuenta la complejidad de las interacciones comerciales planteada en las Figuras 5.1 y 5.2.

Figura 5.4. Transición entre primera y segunda “ronda” de transacciones



Elaborado por el autor.

Si extendemos el procedimiento para $i = 1, \dots, N$ y $j = 1, \dots, N$, puede escribirse:

$$\Delta Y^{(2)} = \Delta Y^{(1)} mA \quad (7)$$

Aplicando el mismo razonamiento y realizando sustituciones recursivas, en la n -ésima “ronda” de transacciones comerciales se obtiene que la matriz de incremento de ingresos es:

$$\Delta Y^{(n)} = \Delta Y^{(n-1)} mA = S^{(0)} (mA)^n \quad (8)$$

Para conocer el efecto total del shock inicial $S^{(0)}$ sobre los ingresos de los países, debemos sumar los efectos de todas las “rondas”¹³⁰:

$$\Delta Y = \Delta Y^{(1)} + \Delta Y^{(2)} + \Delta Y^{(3)} + \dots = S^{(0)} mA [I_N + mA + (mA)^2 + (mA)^3 + \dots] \quad (9)$$

Donde I_N es la matriz identidad de dimensión N . Dado que mA es una matriz no negativa donde todos sus elementos son menores a uno,¹³¹ entonces la suma descrita en (9) converge y permite obtener:

$$\Delta Y = \begin{bmatrix} \Delta Y_{11}, \dots, \Delta Y_{1j}, \dots, \Delta Y_{1N} \\ \dots \\ \Delta Y_{i1}, \dots, \Delta Y_{ij}, \dots, \Delta Y_{iN} \\ \dots \\ \Delta Y_{N1}, \dots, \Delta Y_{Nj}, \dots, \Delta Y_{NN} \end{bmatrix} = S^{(0)} mA (I_N - mA)^{-1} \quad (10)$$

Donde cada término ΔY_{ij} de la matriz ΔY es necesariamente no negativo.

Finalmente, conviene expresar los efectos medidos en (10) como elasticidades, para así considerar la influencia comercial de cada país i y sobre j en términos proporcionales. Para ello,

¹³⁰ Este razonamiento es cercano al “efecto derrame” (spillover) propio del multiplicador del ingreso keynesiano concebido en algunos de los primeros modelos de economía abierta de la década del 50, donde existe reciprocidad comercial. En tales modelos el efecto multiplicador está estrechamente vinculado a la estructura de las importaciones. Mayores detalles al respecto pueden encontrarse en la discusión sobre los orígenes de los modelos macro de economía abierta planteada por Kenen (1985).

¹³¹ De hecho, a diferencia de A , mA no es una matriz markoviana, detalle que distingue al planteamiento descrito en este trabajo con otros enfoques asociados a cadenas de Markov.

asumamos primero que todos los países sufren un shock inicial de una unidad monetaria ($S^{(0)} = I_N$). Así, los elementos ΔY_{ij} pasan a expresarse como elasticidades con la siguiente formulación:

$$E = [e_{ij}] = Y \cdot \Delta Y \cdot Y^{-1} \quad (11)$$

Donde $Y = \text{diag}(Y_1, \dots, Y_N)$ es una matriz diagonal que contiene a los ingresos de todo el conjunto de países, y donde el elemento e_{ij} de la matriz E estima el cambio porcentual que se da en el ingreso de j cuando hay un cambio de 1 punto porcentual (pp.) en el ingreso de i . Con este resultado, es posible redefinir a la red de comercio como una red cuyos *nodos* representan a los países y cuyos *enlaces direccionados y ponderados* quedan definidos por las elasticidades e_{ij} con la ventaja de que ya toman en cuenta todas las retroalimentaciones entre las múltiples “rondas” de transacciones comerciales, el diferente tamaño de las economías y su propensión heterogénea a importar.¹³²

Consideramos que las redes de comercio cuyos enlaces quedan definidos por las elasticidades e_{ij} brindan una importante alternativa a las redes convencionales con enlaces definidos solo por exportaciones o importaciones. Tal como ya se ilustró en las Figuras 5.1 y 5.2, aquellos análisis que solo consideran la participación directa que un país i tiene en las exportaciones o importaciones totales de otro país j , así como del “tamaño del mercado” de i , no consideran ni permiten visualizar inmediatamente los efectos causados por las intermediaciones existentes en la red de comercio entre economías de tamaños heterogéneos, aspecto que sí se recoge en los términos e_{ij} . En contraste a esta ventaja, cabe señalar que la redefinición planteada en esta sección posee la limitación de que solo permite estudiar redes agregadas y deja de lado a redes multinivel para diferentes productos. Posiblemente el estudio de tales redes desagregadas requiera emplear coeficientes técnicos (u otra información técnica) en un contexto insumo-producto internacional, tema que por las limitaciones de información al momento de elaborar este trabajo se deja para una discusión futura.¹³³

¹³² Cabe notar que operacionalmente los términos e_{ij} guardan una estrecha analogía con las interacciones sectoriales descritas en una matriz inversa de Leontief en un modelo insumo-producto.

¹³³ Un ejemplo de la información insumo-producto a nivel internacional que podría emplearse en este sentido puede verse en: <https://dataverse.nl/dataset.xhtml?persistentId=doi:10.34894/A7AXDN>

5.3.2. Algunos indicadores para el estudio económico de las redes comerciales

5.3.2.1. Vectores de ponderación e influencia comercial

A continuación se plantean algunos indicadores para facilitar la interpretación económica de las redes de comercio. En ese sentido, conviene primero definir el siguiente vector-columna de ponderación:

$$w_G = [w_{1G}, \dots, w_{iG}, \dots, w_{NG}]', \quad w_{iG} = \frac{Y_i}{\sum_{k \in G} Y_k} \quad (12)$$

Donde w_{iG} es la participación del ingreso del país i con respecto a la suma de ingresos de todos los miembros de la red (G). Asimismo, dado un grupo de países $g \subset G$, conviene definir un vector-columna de ponderación que también identifica a los miembros de g :

$$w_g = [w_{1g}, \dots, w_{ig}, \dots, w_{Ng}]', \quad w_{ig} = \begin{cases} \frac{Y_i}{\sum_{k \in g} Y_k} & \text{si } i \in g \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (13)$$

Ambos vectores serán útiles al promediar elasticidades e_{ij} para diferentes grupos de países.

Por su parte, como e_{ij} estima el impacto porcentual en el ingreso del país j ante el aumento de 1pp. en el ingreso de i , entonces puede tomarse a esta elasticidad como un indicador de la *influencia comercial (trade influence) país-país* nombrada como:

$$TI_{ij} = e_{ij} \quad (14)$$

Esta definición puede extenderse para estimar la influencia comercial de un país sobre un grupo, en cuyo caso el indicador se escribe TI_{ig} y se obtiene matricialmente como:

$$[TI_{ig}]_{i=1, \dots, N} = \left[\frac{\sum_{j \in g} e_{ij} Y_j}{\sum_{j \in g} Y_j} \right]_{i=1, \dots, N} = E w_g \quad (15)$$

Donde $[TI_{ig}]_{i=1,\dots,N}$ es un vector-columna que en su i -ésima fila contiene el aumento porcentual promedio del ingreso del grupo g causado por un aumento de 1pp. en el ingreso del país i . En el caso particular que se desee estimar la influencia comercial de i sobre el resto del mundo, el indicador puede escribirse TI_i , y obtenerse con la siguiente formulación:¹³⁴

$$[TI_i]_{i=1,\dots,N} = \left[\frac{\sum_{j \neq i} e_{ij} Y_j}{\sum_{j \neq i} Y_j} \right]_{i=1,\dots,N} = [E_i \cdot w_{G-i}]_{i=1,\dots,N} \quad (16)$$

Donde E_i es la i -ésima fila de la matriz E y $G-i$ es el grupo de todos los países de la red excepto i .

Similarmente, pueden plantearse indicadores para la influencia comercial de un grupo g sobre un país j (TI_{gj}), sobre otro grupo de países g' ($TI_{gg'}$), y sobre el resto del mundo (TI_g), los cuales se definen matricialmente como:

$$[TI_{gj}]_{j=1,\dots,N} = \left[\frac{\sum_{i \in g} Y_i e_{ij}}{\sum_{i \in g} Y_i} \right]_{j=1,\dots,N} = E' w_g \quad (17)$$

$$TI_{gg'} = \frac{\sum_{j \in g'} TI_{gj} Y_j}{\sum_{j \in g'} Y_j} = w_{g'}' E' w_g = w_g' E w_{g'} \quad (18)$$

$$TI_g = \frac{\sum_{j \notin g} TI_{gj} Y_j}{\sum_{j \notin g} Y_j} = w_{G-g}' E' w_g = w_g' E w_{G-g} \quad (19)$$

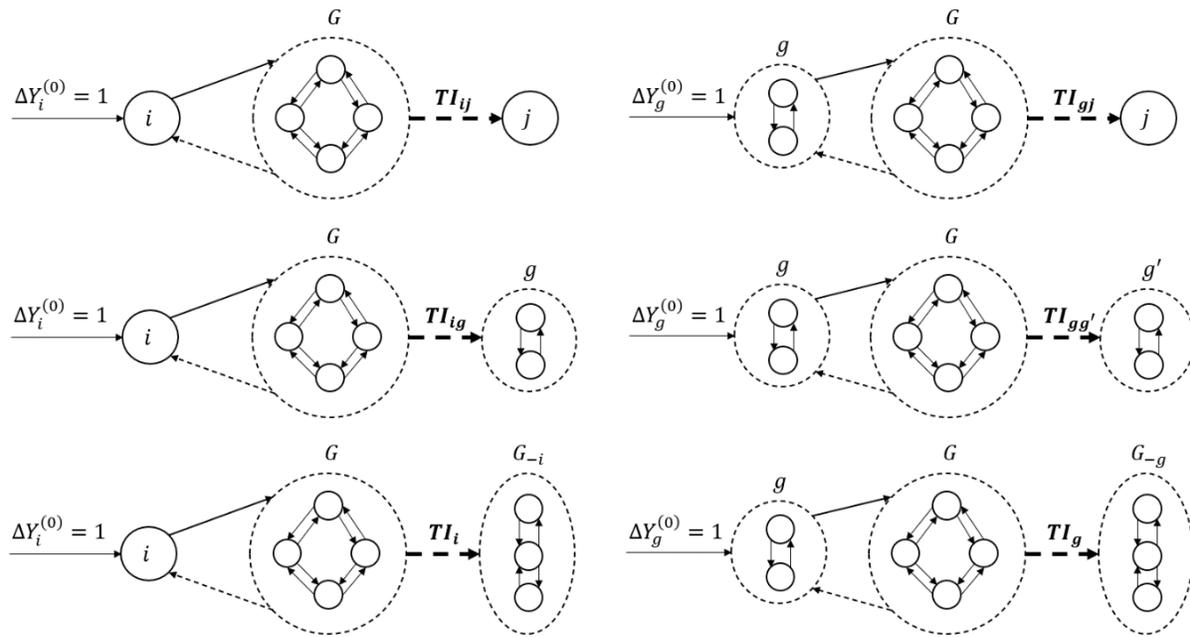
Donde $G-g$ representa al grupo de todos los miembros de la red exceptuando aquellos países que pertenecen a g .

La intuición de estas formas de influencia comercial se representa en la Figura 5.5. Inicialmente el país i (o el grupo g) recibe un shock en su ingreso ($\Delta Y_i^{(0)} = 1$ o $\Delta Y_g^{(0)} = 1$), el cual se canaliza al grupo G de todos los miembros de la red comercial, y luego de recoger múltiples

¹³⁴ El indicador TI_i es análogo al *grado saliente* (grado negativo, *outdegree*) del nodo i dentro de una red ponderada-direccional.

retroalimentaciones, llega un efecto TI_{ij} (TI_{gj}) al país j , un efecto TI_{ig} ($TI_{gg'}$) al grupo g (g') y un efecto TI_i (TI_g) al resto del mundo.

Figura 5.5. Intuición de la influencia comercial



Elaborado por el autor.

5.3.2.2. Ratio de pugna comercial

Los indicadores de influencia que se acaba de presentar permiten estimar la *pugna comercial* (*trade struggle*) que dos países i, j mantienen al tener influencia sobre un tercer país k por medio de la siguiente ratio:

$$TS_{ijk} = \frac{TI_{ik}}{TI_{jk}} = \frac{e_{ik}}{e_{jk}} \quad (20)$$

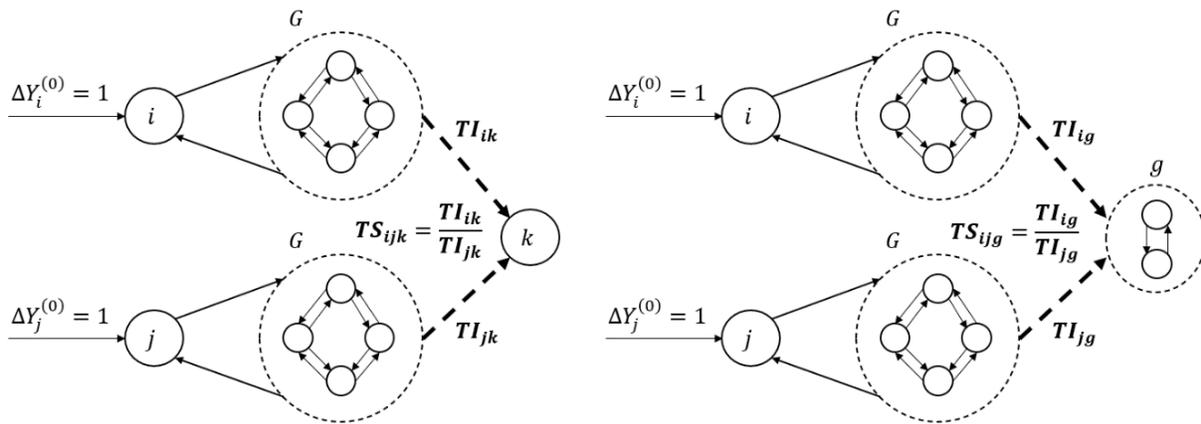
Donde, ante un aumento simultáneo de 1pp. en el ingreso de los países i y j , el impacto de i sobre un tercer país k equivale a TS_{ijk} veces el impacto de j sobre k . Así, cuando $TS_{ijk} = 1$, los países

i, j generan una misma influencia sobre k , mientras que $TS_{ijk} > 1$ ($TS_{ijk} < 1$) implica que i genera mayor (menor) influencia comercial que j sobre k . Este indicador puede extenderse para analizar la pugna comercial sobre un grupo g usando la siguiente extensión:

$$TS_{ijg} = \frac{TI_{ig}}{TI_{jg}} \quad (21)$$

La Figura 5.6 representa la intuición del indicador de pugna comercial siguiendo el mismo razonamiento que la influencia comercial (Figura 5.5).

Figura 5.6. Intuición de la pugna comercial



Elaborado por el autor.

5.3.2.3. Retroalimentación comercial absoluta y relativa

Un caso llamativo surge al estudiar el efecto de un aumento inicial en el ingreso de i sobre sí mismo luego de considerar las retroalimentaciones de la red comercial. De hecho, si se recuerda el ejemplo de la Figura 5.2, ahí se mencionó que las interacciones comerciales entre los países 1 y 2 generan retroalimentaciones que les benefician a sí mismos. Para representar esta intuición, puede definirse un índice de *retroalimentación comercial absoluta* o simplemente *retroalimentación comercial (trade feedback)* de un país i , nombrado TF_i y que se obtiene como:

$$[TF_i]_{i=1,\dots,N} = [TI_{ii}]_{i=1,\dots,N} = [e_{ii}]_{i=1,\dots,N} = \text{diag}(E) \quad (22)$$

Donde e_{ii} es el i -ésimo elemento de la diagonal principal de E . Así, ante un incremento de 1pp. en el ingreso de i , su participación en la red comercial le implica un aumento en su propio ingreso de TF_i pp. luego de considerar todas las retroalimentaciones. Por ende, mientras más alto es TF_i puede decirse que i alcanza un mayor beneficio de las interacciones del comercio internacional cuando expande autónomamente su propia economía (intuición similar a un efecto multiplicador). A su vez, este indicador puede extenderse para calcular la retroalimentación comercial de un grupo g empleando la elasticidad promedio ponderada de los miembros del grupo:¹³⁵

$$TF_g = w'_g E w_g \quad (23)$$

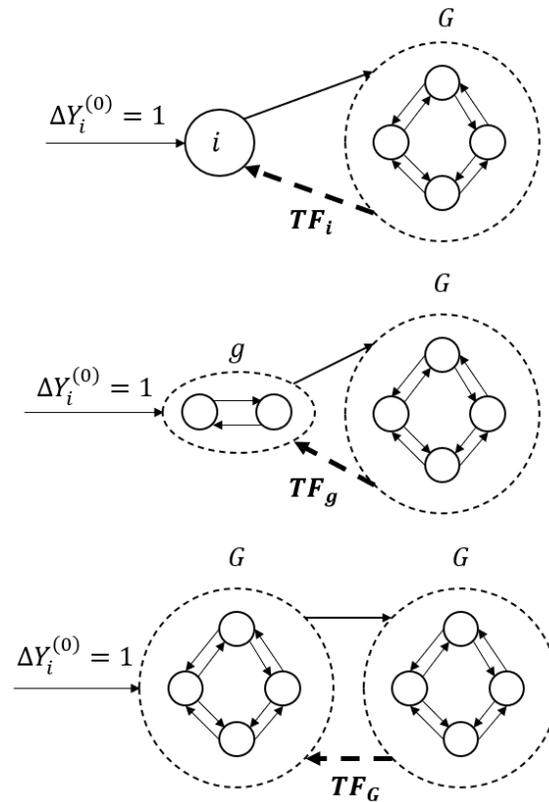
Incluso este indicador puede extenderse para estimar la retroalimentación de toda la red de comercio mundial, por medio de:

$$TF_G = w'_G E w_G \quad (24)$$

La intuición de estas formas de retroalimentación comercial se representa en la Figura 5.7. Al inicio el país i recibe un shock en su ingreso, el cual recoge las retroalimentaciones de la red y termina “regresando” un efecto $TF_i = e_{ii}$ al propio país i . En el caso del grupo g el efecto es TF_g y en el caso de toda la red, el efecto es TF_G , bajo la misma lógica.

¹³⁵ Versiones preliminares de este índice han sido empleadas por Pérez-Oviedo et al. (2018b, 2018a) al estudiar la integración comercial latinoamericana.

Figura 5.7. Intuición de la retroalimentación comercial



Elaborado por el autor.

Sobre la retroalimentación comercial cabe mencionar que el indicador genera problemas al comparar grupos de países de diferente tamaño. Para visualizar esta situación, asumamos que todos los países asignan la misma proporción de sus importaciones a sus socios comerciales, es decir, existe una *estructura homogénea de importaciones* como la que se plantea en la siguiente matriz¹³⁶:

$$A^H = \left(\frac{1}{N}\right) \mathbf{1}_{N,N} \quad (25)$$

¹³⁶ Por *estructura homogénea de importaciones* nos referimos a una situación en donde todos los países miembros de la red de comercio asignan una proporción $1/N$ de sus importaciones a cada uno de sus socios comerciales. Por ejemplo, si se tiene una red con los países A, B, C y D, entonces una estructura homogénea de importaciones implica que A asigna el 25% de sus importaciones a B, 25% a C, 25% a D y el resto se suple con producción doméstica.

Aquí puede demostrarse (ver anexo 5.1) que la retroalimentación comercial del grupo g es:

$$TF_g^H = \frac{\#(g)w'_g m w_g}{N(1 - \bar{m})} \quad (26)$$

Donde \bar{m} es el promedio simple de las propensiones medias a importar y $\#(g)$ es el número de miembros de g . Así, incluso en una red con una estructura homogénea de importaciones, la retroalimentación comercial depende del tamaño de los grupos representado en $\#(g)$, lo que dificulta la comparabilidad del indicador. Para enfrentar este problema puede definirse una *retroalimentación comercial relativa (relative trade feedback)* como la retroalimentación comercial absoluta TF_g expresada con respecto a la retroalimentación de una estructura homogénea de importaciones TF_g^H , es decir:

$$RTF_g = \frac{TF_g}{TF_g^H} \quad (27)$$

La ventaja de RTF_g es su condición de *invariante* respecto al tamaño del grupo g , al menos ante una estructura de importaciones homogénea, pues en ese caso el indicador es unitario ($RTF_g^H = 1$). Esta propiedad facilita la comparabilidad de grupos con diferentes tamaños y genera indicadores adimensionales que se expresan con respecto a un mismo caso base. De hecho, este ajuste es aplicable incluso si g posee un solo miembro.

5.3.2.4. Poder comercial e identificación de estructuras centro-periféricas

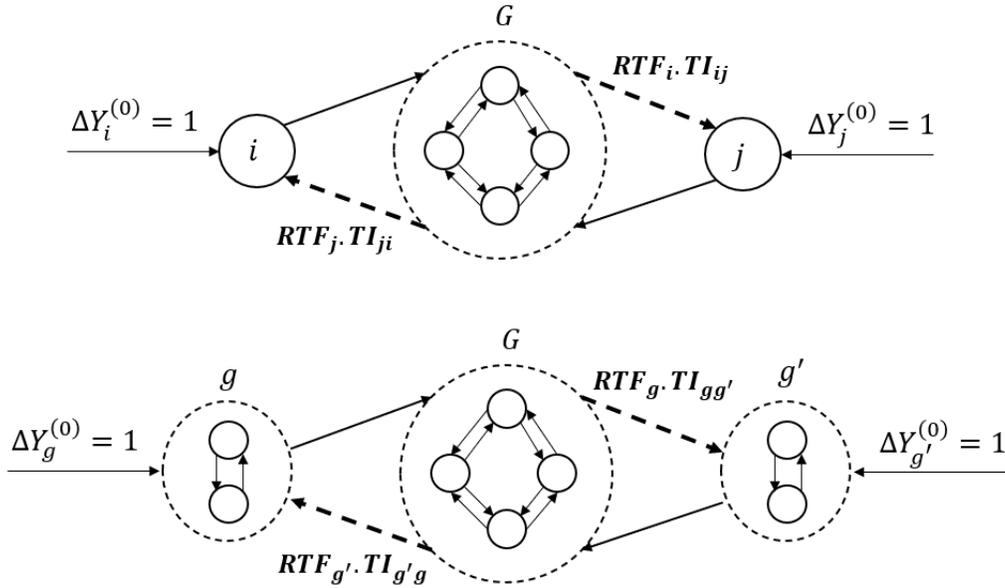
Siguiendo a Strange (1988, 24) y su noción de *poder estructural* entendido como el poder para “dar forma y determinar las estructuras de la economía política global”, planteamos estimar el poder estructural que ejercen dos países y o grupos en la red de comercio mundial por medio de un índice de *balance de poder comercial (balance of trade power)* que simultáneamente considera a los indicadores de influencia y retroalimentación (es decir, considera a la estructura de la red comercial):

$$BTP_{ij} = e_{ii}e_{ij} - e_{jj}e_{ji} = RTF_i \cdot TI_{ij} - RTF_j \cdot TI_{ji} \quad (28)$$

$$BTP_{gg'} = RTF_g \cdot TI_{gg'} - RTF_{g'} \cdot TI_{g'g} \quad (29)$$

Este índice estima el balance de las influencias mutuas entre i y j (o entre g y g') cuando ambos países (grupos) simultáneamente incrementan sus ingresos en 1pp., usando como ponderadores a sus respectivas retroalimentaciones relativas. La intuición de este balance de poder comercial se recoge en la Figura 5.8. Así, en el caso de grupos, mientras más alto sea $BTP_{gg'}$, mayores serán tanto la retroalimentación como la influencia de g con respecto a la retroalimentación y la influencia de g' , sugiriendo que en promedio es mayor el poder estructural que ejerce g sobre g' que viceversa dentro de la red comercial.

Figura 5.8. Intuición del balance de poder comercial



Elaborado por el autor.

El balance de poder comercial entre grupos puede ayudar a identificar posibles *estructuras centro-periféricas* si, por ejemplo, se hace que g represente al grupo de países centrales ($g = C$) y g' represente al grupo de países periféricos ($g' = P$) (donde $C \cap P = \emptyset$), obteniéndose así un *balance de poder comercial centro-periferia*:

$$BTP_{C,P} = RTF_C \cdot TI_{C,P} - RTF_P \cdot TI_{P,C} \quad (30)$$

Donde, al crecer $BTP_{C,P}$ se sugiere que el centro ejerce un mayor poder comercial sobre la periferia. Este índice, junto con la influencia comercial de cada país sobre el resto del mundo TI_i , permite plantear un *algoritmo de identificación de estructuras centro-periféricas* (Tabla 5.1)¹³⁷ que, de forma recursiva, asigna diferentes *niveles de centralidad* a los miembros de la red comercial sin requerir una clasificación a priori. Siguiendo a Prebisch (1950), puede considerarse que los grupos que reciben la mayor centralidad por parte del algoritmo se acercan a la noción de *centros globales*; en cambio, aquellos con centralidad intermedia pueden considerarse como *sub-centros*, en analogía a la noción de subimperialismo de Marini (1973);¹³⁸ finalmente, los niveles más bajos de centralidad pueden asociarse con la *semi-periferia* de Wallerstein (1974, 2004) o directamente como *periferia*.

Tabla 5.1. Algoritmo de identificación de estructuras centro-periféricas

1. Definir j como “país de partición” y hacer $j = 1$.
2. Definir q como el nivel de centralidad y hacer $q = 0$.
3. Calcular la influencia comercial de un país sobre el resto del mundo (TI_i) de la expresión (16) para todos los miembros de la red comercial.
4. Ordenar los países de forma descendente según su influencia comercial ($TI_1 \geq TI_2 \geq TI_3 \geq \dots \geq TI_N$), asignarles un número que represente ese orden y armar una lista ordenada $O_1 = \{1, 2, 3, \dots, N\}$.
5. Hacer $q = q + 1$. Esto significa que se va a identificar al grupo con el q -ésimo nivel de centralidad.
6. Para todo país $i \in O_q$ definir dos grupos $C_{j,i} = \{j, \dots, i\}$ (posible centro) y $P_{i+1,N} = \{i + 1, \dots, N\}$ (posible periferia) y calcular el índice $BTP_{g,g'}$ de la expresión (29) haciendo $g = C_{j,i}$ y $g' = P_{i+1,N}$. Esto significa que se obtiene el balance de poder comercial de todas las posibles estructuras centro-periféricas dentro de la lista ordenada O_q .
7. Seleccionar el país i^* tal que los grupos C_{j,i^*} y $P_{i^*+1,N}$ maximicen el balance de poder comercial en beneficio del centro (es decir, maximicen $BTP_{C,P}$) y guardar estos grupos como $C_q = C_{j,i^*}$ (centro) y $P_q = P_{i^*+1,N}$ (periferia). Es decir, se guarda la estructura que tienda a maximizar el poder estructural del centro sobre la periferia.

¹³⁷ El algoritmo se implementó en R y puede consultarse a los autores vía correspondencia.

¹³⁸ Para mayores detalles sobre la noción de subimperialismo, ver Sotelo-Valencia (2017). Asimismo, para una revisión de literatura sobre varias nociones de las teorías de la dependencia, ver Acosta y Cajas Guijarro (2022).

8. Definir $O_{q+1} = P_q$, es decir, usar el grupo de países de la periferia identificada en el paso 7 como un nuevo conjunto de países ordenados sobre el cual se va a encontrar una nueva estructura subcentro-periférica.
9. Hacer $j = i^* + 1$, es decir, se define como nuevo “país de partición” al primer miembro de P_q .
10. Repetir los pasos 5 a 9 hasta agotar la lista de países miembros de la red comercial.

Elaborado por el autor.

5.4.Resultados y discusión

A continuación se presenta los resultados de aplicar la propuesta metodológica de la sección 5.3 a redes de comercio mundial conformadas por 115 países para el período 1995-2020 (26 años), de modo que se incluye los efectos del primer año de la pandemia COVID-19. Para esta aplicación se emplean las siguientes fuentes de datos: (a) la matriz de estructura de comercio (A) se estima con flujos de exportaciones bilaterales¹³⁹ disponibles en la *Dirección de Estadísticas de Comercio* del Fondo Monetario Internacional (FMI);¹⁴⁰ (b) la matriz de propensiones promedio a importar (m) se estima con la variable “Importaciones de bienes y servicios (% del PIB)” (código NE.IMP.GNFS.ZS) disponible en la base de *Indicadores del Desarrollo Mundial* del Banco Mundial (BM);¹⁴¹ (c) la matriz de ingresos (Y) se construye con datos del BM empleando la variable “PIB (US\$ a precios actuales)” (código NY.GDP.MKTP.CD).¹⁴² A su vez, los resultados se presentan a nivel de países, regiones y continentes siguiendo igualmente clasificaciones del BM (anexo 5.2).

¹³⁹ Notar que el flujo de exportación que va desde j hacia i puede tomarse como una aproximación al flujo de importación que i paga a j ($M_{ij} = X_{ji}$). Se empleó datos de exportaciones (en dólares FOB) pues brindaron la información más completa para el período 1995-2020 (datos actualizados hasta el 29 de marzo de 2022).

¹⁴⁰ Información disponible en: <https://data.imf.org/?sk=9d6028d4-f14a-464c-a2f2-59b2cd424b85>

¹⁴¹ Información disponible en: <https://datos.bancomundial.org/indicador/NE.IMP.GNFS.ZS>

¹⁴² Información disponible en: <https://datos.bancomundial.org/indicador/NY.GDP.MKTP.CD>

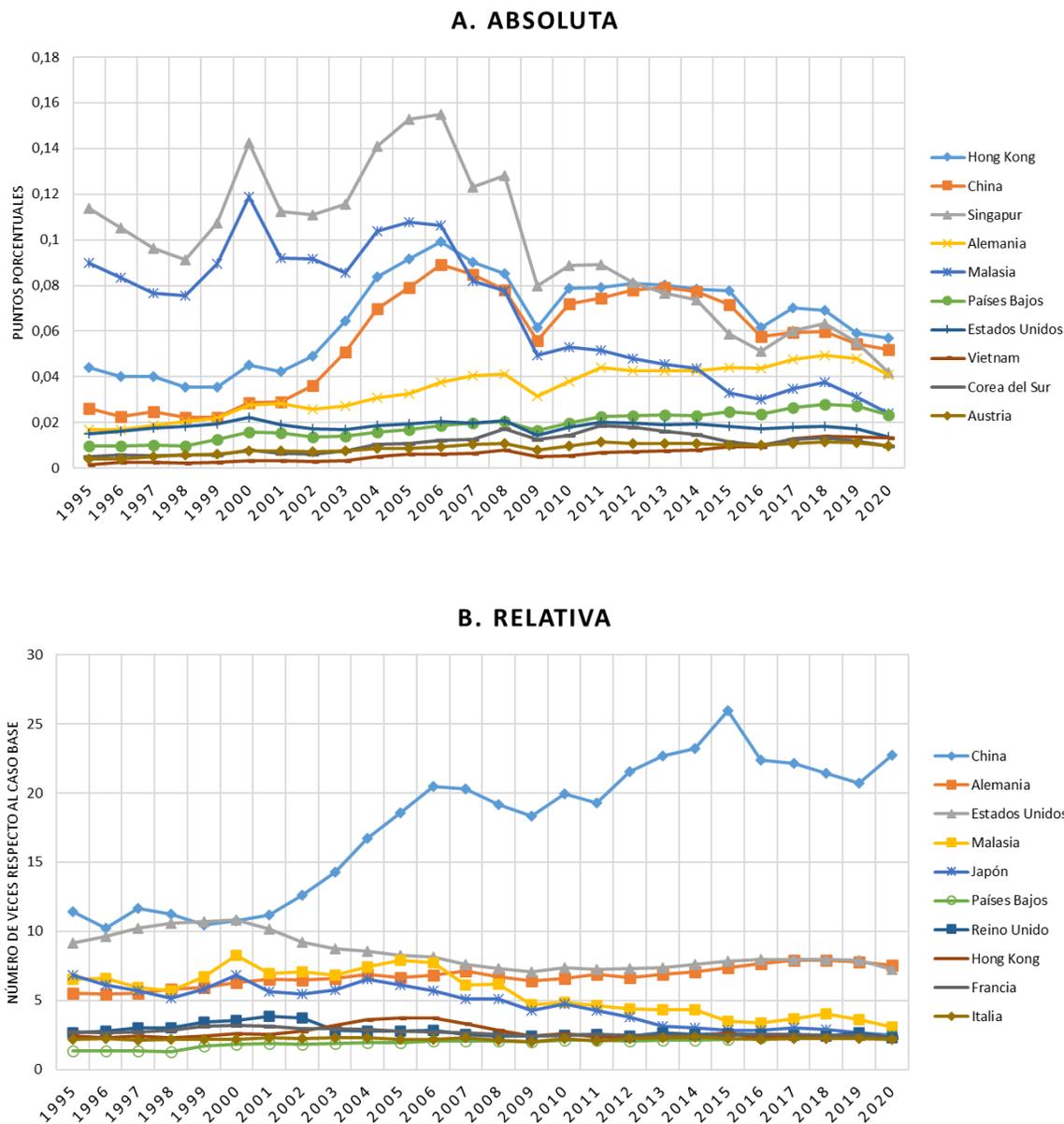
5.4.1. Retroalimentación comercial absoluta y relativa

En 2020 el país con mayor *retroalimentación comercial (absoluta)* fue Hong Kong, alcanzando un indicador $TF_{HK} = 0,0569$; es decir, ante un aumento de 1pp. en el ingreso del país, su participación en la red de comercio mundial le implica un crecimiento en su propio ingreso de 0,0569pp. luego de considerar las retroalimentaciones de la red. Los siguientes puestos corresponden a China ($TF_{CN} = 0,0520$), Singapur ($TF_{SG} = 0,0418$), y Alemania ($TF_{DE} = 0,0407$), naciones que han mantenido las primeras ubicaciones en todo el período de análisis (Figura 5.9A). Por su parte, el *índice de retroalimentación comercial relativo* ubica en primer lugar a China, la cual desde inicios de los años 2000 se ha separado fuertemente del resto de naciones. Como resultado, en 2020 se observó un índice $RTF_{CN} = 22,7226$, implicando que el gigante asiático alcanzó una retroalimentación equivalente a 22,72 veces aquella que habría obtenido si la red de comercio mundial tuviera una estructura homogénea de importaciones. Mucho más abajo aparecen las retroalimentaciones relativas de Alemania ($RTF_{DE} = 7,5618$), Estados Unidos ($RTF_{US} = 7,2452$) y Malasia ($RTF_{MY} = 3,0490$) (Figura 5.9B).

Un patrón peculiar de la retroalimentación comercial es el contraste entre China y Estados Unidos, más aún durante la pandemia de COVID-19. Por ejemplo, entre 2019-2020 la retroalimentación absoluta estadounidense cayó en 20,45%, mientras que China solo tuvo una contracción de 4,38%; en cambio, en términos relativos Estados Unidos mostró una caída de 8,20% y China experimentó un *crecimiento* de 9,75%. De hecho, muy pocos países mostraron un crecimiento en su retroalimentación comercial relativa, como Hong Kong y Vietnam con aumentos 1,72 y 4,49% respectivamente. Así, podría sugerirse que las retroalimentaciones comerciales asiáticas son fuertes y resilientes, más aún gracias al efecto de China a escala regional;¹⁴³ en cambio la retroalimentación comercial estadounidense se muestra particularmente estancada (caso similar parece darse para Alemania) (ver Tablas A1 y A2 en el anexo 5.3 para mayor detalle).

¹⁴³ Por ejemplo, Verschuur et al. (2021) sugieren que la recuperación comercial relativamente rápida de China ante el shock del coronavirus en 2020 llevó a que varios de sus socios comerciales incrementen sus actividades portuarias en pandemia (p.ej. Vietnam).

Figura 5.9. Retroalimentación comercial por principales países

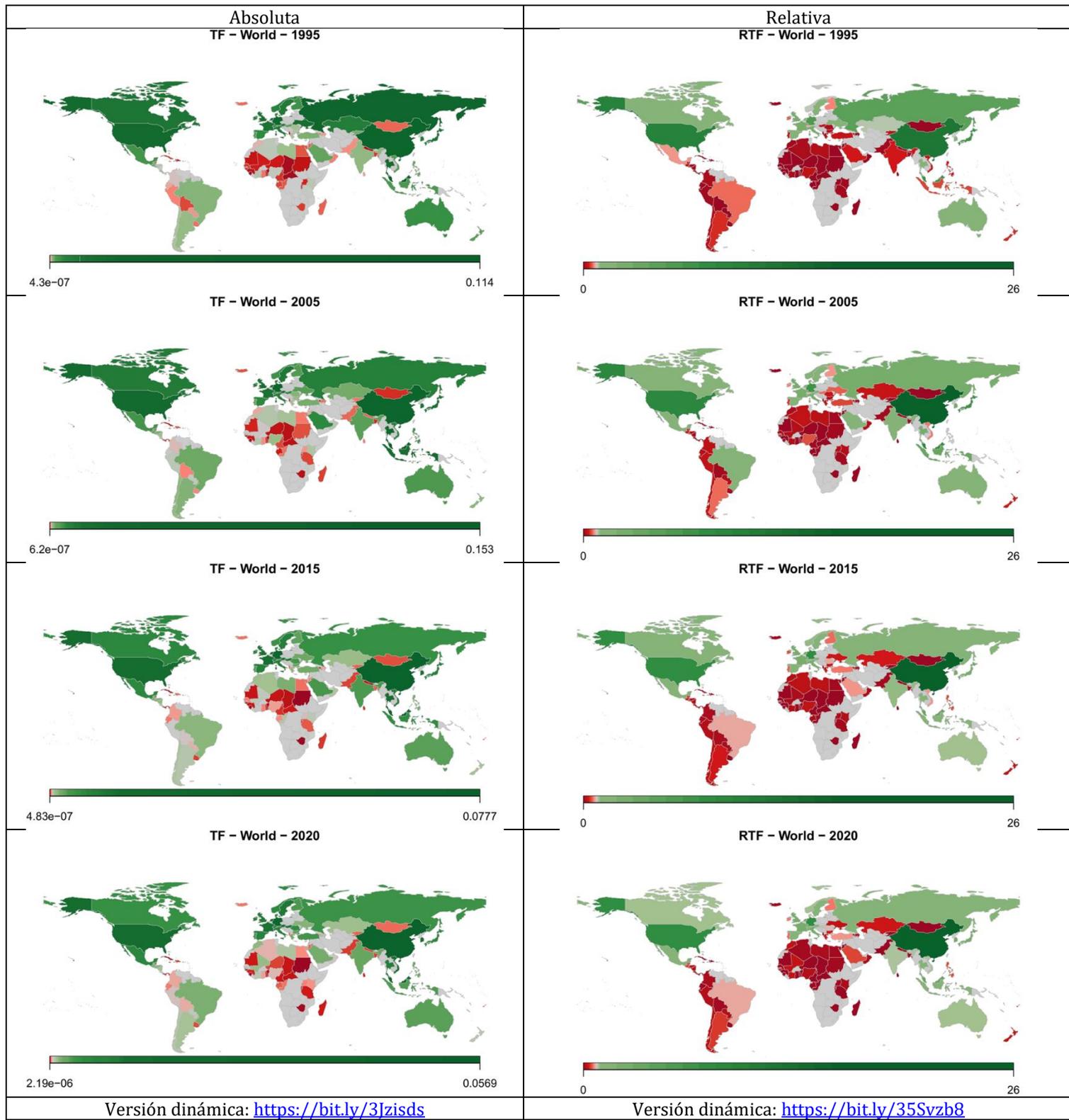


Elaborado por el autor a partir de FMI y BM.

Tanto en términos absolutos como relativos, la retroalimentación parece mostrar una importante capacidad de distinguir la ubicación de los países dentro de la red de comercio mundial en todo el período 1995-2020 (Figura 5.10). De hecho, al revisar los resultados por regiones se nota el protagonismo de Asia Oriental en 2020, disputando el primer lugar con Europa Occidental en

términos absolutos (Figura 5.11A) y con Norteamérica en términos relativos (Figura 5.11B). Justo en este segundo caso es notable la caída de la retroalimentación de Norteamérica (que engloba a Estados Unidos y Canadá, ver anexo 5.2), el ascenso de Asia Oriental sobre todo por China, y el relativo estancamiento de Europa Occidental (guiado en particular por Alemania). Mucho más abajo puede identificarse al Sudeste Asiático y a las regiones Meridional y Septentrional de Europa. Por su parte, las regiones de menor retroalimentación absoluta y relativa dentro de todo el período de análisis incluyen a Europa Oriental, Asia Occidental, Central y Meridional, América Latina y el Caribe (incluyendo México), Oceanía y toda África (sobre todo Septentrional y Occidental); así, estas regiones parecen ser las menos favorecidas de las retroalimentaciones del comercio internacional (ver Tablas A3 y A4 en el anexo 5.3 para mayor detalle).

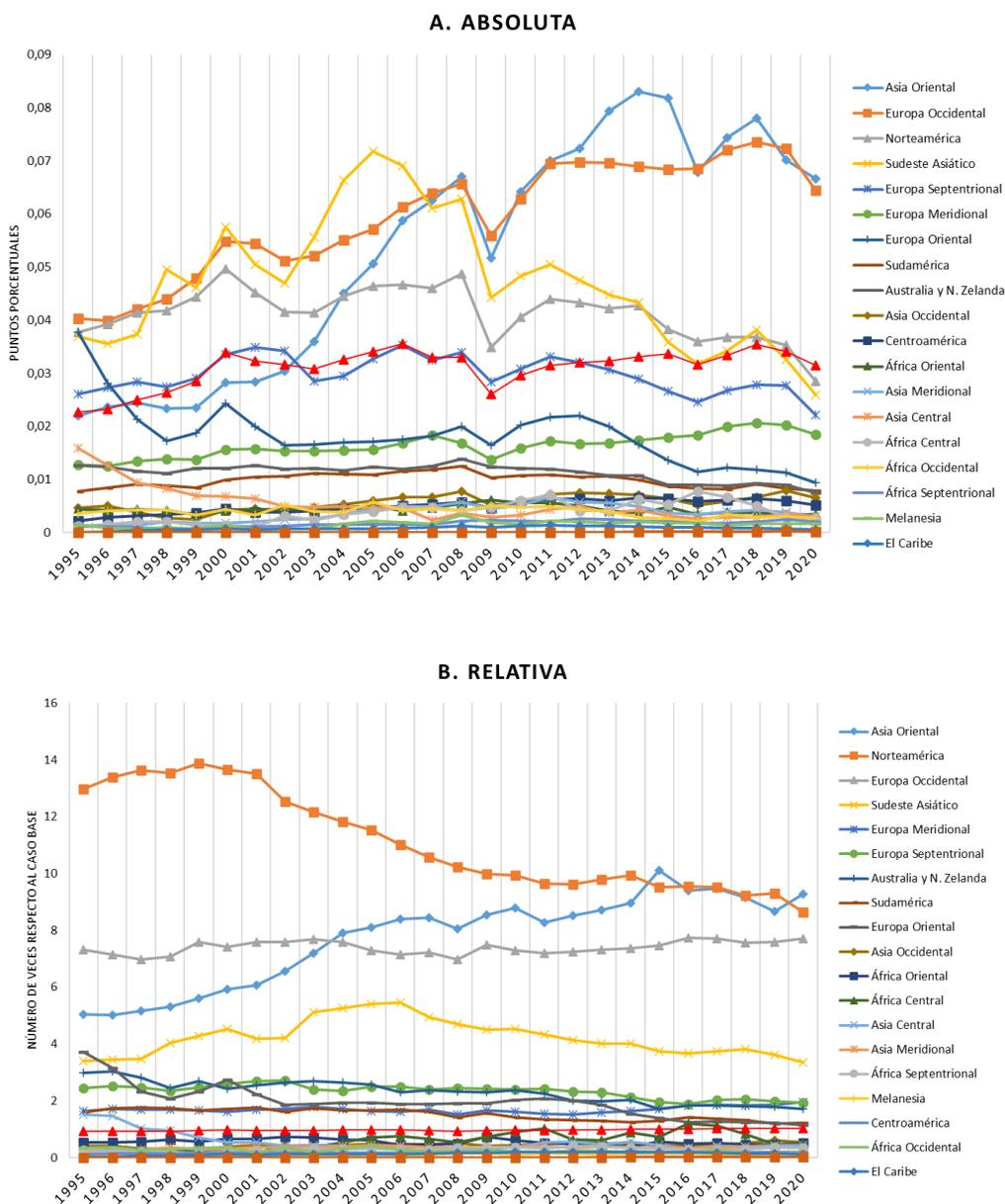
Figura 5.10. Mapas de retroalimentación comercial a escala mundial



Elaborado por el autor a partir de FMI y BM.

Nota: Rojo: menor retroalimentación. Verde: mayor retroalimentación. Gris: información no disponible.

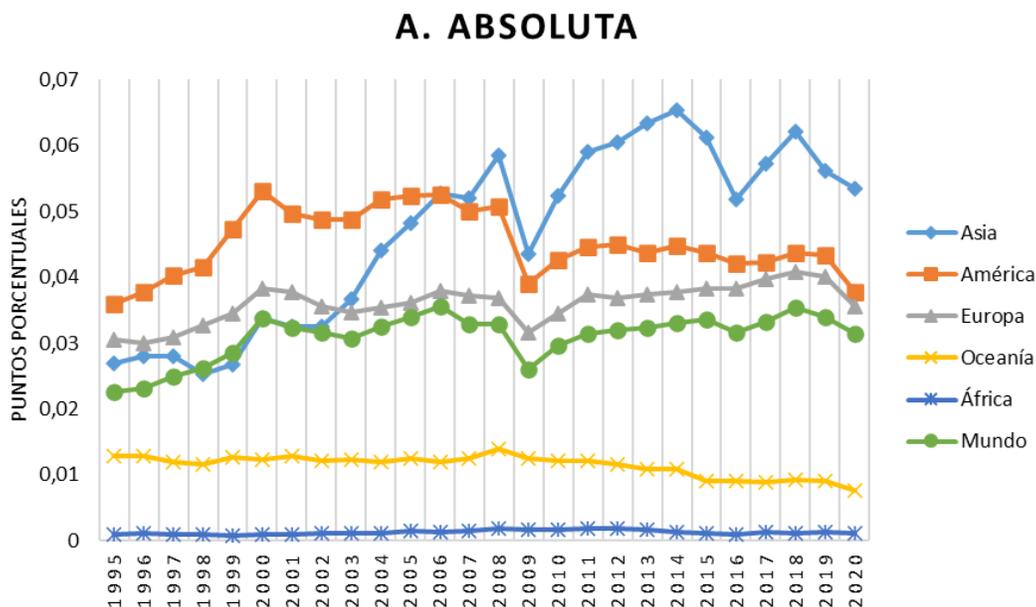
Figura 5.11. Retroalimentación comercial por regiones



Elaborado por el autor a partir de FMI y BM.

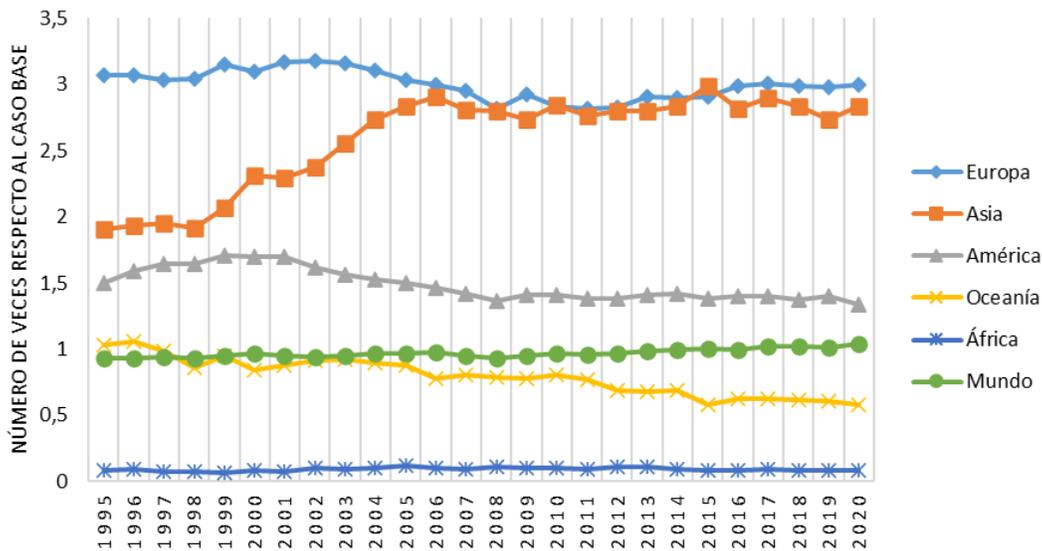
Pasando a un nivel continental (Figura 5.12), por un lado, es visible la expansión de la retroalimentación absoluta asiática, que incluso supera a América desde 2007; en términos relativos, Europa y Asia mantienen una importante disputa desde mediados de los años 2000. Por otro lado, ambos indicadores de retroalimentación ubican a África en el último lugar para todo el período de análisis (ver Tablas A5 y A6 en el anexo 5.3 para mayor detalle). Dentro de estos continentes se destacan los siguientes países en términos de retroalimentación relativa: en *Europa* sobresalen naciones de las regiones Occidental, Septentrional y Meridional como Alemania, Países Bajos, Reino Unido, Francia, Italia, España y Suecia; en *Asia* resaltan países de las regiones Oriental y del Sudeste Asiático como China, Malasia, Japón, Hong Kong, Corea del Sur, Singapur, Tailandia e India; en *América* destacan Estados Unidos, México, Canadá, Brasil, y más abajo Guatemala, Argentina, El Salvador y Chile; en *Oceanía* sobresalen Australia y Nueva Zelanda; y en *África* destacan países de la región Occidental y Septentrional como Costa de Marfil, Malí, Marruecos, Nigeria y Senegal. Resultados similares se notan en términos absolutos.¹⁴⁴

Figura 5.12. Retroalimentación comercial por continentes



¹⁴⁴ El desglose de resultados puede consultarse a los autores vía correspondencia.

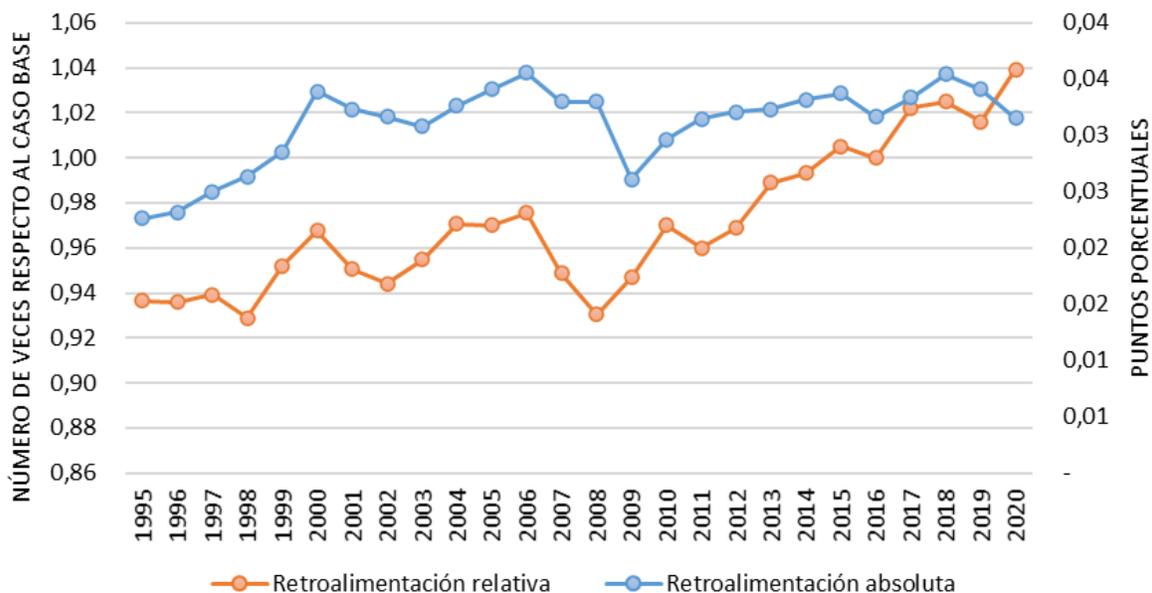
B. RELATIVA



Elaborado por el autor a partir de FMI y BM.

Por último, puede obtenerse una estimación de las retroalimentaciones comerciales a escala mundial (Figura 5.13, detalle en Tablas A5 y A6 del anexo 5.3). Así, en términos absolutos el índice TF_G pasó de 0,0341 a 0,0315pp. entre 2019 y 2020, es decir, una contracción de 7,42%; de hecho, el indicador se redujo a un nivel similar a 2016 (0,0317). Así, de forma general podría sugerirse que *la pandemia del COVID-19 ha implicado un retroceso de cuatro años en el promedio de las retroalimentaciones comerciales mundiales absolutas*, al menos para los 115 países incluidos en la red analizada. En contraste, la retroalimentación relativa mundial mostró un índice RTF_G que pasó de 1,0162 a 1,0391 implicando un *crecimiento* de 2,26%. Es decir, en promedio el mundo aumentó sus retroalimentaciones comerciales en comparación a aquellas que tendría si la estructura de importaciones fuera homogénea, crecimiento que muy posiblemente ha sido empujado por China y otros países asiáticos como Hong Kong y Vietnam. Por cierto, la retroalimentación relativa mundial muestra una tendencia creciente desde fines de los años 2000, reflejando el aumento de las retroalimentaciones con respecto al caso con una estructura homogénea de importaciones, lo que podría interpretarse de forma preliminar como un aumento de la *complejidad general* de la red comercial.

Figura 5.13. Retroalimentación comercial mundial

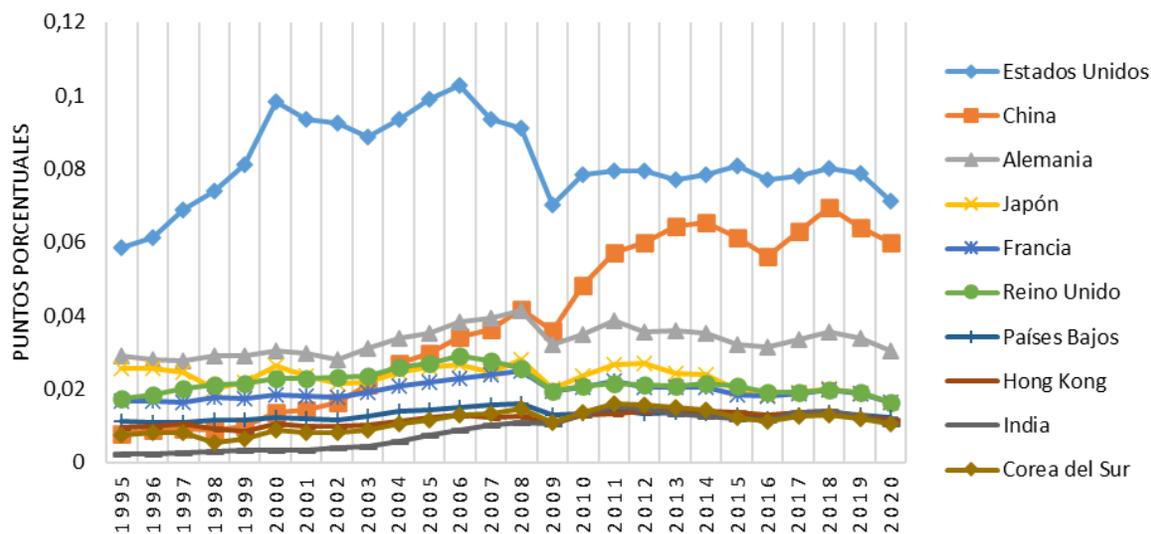


Elaborado por el autor a partir de FMI y BM.

5.4.2. Influencia comercial y mapas de estructura de comercio

Pasando a la *influencia comercial sobre el resto del mundo*, para 2020 a nivel de países Estados Unidos obtuvo el indicador más elevado con $TI_{US} = 0,0713$; así, un incremento de 1pp. en el ingreso estadounidense genera una expansión promedio de 0,0713pp. en el ingreso del resto del mundo debido a las interacciones en la red comercial. Cerca a Estados Unidos está China ($TI_{CN} = 0,0600$), más abajo aparece Alemania ($TI_{DE} = 0,0305$), mientras que en otro grupo se identifica a Japón ($TI_{JP} = 0,0165$), Francia ($TI_{FR} = 0,0164$) y Reino Unido ($TI_{GB} = 0,0163$) (Figura 5.14).

Figura 5.14. Influencia comercial sobre el resto del mundo por principales países



Elaborado por el autor.

En el caso estadounidense, su influencia comercial sobre el resto del mundo describe una tendencia llamativa pues sus mayores caídas están correlacionadas con las principales crisis económicas mundiales: entre 2000-2001 el índice TI_{US} cayó 4,81% en el contexto de la *crisis punto.com*; entre 2008-2009 el índice sufrió una contracción máxima de 22,95% durante la *crisis financiera internacional* y desde entonces no logró recuperar su nivel previo; y entre 2019-2020 con el inicio de la pandemia COVID-19 la caída fue de 9,52%. Como resultado de este último shock, en 2020 se registró un índice TI_{US} similar a 2009 (0,0701), de modo que puede estimarse que *el coronavirus provocó un retroceso de 11 años en la influencia comercial de Estados Unidos sobre el resto del mundo*.

Por otra parte, China muestra una influencia comercial que creció con fuerza sobre todo luego de la crisis financiera de 2009, año en el cual el país asiático superó a Alemania como la segunda nación de mayor influencia pese a que su indicador TI_{CN} cayó 13,92%. Desde entonces hasta 2014 la influencia china sobre el resto del mundo creció, y luego sufrió nuevas contracciones en 2015 y 2016 de 6,37 y 8,39% respectivamente; por cierto, en esos años se dio una importante reducción en el precio de varias materias primas mientras que la economía china se desaceleró. Después hubo una nueva recuperación hasta 2018 cuando el gobierno estadounidense declaró una

“guerra comercial” a China que quizá explica –al menos parcialmente– la caída de 7,66% en el índice TI_{CN} en 2019. Finalmente, en 2020 el índice TI_{CN} cayó en 6,57%, alcanzando un nivel similar al que registró en 2016 (0,0561), de modo que *el coronavirus generó un retroceso aproximado de cuatro años en la influencia comercial china*. Pese a estas fluctuaciones, es notable la cercanía de China y Estados Unidos justamente desde que inició su guerra comercial en 2018.

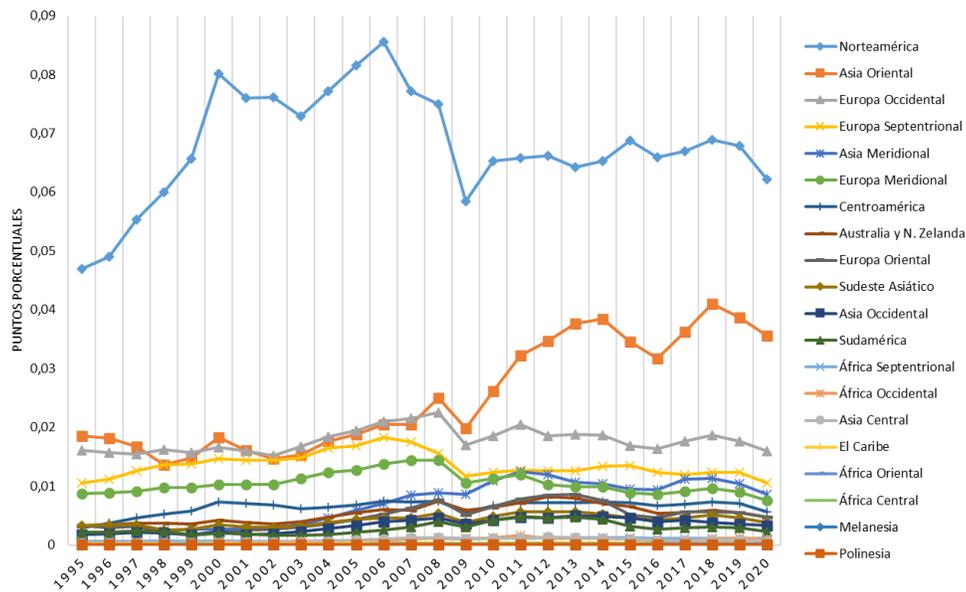
Si bien no ocupa los primeros lugares, el ascenso de la influencia comercial de la India sobre el resto del mundo también merece atención, sobre todo desde 2004. Este ascenso se consolida luego de la crisis financiera de 2009, cuando la India dio alcance a Países Bajos, Hong Kong y Corea del Sur. Sin embargo, todos estos países alcanzaron su máxima influencia comercial en 2011 y, desde entonces, han mostrado cierto estancamiento, sin posibilidad de alcanzar a Japón, Francia y Reino Unido (ver Tabla A7 en el anexo 5.3 para mayor detalle).

Al obtener la influencia sobre el resto del mundo a escala regional, es claro el primer lugar de Norteamérica para todo el período de análisis. Por su parte, la dinámica de China ha empujado a que Asia Oriental se ubique como la segunda región de mayor influencia sobre el resto del mundo en especial desde 2008, pero aún la región está relativamente lejos de la influencia norteamericana; mucho más abajo, en tercer y cuarto lugar se ubican Europa Occidental y Septentrional respectivamente. En cuanto a las regiones de menor influencia comercial se incluye a Asia Meridional, Occidental y Central, Europa Meridional y Occidental, Oceanía, América Latina y toda África, resultado similar al que se obtuvo desde la retroalimentación comercial. Este patrón se reitera a escala continental (Figuras 5.15 y 5.16) (detalle en Tablas A8 y A9 del anexo 5.3).

Un patrón particular del índice de influencia comercial TI_i es su elevada correlación con el peso del ingreso de cada país w_{iG} para todo el período 1995-2020: en promedio, mientras más grande es una economía, mayor es su influencia comercial sobre el resto del mundo, tal como sugiere la Figura 5.17 en escalas logarítmicas. Igualmente puede notarse la tendencia a que las economías más pequeñas y de menor influencia comercial también muestren la menor retroalimentación relativa RTF_i (ver el tamaño de los puntos de la Figura 5.17). Si se revisa esta relación en términos dinámicos, es notable el ascenso del poder estructural (económico y comercial) de

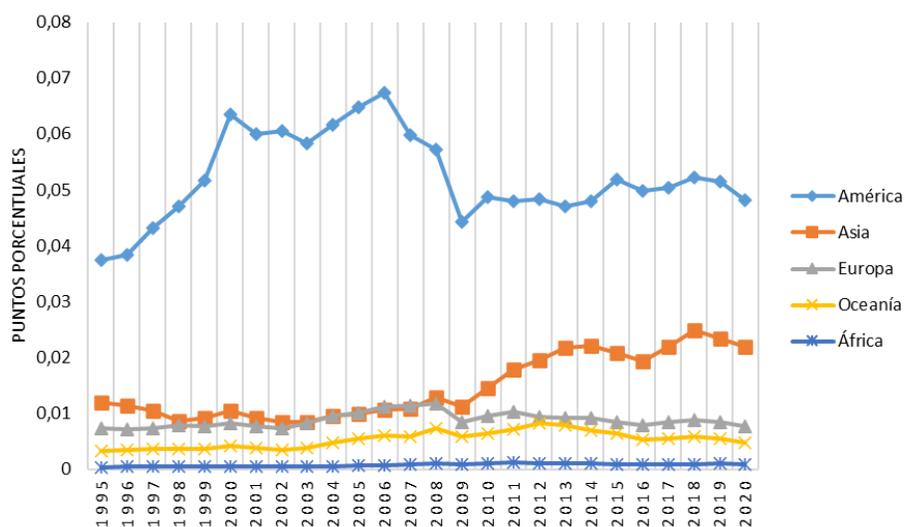
China, acercándose cada vez más a Estados Unidos, así como el relativo estancamiento de potencias como Alemania y Japón.

Figura 5.15. Influencia comercial sobre el resto del mundo por regiones



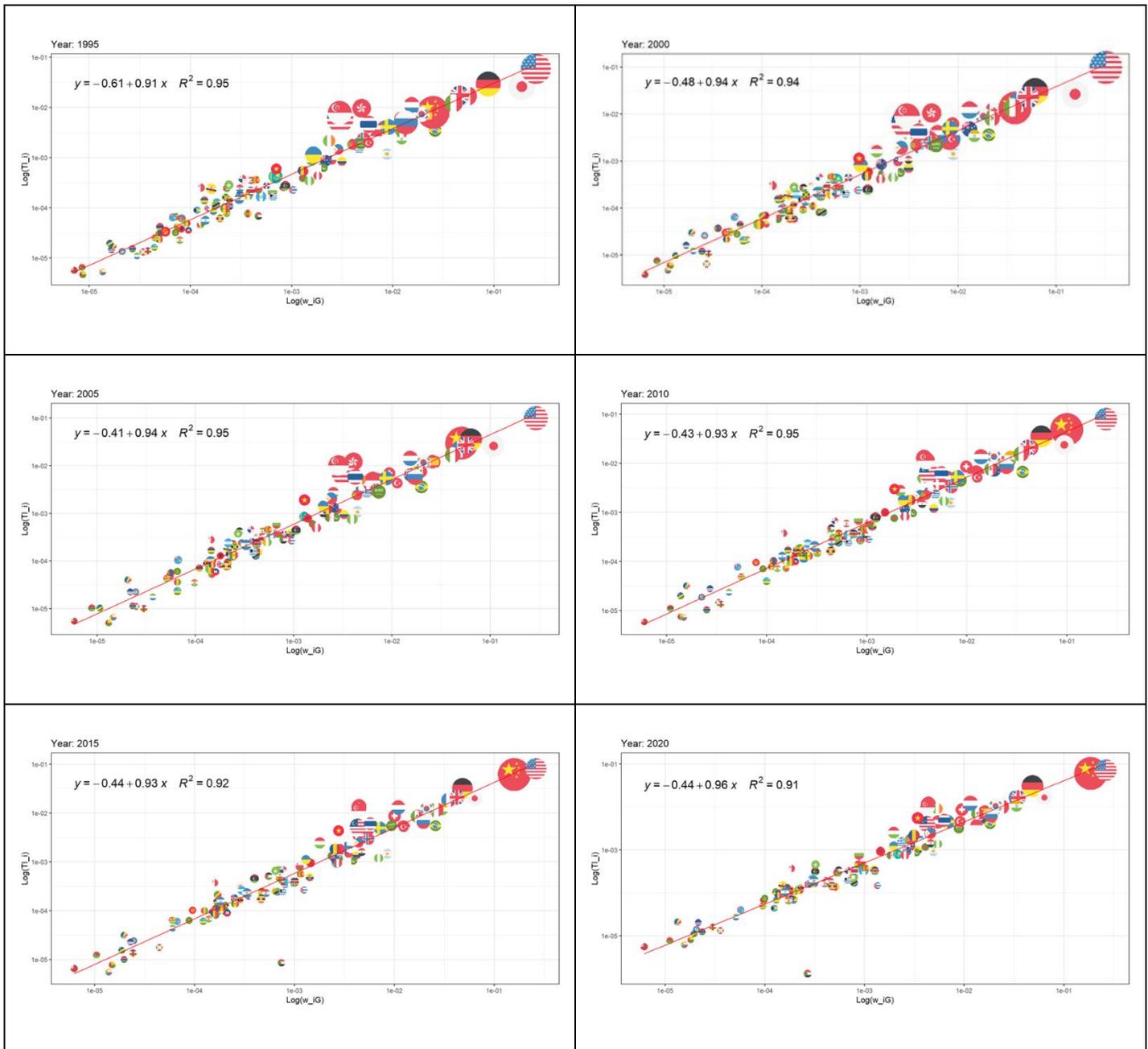
Elaborado por el autor a partir de FMI y BM.

Figura 5.16. Influencia comercial sobre el resto del mundo por continentes



Elaborado por el autor a partir de FMI y BM.

Figura 5.17. Peso económico, la influencia y la retroalimentación comercial por países



Elaborado por el autor a partir de FMI y BM.

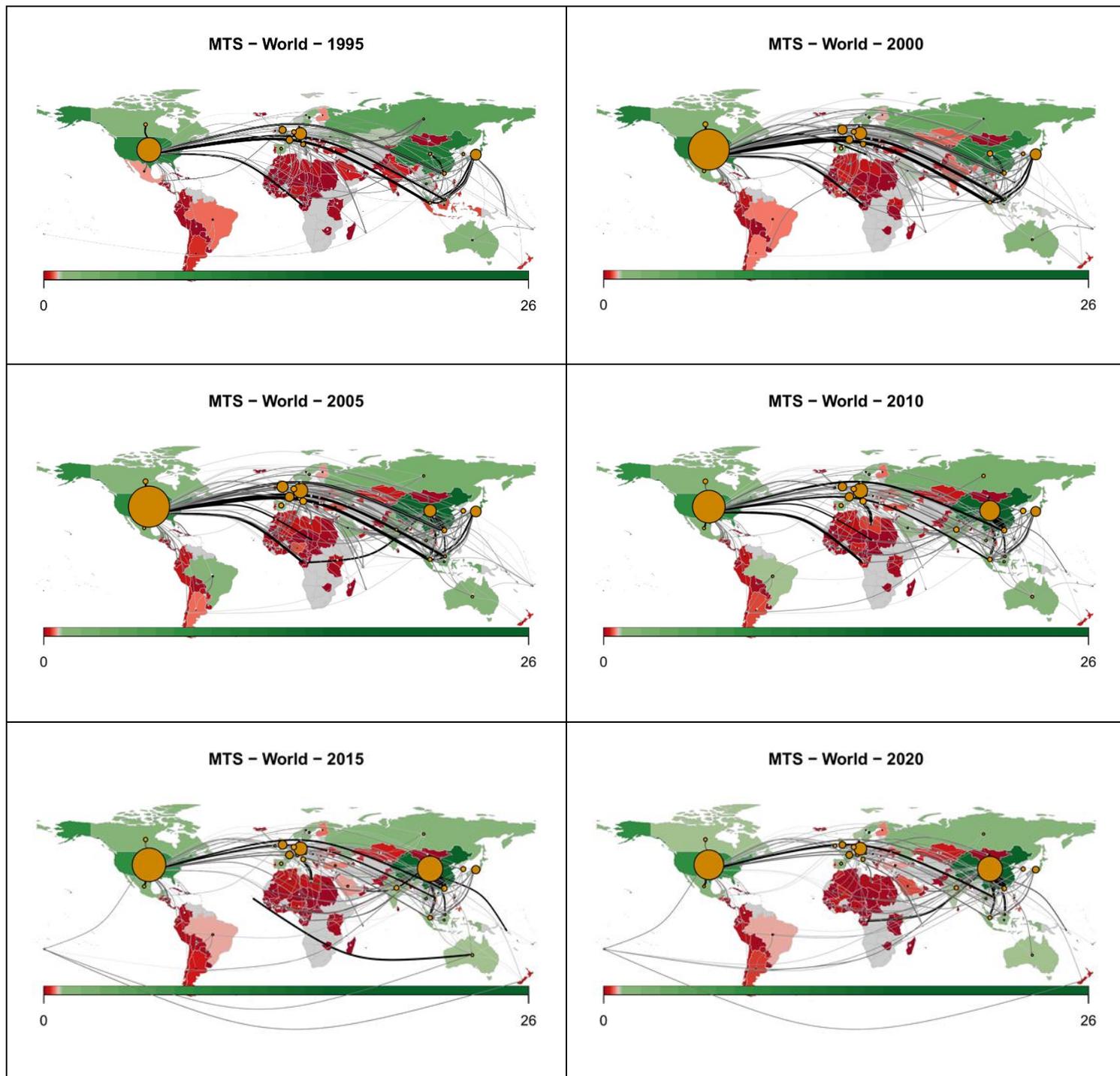
Nota: $\text{Log}(w_{iG})$: logaritmo del peso de cada economía. $\text{Log}(TI_i)$: logaritmo de la influencia de cada país sobre el resto del mundo. Tamaño de puntos representa a la retroalimentación comercial relativa (versión dinámica):

<https://bit.ly/3wAomr8>.

Este patrón puede representarse geográficamente usando *mapas de estructura de comercio* (*maps of trade structure*) contruidos con el siguiente criterio: (a) la retroalimentación comercial relativa (RTF_i) puede representarse con mapas de escalas de colores tal como se hace en la Figura 10; (b) sobre estos mapas se construye un grafo donde el tamaño de los nodos es proporcional a la influencia sobre el resto del mundo (TI_i); (c) los enlaces del grafo son direccionados y tienen una ponderación proporcional a la influencia comercial país-país (TI_{ij}) (empleando un umbral mínimo para simplificar la visualización de la red). El resultado de construir estos mapas para el período 1995-2020 a escala mundial y de varias regiones se ilustra en las Figuras 5.18 a 5.21, donde simultáneamente se identifica a los países más influyentes (nodos más grandes), los países de mayor retroalimentación relativa (países verde-oscuro), las influencias país-país más fuertes (enlaces más oscuros), y las naciones de menor retroalimentación relativa (países de color rojo).

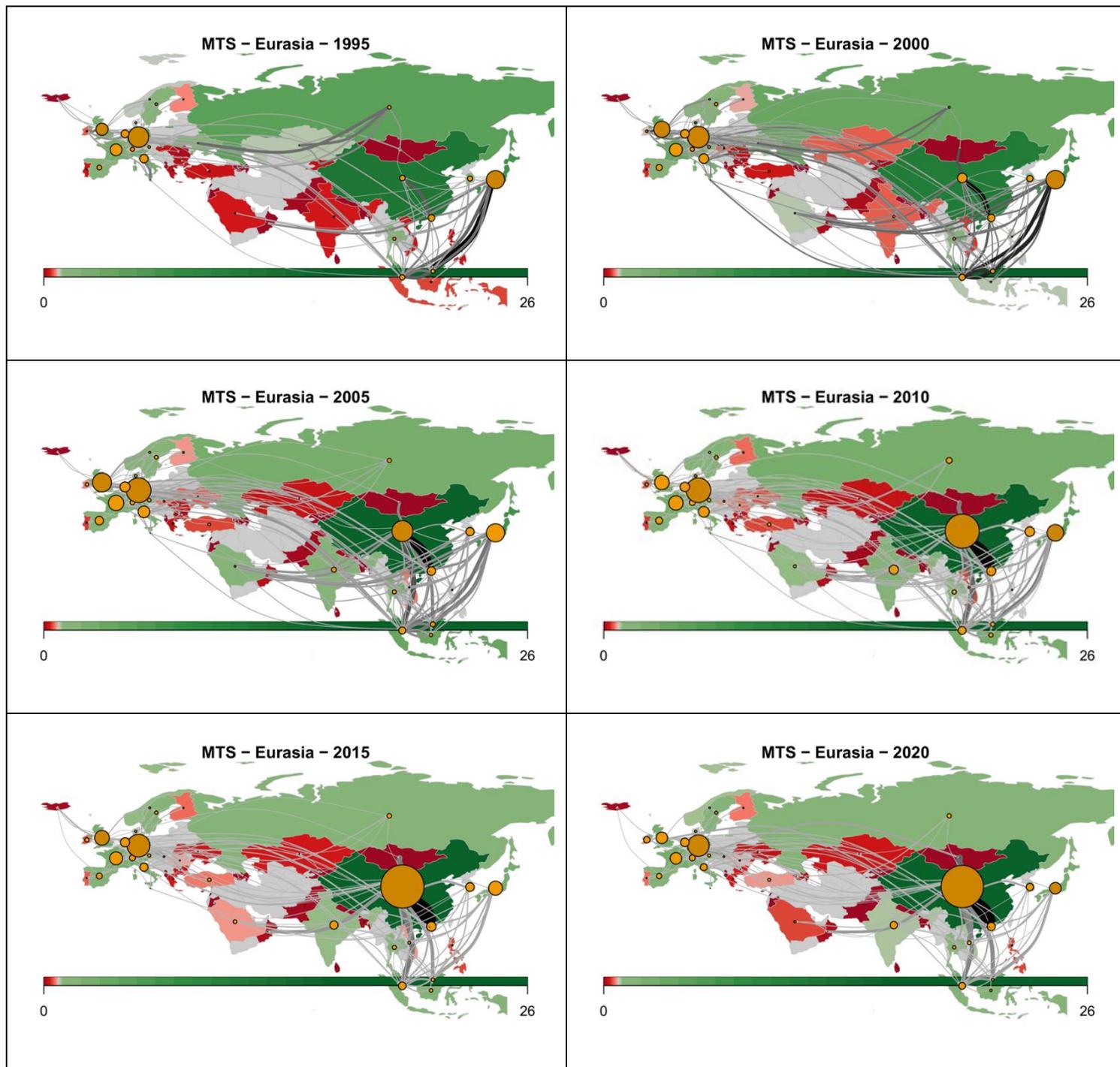
Desde los mapas de estructura de comercio se nota que tanto a nivel global como regional hay una gran heterogeneidad entre países de mayor y menor influencia y retroalimentación comercial. Así, mientras que a escala global domina la influencia de Estados Unidos y China (Figura 5.18), a nivel continental también pueden encontrarse países destacados. Por ejemplo, existe una elevada concentración de nodos relevantes en Eurasia, cuyos mapas (Figura 5.19) indican la fuerte influencia de Asia Oriental (China, Japón, Hong Kong, Corea del Sur), Europa Occidental (Alemania, Reino Unido, Francia, Países Bajos, Italia, Irlanda, Suiza, España), y una parte del Sudeste Asiático (India, Singapur, Vietnam, Tailandia). Con respecto a Latinoamérica y el Caribe (Figura 5.20), los nodos más destacados en términos de influencia comercial son México y Brasil, mientras que más abajo están Chile, Colombia y Argentina. Y en cuanto a África (Figura 5.21), las naciones comercialmente más influyentes son Egipto, Nigeria, Marruecos, y más abajo se ubican Argelia, Ghana, Kenia y Libia.

Figura 5.18. Mapas de estructura de comercio mundial



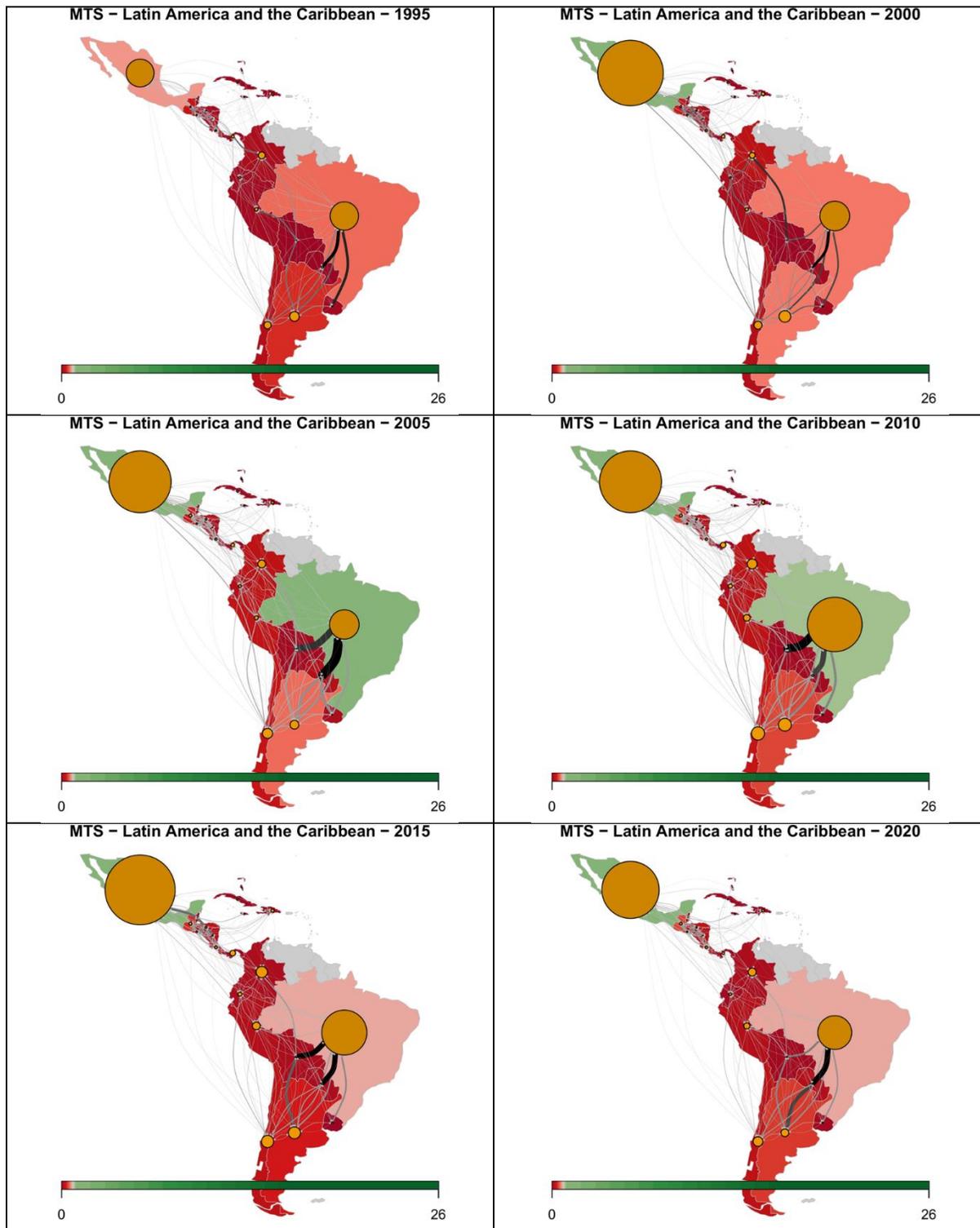
Elaborado por el autor a partir de FMI y BM. *Nota:* solo se presenta enlaces superiores a 0,05pp. Rojo: menor retroalimentación. Verde: mayor retroalimentación. Gris: información no disponible (versión dinámica: <https://bit.ly/365X6ZV>).

Figura 5.19. Mapas de estructura de comercio de Eurasia



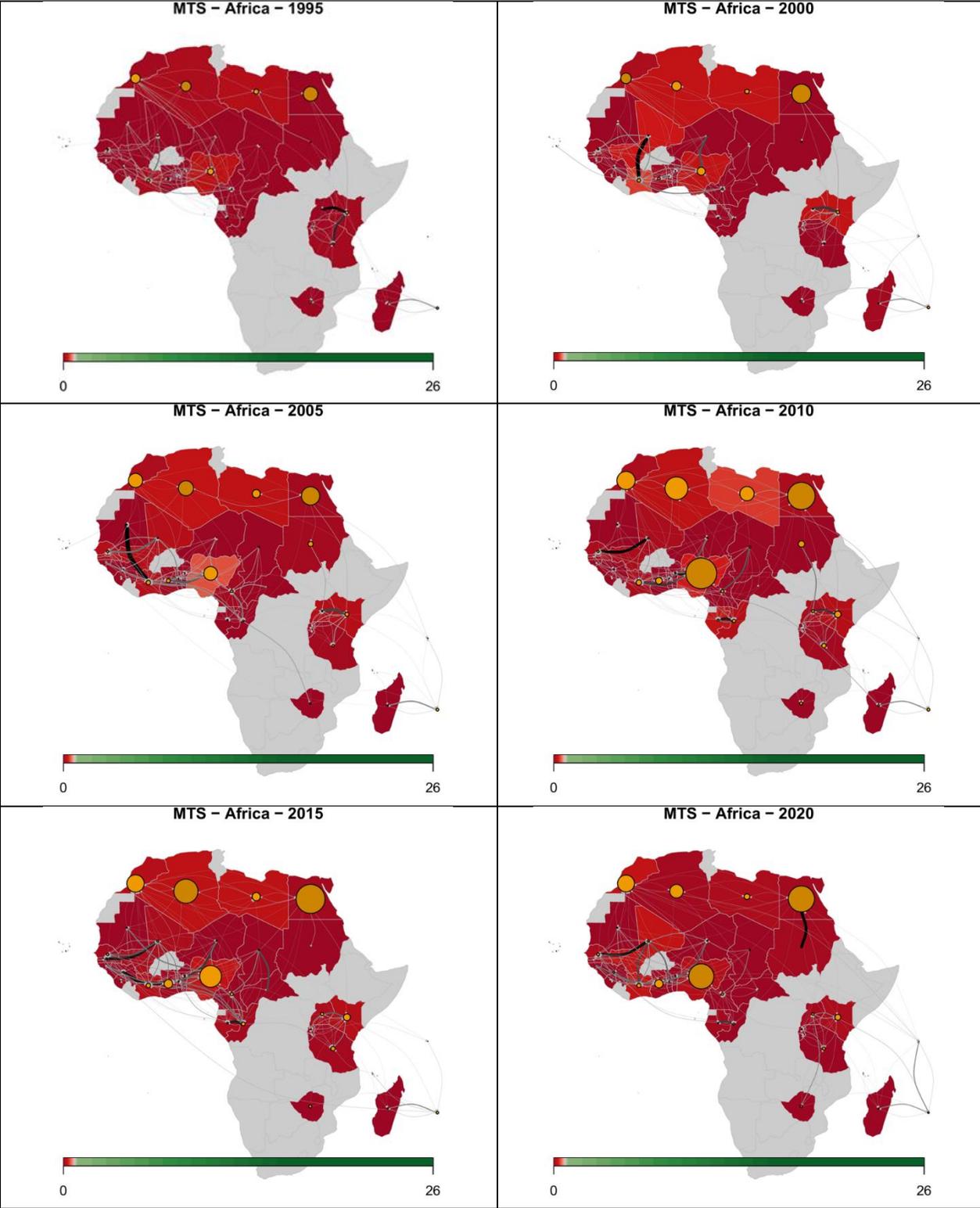
Elaborado por el autor a partir de FMI y BM. *Nota:* solo se presenta enlaces superiores a 0,05pp. Rojo: menor retroalimentación. Verde: mayor retroalimentación. Gris: información no disponible (versión dinámica: <https://bit.ly/36zrVDi>).

Figura 5.20. Mapas de estructura de comercio de América Latina y el Caribe



Elaborado por el autor a partir de FMI y BM. *Nota:* solo se presenta enlaces superiores a 0,001pp. Rojo: menor retroalimentación. Verde: mayor retroalimentación. Gris: información no disponible (versión dinámica: <https://bit.ly/3IIJoWX>).

Figura 5.21. Mapas de estructura de comercio de África



Elaborado por el autor a partir de FMI y BM. *Nota:* solo se presenta enlaces superiores a 0,001pp. Rojo: menor retroalimentación. Verde: mayor retroalimentación. Gris: información no disponible (versión dinámica: <https://bit.ly/3tjbxZG>).

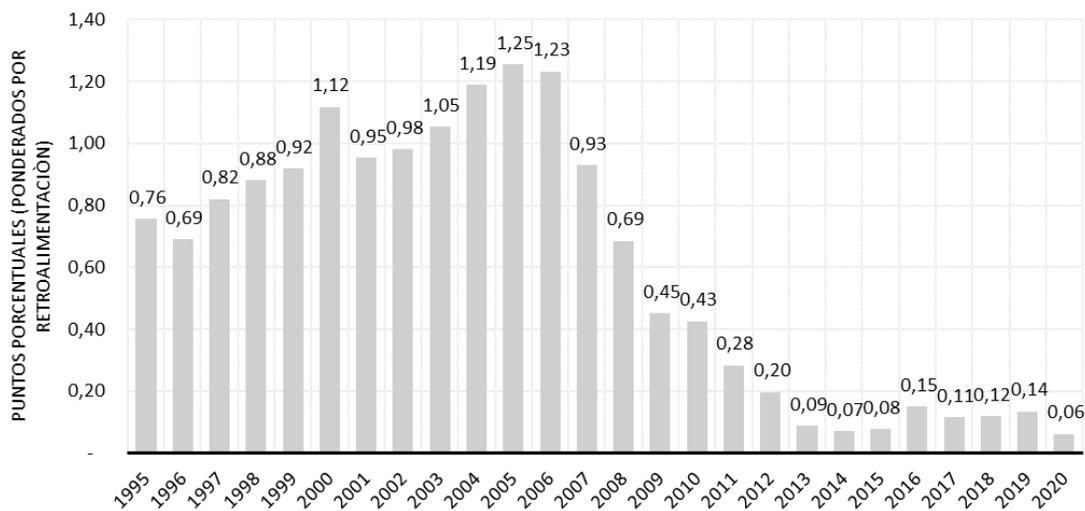
5.4.3. Pugna comercial entre Estados Unidos-China a nivel bilateral y regional

Uno de los principales resultados cualitativos tanto del análisis de la retroalimentación como de la influencia comerciales (visible en las Figuras 5.17 y 5.18) es el ascenso del poder estructural de China en la red comercial –sobre todo luego de la crisis financiera internacional– al punto de acortar seriamente distancias con Estados Unidos. Esta tendencia puede cuantificarse estimando el *balance de poder comercial* entre ambas naciones (Figura 5.22). Así, mientras que en 2006 este balance llegó a $BTP_{US,CN} = 1,23$ pp., desde entonces el poder relativo estadounidense descendió (o el poder relativo de China aumentó), provocando que el balance sea de $BTP_{US,CN} = 0,07$ pp. en 2014. Luego, el indicador se ha mantenido fluctuando alrededor de los 0,12 puntos hasta alcanzar un mínimo de $BTP_{US,CN} = 0,06$ pp. en 2020. Es decir, en el primer año de pandemia COVID-19, ante un aumento simultáneo de 1pp. en los ingresos de Estados Unidos y de China, la influencia comercial estadounidense sobre el gigante asiático fue apenas 0,06 pp. mayor a la influencia en el sentido contrario (ponderando ambas influencias por las retroalimentaciones relativas de cada país). Por ende, existe una relación bilateral cada vez más equilibrada entre las potencias, aunque con ventaja para Estados Unidos respecto a influencia comercial y con ventaja para China respecto a retroalimentación comercial dados los resultados de las secciones anteriores.

Junto a una relación bilateral más equilibrada, si se calcula la *ratio de pugna comercial* TS_{ijk} entre Estados Unidos (i) y China (j) sobre varios países y regiones de la red mundial (k), nuevamente se nota el ascenso chino. Por ejemplo, al revisar las tendencias sobre los países más influyentes de la red mundial se tiene que, mientras en el año 2000 la ratio de pugna comercial sobre Alemania fue de $TS_{US,CN,DE} = 6,557$, en 2019 llegó a $TS_{US,CN,DE} = 1,077$; es decir, ante un aumento simultáneo de 1pp. en los ingresos de Estados Unidos y de China, en 2019 la influencia estadounidense equivalió a 1,077 veces la influencia china sobre Alemania. Y en 2020 incluso el indicador fue menor a la unidad ($TS_{US,CN,DE} = 0,987$), implicando que China superó a Estados Unidos. De hecho, China ya superó a Estados Unidos en su influencia sobre Hong Kong en 2000, sobre Corea del Sur en 2005, y sobre Japón en 2009. Por su parte, Estados Unidos aún

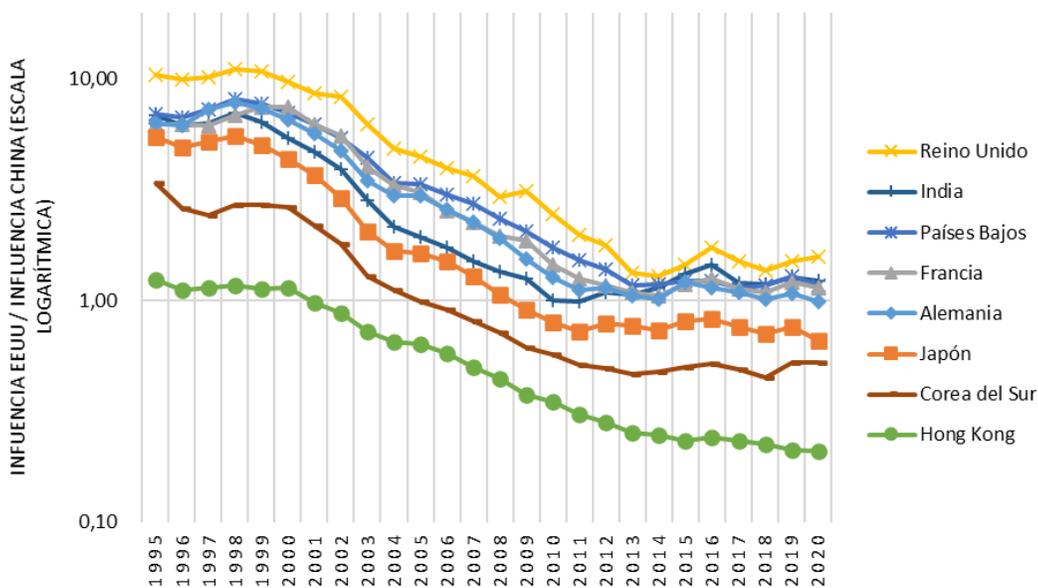
supera en su influencia sobre Reino Unido, India, Países Bajos y Francia (Figura 5.23) (detalle en Tabla A10 del anexo 5.3).

Figura 5.22. Balance de poder comercial entre Estados Unidos y China



Elaborado por el autor a partir de FMI y BM.

Figura 5.23. Pugna comercial entre Estados Unidos y China sobre países más influyentes



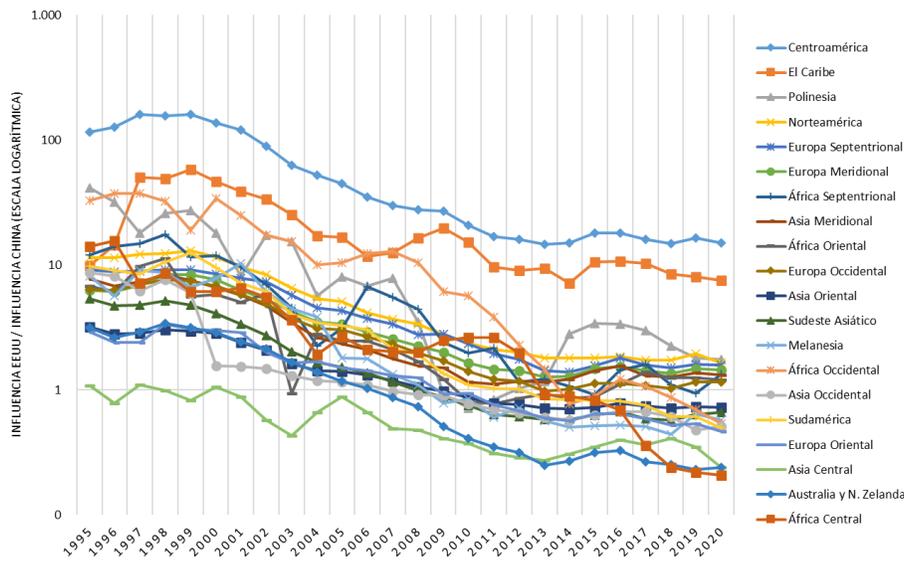
Elaborado por el autor a partir de FMI y BM.

Esta tendencia general a que China amplíe su influencia comercial respecto a Estados Unidos también se visualiza a escala regional (Figura 5.24). De hecho, hasta mediados de los años 2000 la influencia china igualaba/superaba a la influencia estadounidense solo en Asia Central; sin embargo, entre 2006-2007 empieza un cambio cualitativo que se consolida desde 2014 en adelante. Como resultado, en 2020 China ha terminado superando a Estados Unidos en su influencia sobre regiones como: África Central y Occidental; Oceanía (excepto la Polinesia); Asia Central, Occidental, Oriental y el Sudeste Asiático; Europa Oriental; y Sudamérica (ver Figura 24, regiones con valores menores a 1 en 2020). Por su parte, las regiones donde aún domina la influencia estadounidense son Centroamérica (que incluye a México), el Caribe, y en grado mucho menor están: Polinesia, Norteamérica, Europa Septentrional y Meridional; África Septentrional y Oriental; y Asia Meridional (ver Figura 24, regiones con valores mayores a 1 en 2020). En cuanto a Europa Occidental, si bien Estados Unidos superó a China en 2020, lo más adecuado es considerar a la región en plena disputa, sobre todo por la elevada influencia del país asiático en países como Alemania. Tal es la consolidación mundial de china que, entre 2019-2020, en quince de veinte regiones analizadas dicha influencia creció alrededor de 4,5% (detalle en la Tabla A11 del anexo 5.3).

En cuanto al nivel continental (Figura 5.25), en 2020 China superó a Estados Unidos en su influencia comercial sobre Oceanía, en particular sobre las Islas Salomón, Australia, Nueva Zelanda (China fue superior en 5 de 6 países). Asimismo, la influencia del gigante asiático fue mayor en África, sobre todo en el Congo, Chad, Mauritania, Sierra Leona, Gabón, Zimbabue, República Centroafricana, Gambia (China fue superior en 21 de 34 países). Igualmente, China superó a Estados Unidos en Asia, con énfasis en Mongolia, Omán, Hong Kong, Macao, Kazajistán, Brunéi, Arabia Saudita (el gigante asiático superó en 17 de 27 países excluyendo a la propia China). Respecto a Europa hay una pugna más reñida (China superó a Estados Unidos solo en 7 de 23 países), con una superioridad asiática notoria en Ucrania y Rusia, intermedia en Noruega y Malta, y bastante disputada en Bulgaria, Albania y Alemania. Finalmente, en América también existe una fuerte disputa (China superó en 9 de 23 países sin Estados Unidos), con dominio chino en Chile, Brasil, Panamá, Uruguay, Perú, Bolivia, Argentina, Paraguay, Cuba (detalle para los países de cada continente disponible en Tablas A13 a A17 del anexo 5.3). Esta compleja expansión de la influencia china respecto a Estados Unidos puede visualizarse en términos geográficos usando

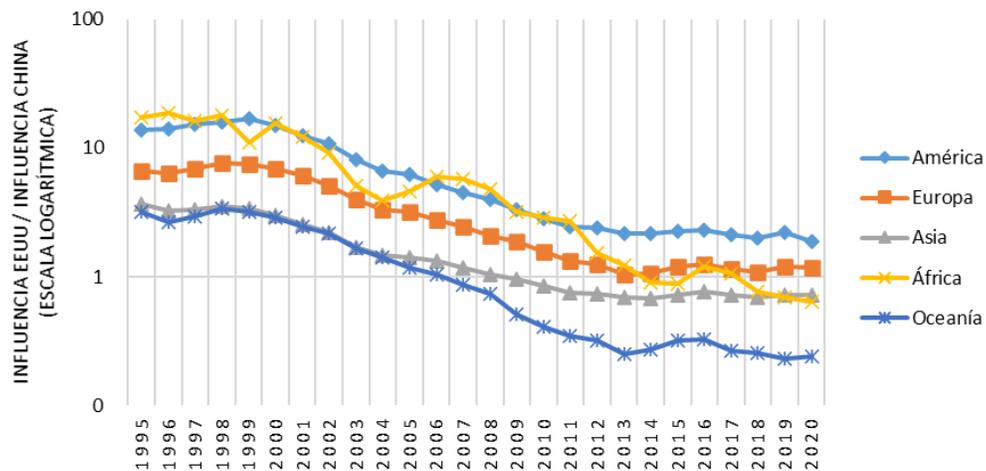
mapas de pugna comercial tanto a escala mundial (Figura 5.26) como a escalas continentales (Figuras 5.27 a 5.29); estos mapas ratifican la fuerte expansión comercial del gigante asiático en Asia, en Sudamérica y parte del Caribe, en gran parte de África, y la condición de Europa como continente en disputa donde Estados Unidos ha sufrido un importante retroceso, tendencias que se han reforzado en el primer año de la pandemia del coronavirus.

Figura 5.24. Pugna comercial entre Estados Unidos y China sobre regiones



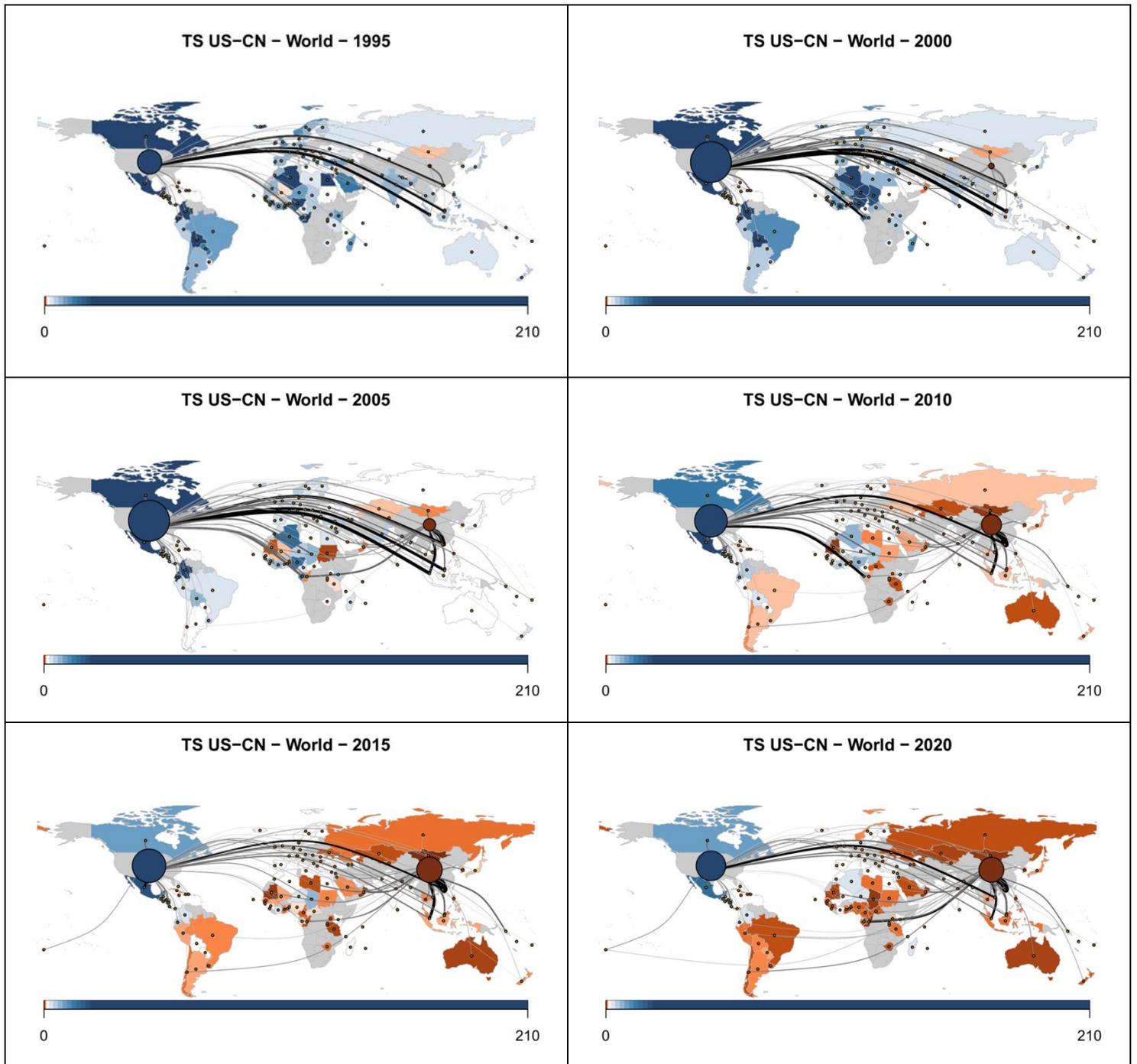
Elaborado por el autor a partir de FMI y BM.

Figura 5.25. Pugna comercial entre Estados Unidos y China sobre continentes



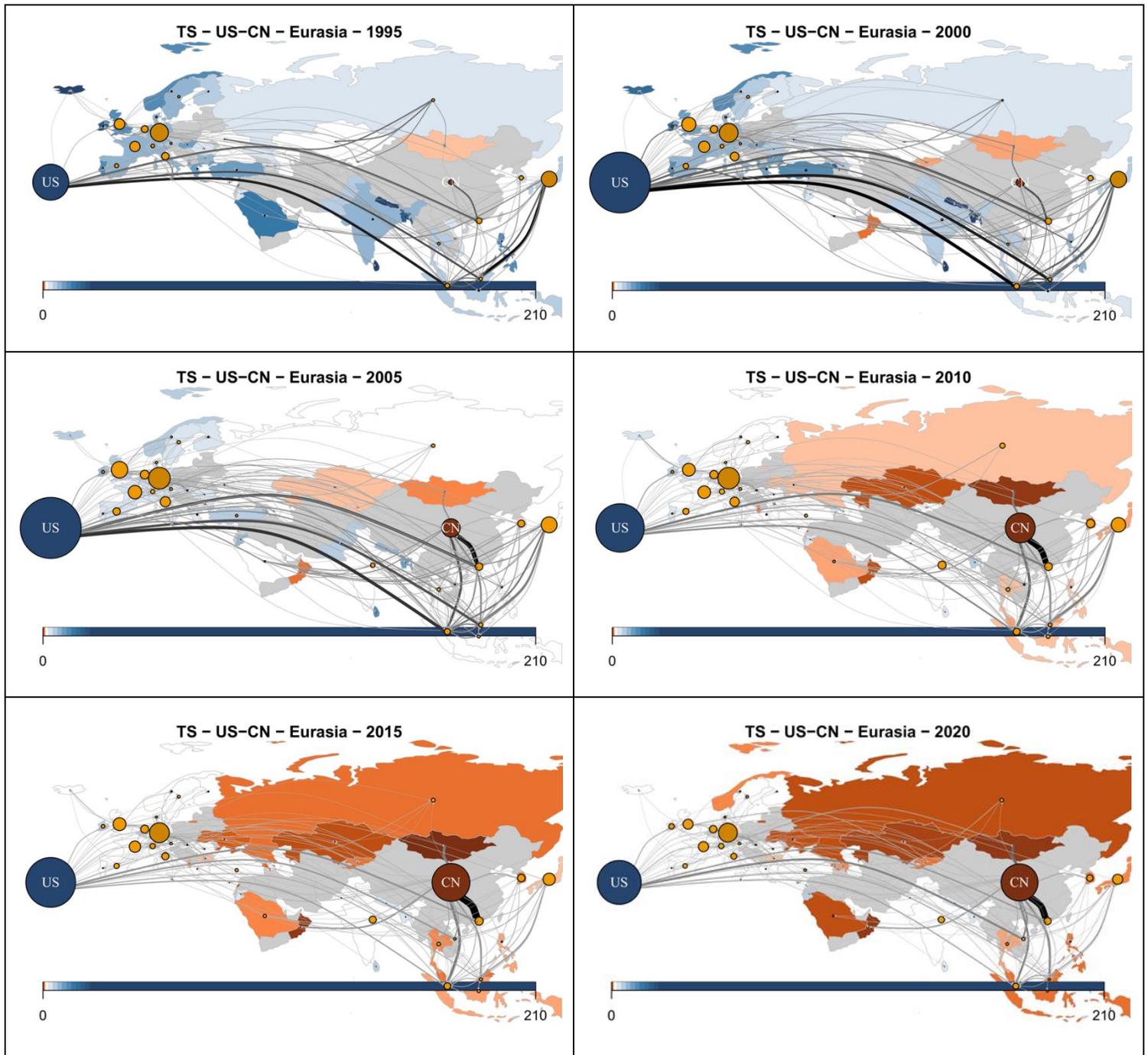
Elaborado por el autor a partir de FMI y BM.

Figura 5.26. Mapas de pugna comercial entre Estados Unidos y China a escala mundial



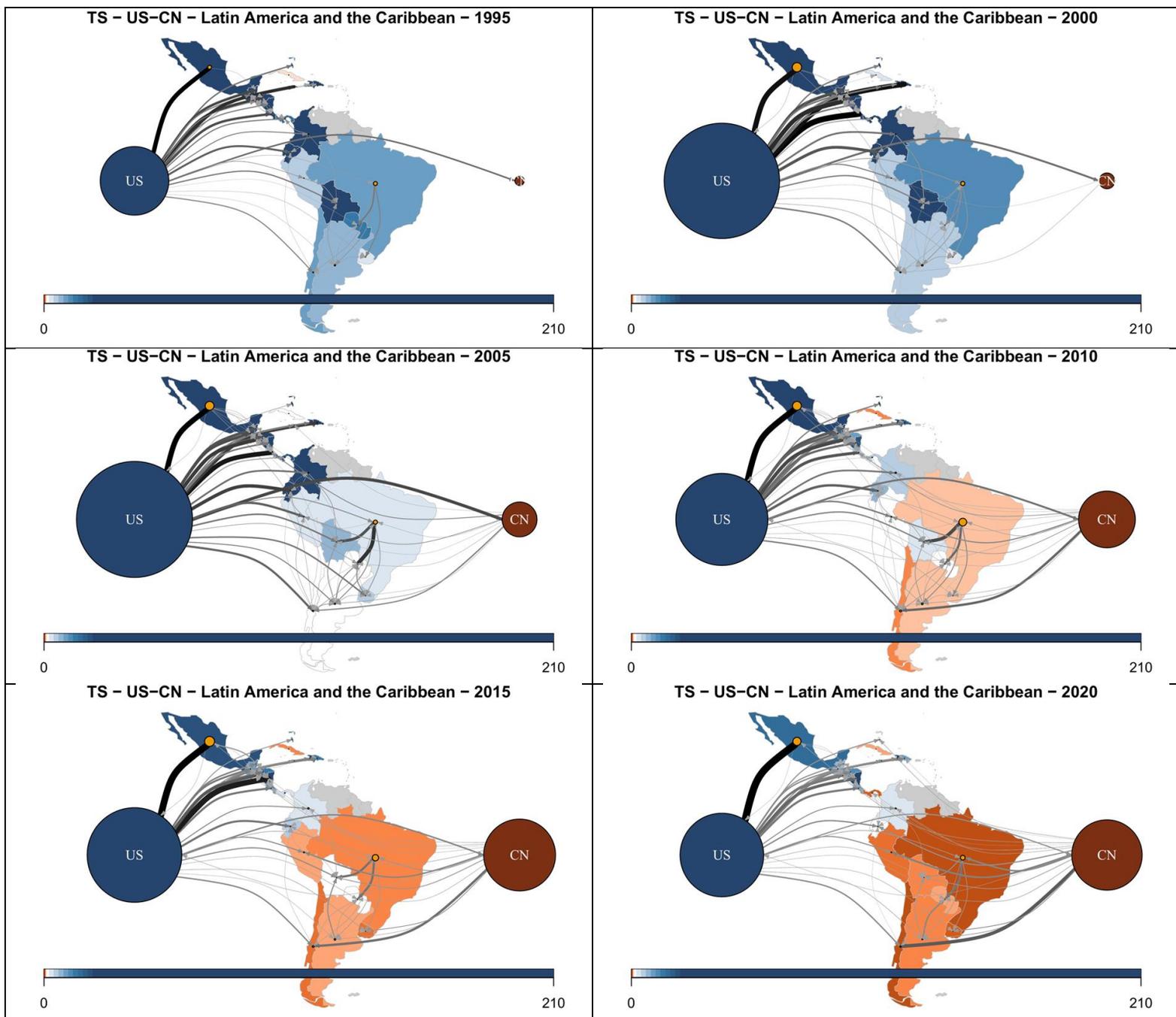
Elaborado por el autor a partir de FMI y BM. *Nota:* solo se presenta enlaces superiores a 0,05pp. Azul: mayor influencia estadounidense. Blanco: influencia balanceada. Naranja: mayor influencia china. Gris: información no disponible (versión dinámica: <https://bit.ly/3E7lZxl>).

Figura 5.27. Mapas de pugna comercial entre Estados Unidos y China sobre Eurasia



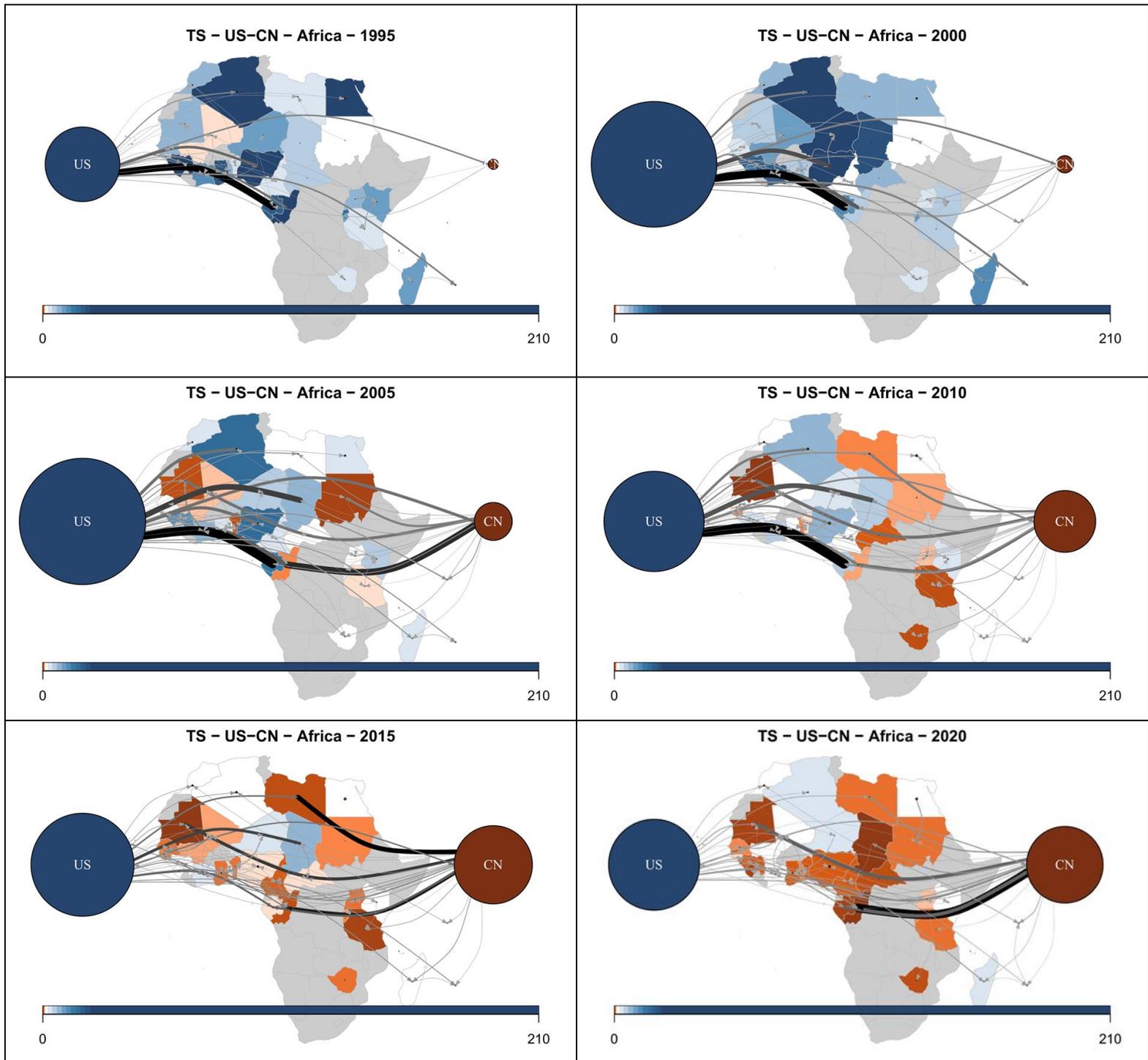
Elaborado por el autor a partir de FMI y BM. *Nota:* solo se presenta enlaces superiores a 0,05pp. Azul: mayor influencia estadounidense. Blanco: influencia balanceada. Naranja: mayor influencia china. Gris: información no disponible (versión dinámica: <https://bit.ly/3uFrd0u>).

Figura 5.28. Mapas de pugna comercial entre Estados Unidos y China sobre América Latina y el Caribe



Elaborado por el autor a partir de FMI y BM. *Nota:* solo se presenta enlaces superiores a 0,01pp. Azul: mayor influencia estadounidense. Blanco: influencia balanceada. Naranja: mayor influencia china. Gris: información no disponible (versión dinámica: <https://bit.ly/3vesuL2>).

Figura 5.29. Mapas de pugna comercial entre Estados Unidos y China sobre África



Elaborado por el autor a partir de FMI y BM. *Nota:* solo se presenta enlaces superiores a 0,01pp. Azul: mayor influencia estadounidense. Blanco: influencia balanceada. Naranja: mayor influencia china. Gris: información no disponible (versión dinámica: <https://bit.ly/3E8YMv8>).

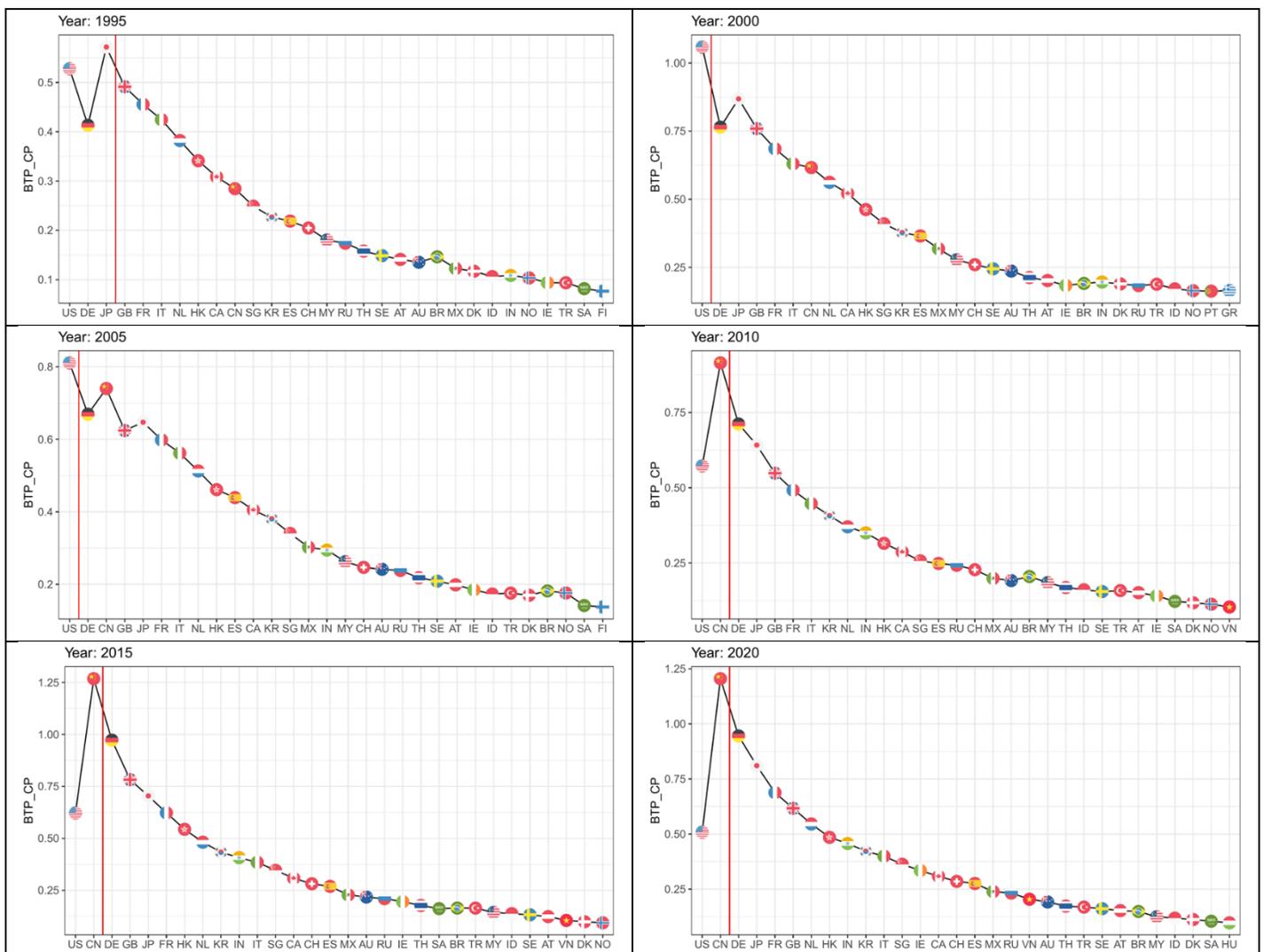
5.4.4. Esquemas de centralidad y algunos patrones relevantes

La complejidad del comercio internacional no solo genera retroalimentaciones, influencias y pugnas, sino que también *distribuye asimétricamente* el poder estructural entre sus participantes. Esta tendencia puede visualizarse al aplicar el *algoritmo de identificación de estructuras centro-periféricas* presentado en la Tabla 5.1 de la sección metodológica. Para comprender el funcionamiento básico de este algoritmo, tomemos como ejemplo el año 2020, para el cual se aplica el siguiente procedimiento que busca identificar al grupo de países con el *primer nivel de centralidad comercial*:

- *Paso 0.* Se ordena de forma descendente a todos los países de la red comercial según su influencia sobre el resto del mundo TI_i .
- *Paso 1.* Estados Unidos posee la mayor influencia con un indicador $TI_{US} = 0,0713$ (como ya se ilustró previamente en la Figura 5.14), entonces se toma a este país como “posible centro” ($C^{(1)} = \{US\}$), y al resto del mundo como “posible periferia” ($P^{(1)} = G_{-C^{(1)}}$), y se obtiene el balance de poder comercial centro-periferia de esta partición, que es igual a $BTP_{C,P}^{(1)} = 0,5089$; es decir, ante un aumento de 1pp. en el ingreso de Estados Unidos y del resto del mundo, en promedio la influencia estadounidense sobre el resto del mundo es 0,5089pp. mayor a la influencia en sentido contrario (ponderando por las retroalimentaciones comerciales relativas).
- *Paso 2.* China tiene la segunda mayor influencia con $TI_{CN} = 0,0600$ (ver Figura 5.14), entonces se define como nuevo “posible centro” al grupo formado por Estados Unidos y China ($C^{(2)} = \{US, CN\}$) y como nueva “posible periferia” al resto del mundo ($P^{(2)} = G_{-C^{(2)}}$), obteniendo un nuevo balance de $BTP_{C,P}^{(2)} = 1,2051$.
- *Paso 3.* Alemania es el tercer país más influyente con $TI_{DE} = 0,0305$ (ver Figura 5.14), así que se toma como otro “posible centro” al grupo formado por Estados Unidos, China y Alemania ($C^{(3)} = \{US, CN, DE\}$) y como otra “posible periferia” al resto del mundo ($P^{(3)} = G_{-C^{(3)}}$), obteniendo un balance de $BTP_{C,P}^{(3)} = 0,9450$.
- *Paso 4 en adelante.* Se repite el procedimiento de los pasos anteriores hasta agotar la lista de países del paso 0.

Este procedimiento genera una serie de valores $BTP_{C,P}^{(1)}, BTP_{C,P}^{(2)}, \dots, BTP_{C,P}^{(N)}$, donde el i -ésimo término $BTP_{C,P}^{(i)}$ indica el balance de poder que surge si los primeros i países más influyentes se toman como “posible centro” y los restantes se toman como “posible periferia”. Los primeros 30 valores de esta serie se presentan en la Figura 5.30 tanto para el algoritmo aplicado en 2020 como para la aplicación en el resto del período de análisis.

Figura 5.30. Balance de poder comercial centro-periferia y asignación del primer nivel de centralidad



Elaborado por el autor a partir de FMI y BM. *Nota:* países con primer nivel de centralidad se ubican a la izquierda de la línea roja. Se omite el resto de los casos por presentar balances cada vez más bajos (versión dinámica: <https://bit.ly/3rQKJ8H>).

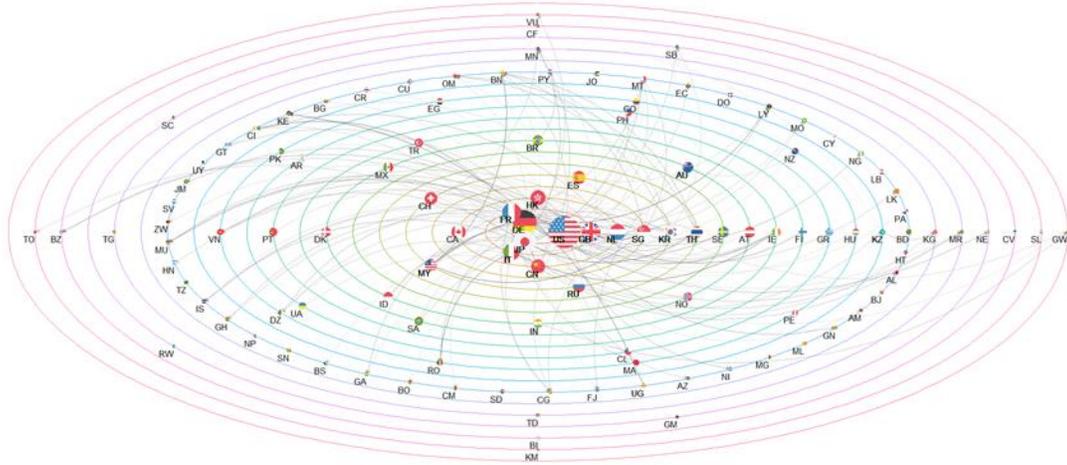
A partir de esta figura se nota que, en 2020, el grupo formado por Estados Unidos y China maximiza el balance de poder centro-periferia de modo que, siguiendo el algoritmo de la Tabla 5.1, se asigna a este grupo el primer nivel de centralidad (nivel 1). De hecho, si se revisa las series de balance de poder para todo el período 1995-2020 (sobre todo en términos dinámicos) se nota el siguiente patrón: en 1995 los países de mayor centralidad comercial fueron Estados Unidos, Alemania y Japón; luego Estados Unidos se ubicó en solitario con la máxima centralidad entre 1996-2006; en 2007 Alemania y China se sumaron al grupo; y desde 2008 en adelante, la centralidad más alta corresponde a la dupla Estados Unidos – China. Este patrón refuerza la hipótesis de que el comercio internacional sufrió un cambio estructural durante la crisis financiera de 2007-2009 que impulsó el inicio de la disputa estadounidense/china, la cual recordemos que alcanza sus niveles más altos entre 2018-2020.

Siguiendo al algoritmo de la Tabla 5.1, una vez identificadas las naciones con el primer nivel de centralidad, se vuelve a aplicar los pasos mencionados al inicio de esta sección sobre el resto de los miembros de la red ($G_{\{US,CN\}}$) para encontrar al grupo que nuevamente maximiza el balance de poder centro-periferia y al que se asigna el *segundo nivel de centralidad*. Y así se continua recursivamente hasta que todos los países reciben algún nivel de centralidad. Como resultado de este procedimiento se puede construir *esquemas de centralidad comercial (schemes of trade centrality)* bajo el siguiente criterio: (a) para cada año se crea una red donde los nodos son proporcionales a la influencia de cada país sobre el resto del mundo (TI_i) y los enlaces son proporcionales a la influencia país-país (TI_{ij}) (usando un umbral mínimo); (b) se ordena a los países de forma descendente según su influencia; (c) se dibuja *círculos concéntricos* donde se ubican los países según los niveles de centralidad previamente estimados. Tales esquemas se presentan en la Figura 5.31, donde el círculo más interno recoge a los mismos países que obtuvieron el primer nivel de centralidad según la Figura 30, y los círculos más externos recogen a los países de menor centralidad. Así, en 2020, además del centro mundial formado por Estados Unidos y China (centralidad 1) se identifican varios sub-centros (p.ej. centralidades 2 a 7), semi-periferias (p.ej. centralidades 8 a 13), una amplia periferia (p.ej. centralidad 14), e incluso países que ni siquiera entran en la periferia (p.ej. centralidades 15 y 16). Clasificaciones similares parecen viables para el resto de los años, notando que a veces los grupos periféricos son más

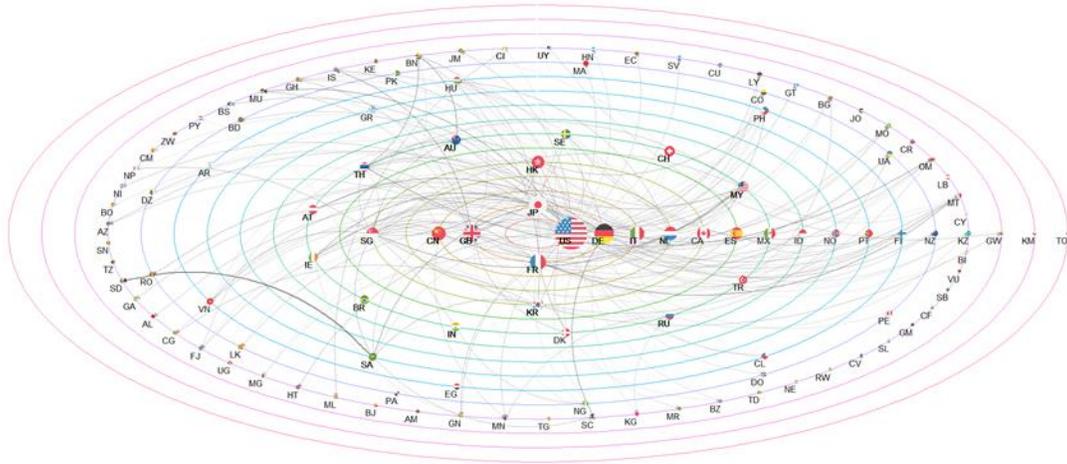
compactos o dispersos (mayores detalles en las Tablas A18 a A23 del anexo 5.3 para años selectos).

Figura 5.31. Esquemas de centralidad comercial

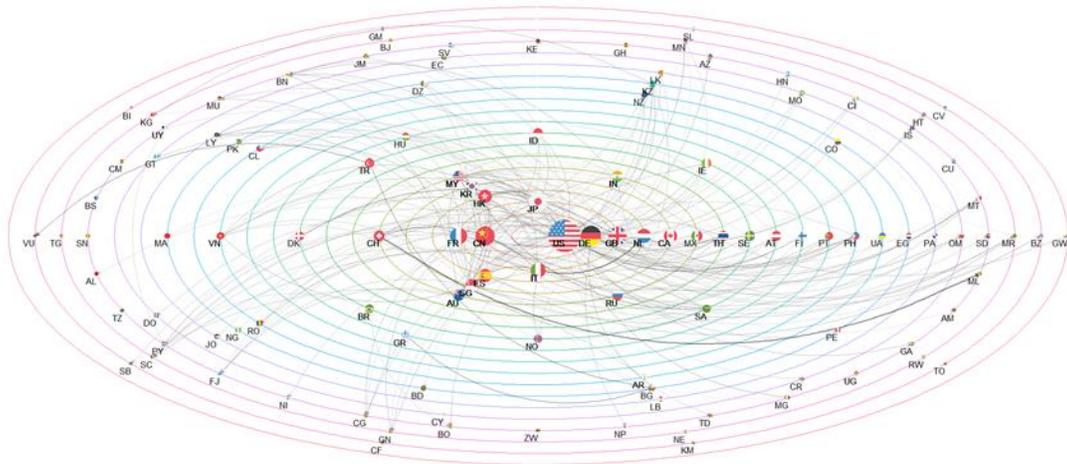
STC - World - 1995



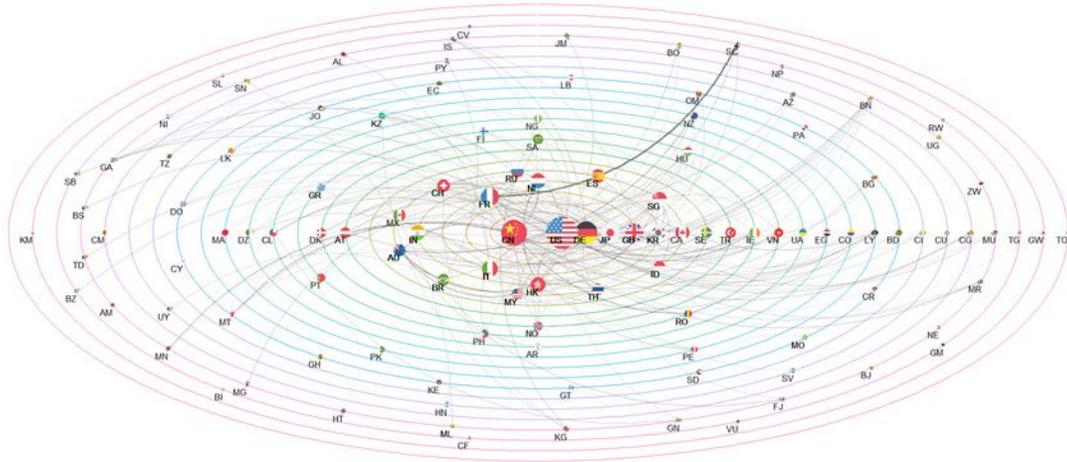
STC - World - 2000



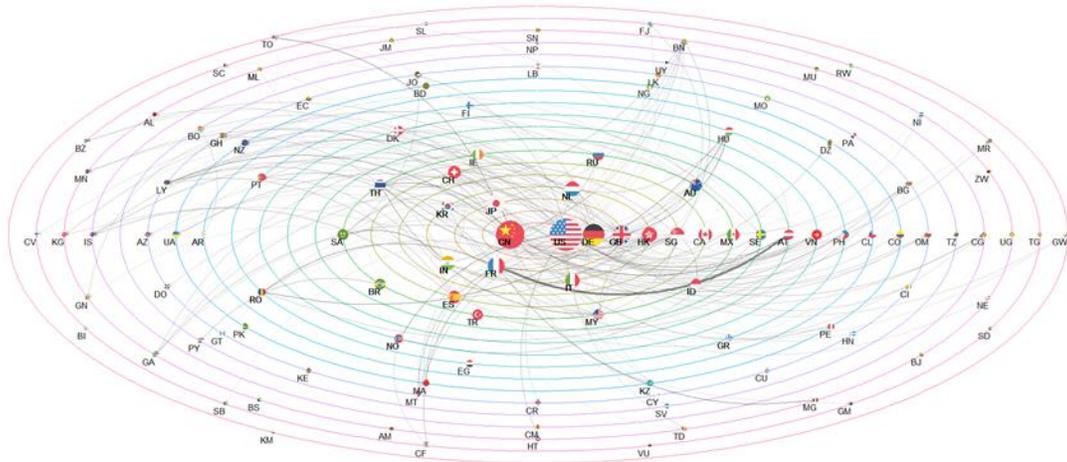
STC - World - 2005



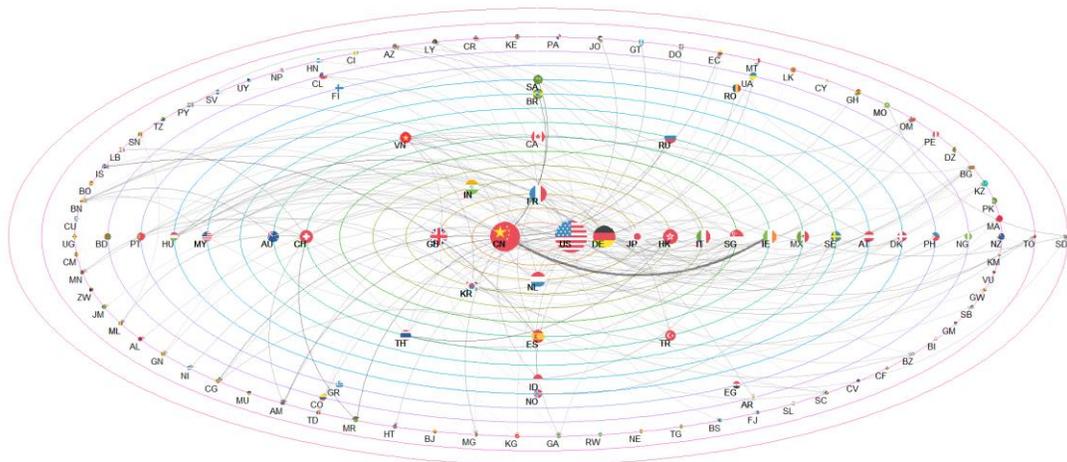
STC - World - 2010



STC - World - 2015



STC - World - 2020



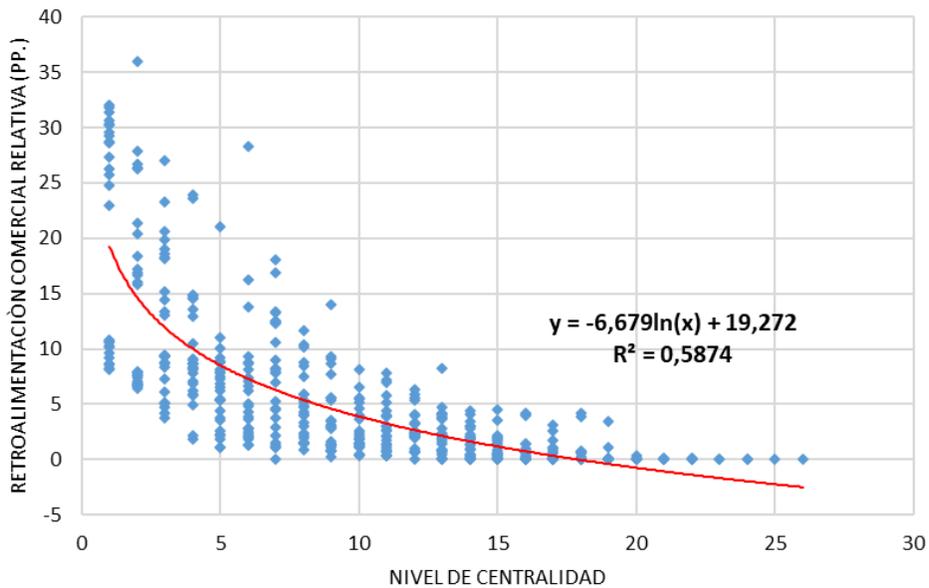
Elaborado por el autor a partir de FMI y BM. *Nota:* los círculos concéntricos representan niveles de centralidad; el tamaño de los nodos representa la influencia comercial sobre el resto del mundo; los enlaces representan la influencia país-país superior a 0,05pp. (versión dinámica: <https://bit.ly/3O5EC9X>).

Además de estimar la distribución del poder estructural dentro de la red comercial, los niveles de centralidad obtenidos con el algoritmo de la Tabla 5.1 también muestran patrones llamativos con otros indicadores. Por ejemplo, puede verse para todo el período 1995-2020 que, en promedio, cuando un grupo de países se ubica en los primeros niveles de centralidad tiende a mostrar una *mayor* retroalimentación relativa (Figura 5.32) y una mayor influencia sobre el resto del mundo (Figura 5.33), aunque estas tendencias no son lineales. Ambos patrones parecen consistentes con el hecho de que la centralidad se estima con la maximización del balance de poder comercial $BTP_{C,P}$ que, según la expresión (30), precisamente recoge a los indicadores de retroalimentación relativa (RTF_C, RTF_P) y de influencia ($TI_{C,P}, TI_{P,C}$). Quizá aún más llamativa es la tendencia a que, en promedio, *los grupos con los primeros niveles de centralidad muestran una mayor proporción de exportaciones manufactureras* (Figura 5.34) (ver detalles en las Tablas A18 a A23 del anexo 5.3 para años selectos).¹⁴⁵

Estos últimos resultados parecen cercanos a las intuiciones de Prebisch (1950; 1981; 1984) de que los centros capitalistas mundiales más poderosos se benefician en mayor medida del comercio internacional (p.ej. mayor retroalimentación e influencia) a la vez que logran concentrar los beneficios del progreso técnico (p.ej. mayor exportación manufacturera). En cambio, estas tendencias se revierten para las naciones periféricas, las cuales terminan especializándose en exportaciones primarias a la vez que tienen poca influencia y limitada capacidad de aprovechar las retroalimentaciones del comercio mundial. Tal vínculo entre centralidad, división internacional del trabajo y balance de poder entre centro y periferia justifica la necesidad de profundizar en el estudio desagregado de las redes de comercio internacional para diferentes tipos de producto, tema que se deja para futuras discusiones.

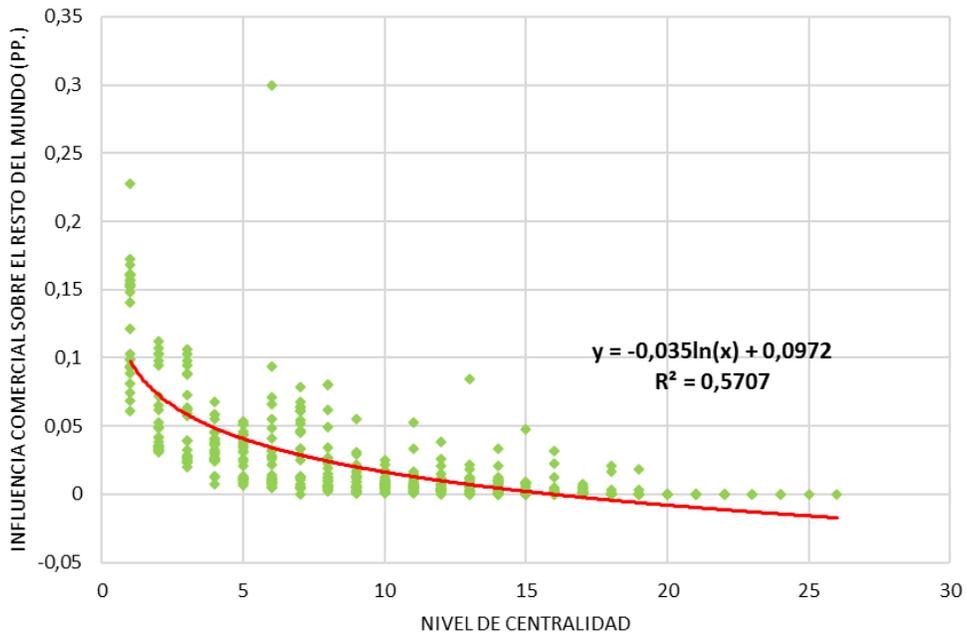
¹⁴⁵ Patrones similares han sido reportados por Pérez-Oviedo et al. (2018a; 2018b) en el contexto del estudio de la integración comercial latinoamericana.

Figura 5.32. Centralidad vs. retroalimentación comercial (1995-2020)



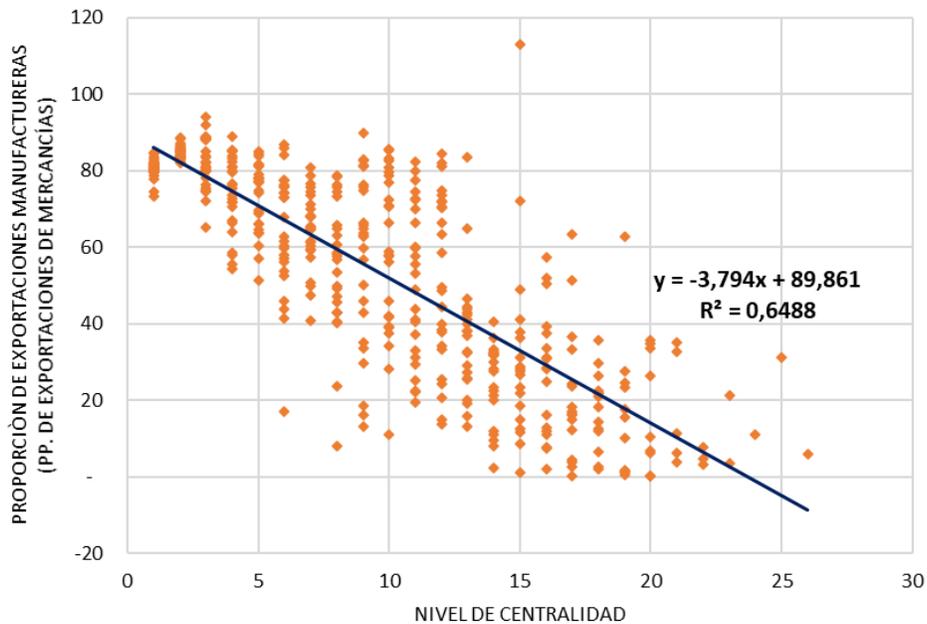
Elaborado por el autor a partir de FMI y BM. *Nota:* cada punto representa a un grupo de países.

Figura 5.33. Centralidad vs. influencia comercial (1995-2020)



Elaborado por el autor a partir de FMI y BM. *Nota:* cada punto representa a un grupo de países.

Figura 5.34. Centralidad comercial vs. exportaciones manufactureras (1995-2020)



Elaborado por el autor a partir de FMI y BM. *Nota:* cada punto representa a un grupo de países. Se omite los grupos donde la mitad o más de sus miembros no poseen información sobre exportaciones manufactureras. Para estimar las exportaciones manufactureras por grupos se emplean las variables “TX.VAL.MRCH.CD.WT” y “TX.VAL.MANF.ZS.UN” del BM.

5.5. Conclusiones

La complejidad del comercio internacional puede representarse por medio de redes; de hecho, la literatura especializada en este campo es amplia, incluyendo trabajos que identifican estructuras centro-periféricas o que estiman el impacto de amplios shocks como la pandemia del coronavirus. Este artículo contribuye a la literatura con una redefinición de las redes de comercio, vistas como redes direccionadas-ponderadas que consideran simultáneamente los flujos comerciales y su retroalimentación, el tamaño de las economías que comercian y su propensión a importar. Asimismo, el artículo plantea varios indicadores y un algoritmo que profundizan la interpretación económica de estas redes, y desde los cuales es posible identificar resultados relevantes para una red de 115 países durante el período 1995-2020.

Algunos de estos resultados pueden resumirse en los siguientes puntos: (a) múltiples países de Asia Oriental, sobre todo China, son los que más aprovechan las retroalimentaciones de la red comercial, incluso mostrando mejor desempeño que Estados Unidos y varias naciones europeas durante el primer año de la pandemia del coronavirus; (b) entre 2019-2020 las retroalimentaciones absolutas de la red de comercio mundial se redujeron en 7,42%, implicando un retroceso aproximado de cuatro años; sin embargo, en términos relativos las retroalimentaciones del comercio mundial han mantenido la tendencia a ampliar su complejidad (empujadas sobre todo por la retroalimentación relativa de países asiáticos como China, Hong Kong y Vietnam); (c) Estados Unidos se mantiene como la nación comercialmente más influyente sobre el resto del mundo, aunque con fluctuaciones procíclicas importantes y con China acortando distancias seriamente sobre todo luego de la crisis financiera internacional; (d) entre 2019-2020 la influencia comercial estadounidense sufrió una caída de 9,52%, implicando un retroceso aproximado de 11 años reforzado también por un estancamiento comercial vivido luego de 2009; en cambio, la influencia china se redujo en 6,57%, equivalente a un retroceso de cuatro años marcado por fluctuaciones asociadas a la volatilidad de los mercados internacionales de materias primas; (e) Europa Oriental, Asia Occidental, Central y Meridional, América Latina y el Caribe (incluyendo México), Oceanía y toda África son las regiones que menos se benefician de las retroalimentaciones comerciales a la vez que poseen la menor influencia sobre el resto del mundo; (f) existe una fuerte correlación entre retroalimentación e influencia comerciales y el tamaño de las economías, patrón que puede representarse con mapas de estructura comercial que ilustran geográficamente la división del mundo entre naciones de alta influencia y retroalimentación y regiones potencialmente periféricas (aunque al interior de estas regiones surgen países subcentrales, como México y Brasil en Latinoamérica o Egipto, Nigeria y Marruecos en África); (g) el balance de poder comercial entre Estados Unidos y China sugiere que existe una relación bilateral cada vez más equilibrada entre las dos potencias; de hecho, esta tendencia llegó a su punto más balanceado precisamente en el primer año de pandemia del coronavirus; (h) China ha ampliado notablemente su influencia comercial sobre múltiples regiones del mundo, en varios casos incluso superando a la influencia estadounidense como, por ejemplo, en África Central y Occidental, Oceanía (excepto la Polinesia), Asia (excepto la región Meridional), Europa Oriental (particularmente Rusia y Ucrania), y Sudamérica (en especial Chile y Brasil); (i) Europa Occidental es una región en fuerte disputa entre las influencias comerciales

de China y de Estados Unidos, aunque hay casos particulares como Alemania donde la influencia del gigante asiático ya superó a la influencia estadounidense en 2020; (j) el algoritmo de identificación de estructuras centro-periféricas sugiere que, entre 1996-2006, Estados Unidos se mantuvo en solitario como la nación con el mayor nivel de centralidad en la red comercial (es decir, que maximiza su balance de poder con respecto al resto del mundo); sin embargo, desde 2007, China también se ha posicionado como otra nación de máxima centralidad, implicando que la red de comercio mundial muestre un “núcleo” de dos países centrales; (k) el mencionado algoritmo también logra identificar varios grupos de países con diferentes niveles de centralidad, surgiendo siempre uno o dos importantes grupos periféricos (a veces más compactos o más dispersos), notándose así una fuerte asimetría en la distribución del poder estructural dentro de la red comercial; (l) para todo el período 1995-2020, los grupos de países de mayor centralidad tienden a mostrar mayores niveles de influencia y retroalimentación comerciales, e incluso una mayor proporción de exportaciones manufactureras; esta tendencia parece corresponder con algunas intuiciones estructuralistas sobre el comercio internacional.

Como denota este resumen de resultados, el estudio del comercio mundial desde un enfoque de red como el que se presenta en este artículo brinda una visión cualitativa amplia de la complejidad del capitalismo mundial contemporáneo. En especial, hay importantes tendencias como el ascenso del poder estructural de China, nación que ha entrado en una seria disputa comercial con Estados Unidos, razón que llevó al gobierno estadounidense a declarar una “guerra económica” en 2018. Por su parte, en 2020 China tuvo una mayor capacidad de adaptación al shock del coronavirus, incluso incrementando su retroalimentación comercial relativa, implicando que en ese año la estructura mundial de importaciones tuvo un sesgo favorable hacia el gigante asiático (al menos en comparación a una estructura homogénea de importaciones). Y mientras se consolida esta disputa entre potencias, en cambio regiones como América Latina y África no parecen cambiar su condición periférica dentro de la red comercial, e incluso no logran beneficiarse significativamente de las retroalimentaciones que genera dicha red.

Para profundizar estas cuestiones en mayor detalle, se puede sugerir al menos cuatro grandes líneas de investigación futura. Una primera línea de investigación puede enfocarse en el hecho de que el vínculo entre nivel de centralidad comercial y exportaciones manufactureras sugiere la necesidad de estudiar redes comerciales desagregadas para diferentes productos, sin descuidar la

estructura productiva interna de cada país; tal análisis podría realizarse desde un enfoque insumo-producto internacional. Asimismo, el análisis de estas redes desagregadas puede complementarse con un estudio más profundo de los posibles efectos de la escala espacial al interior de los países considerando, por ejemplo, que en una misma nación pueden existir regiones altamente integradas al comercio mundial junto con regiones menos conectadas y más enfocadas al mercado interno (diferencias intra-país propias de la heterogeneidad estructural). Dentro de una segunda línea de trabajo se puede discutir la cuestión de que la complejidad del capitalismo mundial no se reduce a relaciones comerciales, de modo que una visión más completa requiere estudiar otros flujos económicos como, por ejemplo, los flujos financieros entre países (p.ej. inversión extranjera, deuda externa o similares). Incluso cabe la posibilidad de pensar en redes mixtas que combinen flujos comerciales y financieros. Para una tercera línea de investigación cabría considerar un estudio más profundo de la red de comercio mundial formada por elasticidades país-país en combinación con diferentes métodos de identificación de grupos y bloques. Un ejemplo podría ser el uso del método de agrupamiento SKATER sugerido por Assuncao et al (2006). Los resultados de estos y otros algoritmos de identificación de grupos podrían compararse con varios bloques comerciales que han surgido en el comercio internacional y que han sido estudiados por Pérez Oviedo et. al (2018a, 2018b), así como con diferentes estructuras de red hipotéticas que podrían tener relevancia en diferentes sentidos comerciales o hasta geopolíticos (p.ej. unificación de Hong Kong con China, bloques comerciales orientales consolidados durante el conflicto militar entre Ucrania y Rusia, etc.). Finalmente, es necesario otorgar un mayor contenido teórico al estudio de las redes de comercio mundial, considerando el complejo entorno competitivo en el que se desenvuelven las relaciones y pugnas de potencias como Estados Unidos y China. Un estudio teórico más profundo de estas pugnas puede brindar mejores elementos para interpretar el futuro del capitalismo mundial; un capitalismo marcado por saltos cualitativos cada vez más radicales, como ha ejemplificado la propia pandemia del coronavirus y el ascenso chino.

Conclusión general

En respuesta a la pregunta central planteada al inicio de este trabajo, los cinco capítulos que se acaba de exponer permiten concluir que *sí es posible* estudiar la *complejidad capitalista* desde un enfoque de economía política analítica, aprovechando varias intuiciones planteadas por Marx sobre todo en *El Capital* y desde un enfoque de totalidad (partiendo de los ciclos del capital y llegando a las amplias estructuras del comercio mundial). De todas formas, cabe reconocer que varios aspectos relevantes no pudieron analizarse como, por ejemplo, la tendencia a la caída de la tasa de ganancia. Pese a esta y otras limitaciones, el presente trabajo recoge una amplia revisión de literatura de modelos económico-matemáticos marxistas (junto con elementos de otras corrientes como el estructuralismo) y aporta con formulaciones matemático-analíticas propias que pueden servir de referencia para desarrollos futuros más profundos. A su vez, desde las nociones de poder, crisis y periferia, cada capítulo brinda elementos para una mejor comprensión de la complejidad capitalista desde un enfoque alternativo a la economía convencional (sin negar la posibilidad de que diversos enfoques puedan complementarse dependiendo de cada objeto de estudio concreto).

Así, del capítulo 1 puede concluirse que la disputa entre trabajadores y capitalistas al definir la intensidad laboral puede imponer límites al poder de negociación obrero si se desea mantener la estabilidad de los ciclos, al menos en el contexto del modelo de tres dimensiones (tasa de empleo, participación salarial, intensidad laboral) planteado en el capítulo. Igualmente, desde este modelo pudo plantearse las nociones de crisis periódicas (propias de los ciclos capitalistas) y crisis estructural (que solo puede superarse con cambios en las estructuras de poder capitalistas). Sobre la complejidad capitalista, el capítulo 1 ilustra el uso de sistemas dinámicos no lineales y tridimensionales para estudiar la dinámica de la acumulación de capital y sus ciclos, reconociendo la posibilidad de que esa dinámica puede sufrir importantes bifurcaciones según cómo evolucione la disputa entre clases sociales al regular el proceso de explotación laboral. A su vez, el modelo planteado puede extenderse en diferentes direcciones, incluyendo: la representación de las pugnas entre clases sociales al definir la jornada laboral y la mecanización; la definición de los precios bajo condiciones de poder de mercado; la inclusión de la intensidad del trabajo en modelos de lucha de clases con juegos dinámicos; la consideración de una economía abierta, con capacidad instalada ociosa, y con la existencia de una función de

inversión; el rol de la intensidad laboral en esquemas sectoriales así como en las relaciones Norte-Sur (con una región Sur altamente dependiente a una explotación de productos primarios capaz de distorsionar al mercado laboral); el estudio de situaciones fuera del equilibrio (p.ej. hiperinflación); la ampliación del modelo a enfoques propios de la teoría del caos¹⁴⁶; el vínculo de los ciclos tridimensionales y la inestabilidad financiera; entre otras ampliaciones similares a aquellas aplicadas al modelo de ciclos de Goodwin (1967).

Sobre el capítulo 2 puede concluirse que es posible representar la complejidad de la reproducción capitalista desde un modelo que incluya: un enfoque de equilibrio sectorial; redes de flujos monetarios interpretables con cadenas de Markov; las consecuencias dinámicas de la competencia intersectorial en el surgimiento de la tasa media de ganancia. Desde un modelo de estas características el capítulo identifica: varias limitaciones sobre la distribución sectorial del empleo; un patrón relevante en las probabilidades estacionarias del flujo monetario; una posible relación inversa entre tasa media de ganancia y salarios a largo plazo. Asimismo, desde este trabajo pueden plantearse investigaciones futuras como, por ejemplo: interpretaciones en red más complejas con sectores adicionales o con flujos monetarios más complicados (p.ej. redes financieras); representación de cambios técnicos o distributivos en el tiempo; efectos del desequilibrio de mercado; modelamiento de las redes de flujos de medios de producción y de consumo reconociendo sus diferencias cualitativas; incorporación de tasas de uso de capacidad instalada sectoriales que se definirían a corto plazo previo al surgimiento de la tasa media de ganancia; análisis más refinado del vínculo entre valores y precios; inclusión de asimetrías en los flujos de capitales.

Respecto al capítulo 3, el cual presentó un modelo sectorial de ciclos y sobreproducción sustentado en Dutt (1988) y Goodwin (1967), puede destacarse como principal resultado la existencia de ciclos estables en tres dimensiones en un contexto sectorial y ausencia de pleno empleo de capacidad instalada (composición sectorial del capital, tasa de empleo y participación salarial en el producto), los cuales surgen cuando los capitalistas poseen el suficiente poder para reducir el salario real. Desde este resultado es posible reinterpretar la sobreproducción según las

¹⁴⁶ Incluso podría pensarse en la necesidad de diferenciar entre las etapas de crisis que se generan de manera regular durante los ciclos de acumulación de capital, y las “grandes crisis” que implican una discontinuidad en la dinámica capitalista (p.ej. Gran Depresión de 1929 o la Gran Recesión de 2009).

diferentes etapas del ciclo capitalista. Como trabajo futuro en este sentido puede sugerirse: el estudio de versiones más complejas del modelo enfocadas en el poder de los capitalistas de generar una población obrera supernumeraria cuando la economía se especializa en bienes de capital; la construcción de un modelo más amplio donde el uso de capacidades instaladas sectoriales nunca alcance su equilibrio de corto plazo.

Pasando al capítulo 4 enfocado en un modelo Norte-Sur de Deuda y Distribución (NSDD) sustentado en Dutt (1989, 1990) y Goodwin (1967), las simulaciones numéricas del modelo permiten concluir que: existen ciclos límite estables simultáneos al estilo de Goodwin (1967) tanto en el Norte como en el Sur; el aumento de la tasa de interés de la deuda externa sureña podría provocar que los ciclos distributivos del Sur sean más hostiles para las clases trabajadoras en comparación a los ciclos del Norte; un menor poder de negociación de los trabajadores sureños contribuye a la estabilidad de las relaciones económicas Norte-Sur. Dado que estos resultados provienen de simulaciones numéricas de un sistema dinámico de seis ecuaciones diferenciales, queda como tarea futura el estudio del modelo NSDD con mayor rigor analítico para aceptar la generalidad de sus resultados. Asimismo, pueden plantearse futuras investigaciones en las siguientes líneas: la aplicación de diferentes supuestos sobre el uso de capacidad instalada, la formación de precios y la vigencia de funciones de inversión en el Norte y el Sur, para lo cual podrían aprovecharse los diferentes “cierres” para modelos Norte-Sur sugeridos por Dutt (1990, cap.8); la inclusión de curvas salariales más complejas que pueden considerar el rol de la ilusión monetaria y otras extensiones originalmente aplicadas al modelo de Goodwin (1967); un rol más participativo de los términos de intercambio, la elasticidad ingreso de la demanda y, en general, de varias restricciones de balanza de pagos; la participación de otros vínculos asimétricos entre Norte y Sur como la inversión extranjera directa; la movilidad de trabajadores tanto dentro como fuera de las regiones; la construcción de nuevas interpretaciones del subempleo por baja remuneración como un problema característico del Sur; el desarrollo de trabajos empíricos que identifiquen parámetros realistas para el modelo (ver el ejemplo de Grasselli y Maheshwari (2018) para el modelo de ciclos Goodwin) y que estudien la posible relación inversa entre tasa de interés de la deuda externa del Sur y la participación salarial de sus trabajadores; el planteamiento de una explicación teórica más profunda sobre la dinámica de la tasa de interés de la deuda externa del Sur (que incluso permita su endogenización).

En cuanto al capítulo 5, su propuesta de redefinición de las redes de comercio mundial y la aplicación de dicha propuesta a la información de 115 países durante el período 1995-2020, ha arrojado varios resultados como los siguientes: múltiples países de Asia Oriental, sobre todo China, son los que más aprovechan las retroalimentaciones de la red comercial; Estados Unidos se mantiene como la nación comercialmente más influyente sobre el resto del mundo, aunque con fluctuaciones procíclicas importantes y con China acortando distancias seriamente sobre todo luego de la crisis financiera internacional; Europa Oriental, Asia Occidental, Central y Meridional, América Latina y el Caribe (incluyendo México), Oceanía y toda África son las regiones que menos se benefician de las retroalimentaciones comerciales a la vez que poseen la menor influencia sobre el resto del mundo; el balance de poder comercial entre Estados Unidos y China sugiere que existe una relación bilateral cada vez más equilibrada entre las dos potencias, de hecho, esta tendencia llegó a su punto más balanceado en el primer año de pandemia del coronavirus; desde 2007 en adelante, Estados Unidos y China conforman un “núcleo” de dos países de máxima centralidad en la red de comercio mundial, a la vez que es posible identificar varios niveles intermedios de centralidad y grupos importantes de naciones periféricas; para todo el período 1995-2020, los grupos de países de mayor centralidad tienden a mostrar mayores niveles de influencia y retroalimentación comerciales, e incluso una mayor proporción de exportaciones manufactureras. Para profundizar estas cuestiones en mayor detalle, se puede sugerir al menos cuatro grandes líneas de investigación futura: la redefinición de redes comerciales desagregadas para diferentes productos, sin descuidar la estructura productiva interna de cada país (quizá aplicando un enfoque insumo-producto internacional) así como los posibles efectos a escala espacial; el estudio de otros flujos económicos desde un enfoque de red como los flujos financieros entre países (p.ej. inversión extranjera, deuda externa o similares), o incluso el uso de redes mixtas comerciales-financieras; el análisis más profundo de la red de comercio mundial formada por elasticidades país-país en combinación con diferentes métodos de identificación de grupos y bloques (p.ej. SKATER) y su comparación con varios bloques comerciales; un mayor análisis teóricos de la formación de las redes de comercio mundial, considerando el complejo entorno competitivo en el que se desenvuelven las pugnas de potencias como Estados Unidos y China recordando que ambas naciones viven una “guerra comercial” desde 2018.

Como puede verse, las tendencias a diferentes formas de crisis (p.ej. periódicas, estructurales, por sobreproducción, por deuda externa), junto con las relaciones asimétricas de poder tanto a nivel de clases sociales como a nivel de estructuras centro-periféricas, otorgan al capitalismo contemporáneo una gran complejidad cuyo estudio puede extenderse en una gran diversidad de investigaciones futuras. Quizá por esa razón es que Marx intuía tanto la necesidad de estudiar matemáticas con mayor rigor como la necesidad de escribir seis libros para estudiar la economía política del capitalismo; a su vez, en la actualidad existe una numerosa literatura de economía marxista que ha continuado de una u otra forma con la tarea del pensador alemán aunque todavía parece encontrarse relativamente dispersa y carente de suficiente divulgación, al menos en español (a manera de ejemplo, puede revisarse la literatura recopilada en esta tesis más varios trabajos que quedaron fuera y serán estudiados en próximas oportunidades).

En ese sentido, se espera que esta tesis motive a otras personas a adentrarse en la discusión sobre la complejidad capitalista. Posiblemente desde ese estudio rigurosos y diverso de la complejidad del capitalismo, quienes somos críticos a esta forma de organizar a la sociedad podamos contribuir en la construcción de un mundo post-capitalista donde la distribución del poder deje de ser tan asimétrica y proclive a la generación de crisis de todo tipo. La transformación radical de la sociedad requiere también de un estudio radical, más aún cuando el mundo capitalista cada vez nos acerca más a diferentes tipos de crisis y colapsos económicos, políticos, e incluso ambientales. La complejidad capitalista es ese velo que requerimos levantar para saber cómo enfrentar esa multiplicidad de crisis que ya asfixian la vida de miles de seres humanos. Y no hay que temerle a esa complejidad, pues incluso conociendo sus limitaciones personales, Marx afirmaba que:

En la ciencia no hay caminos reales, y solo tendrán esperanzas de acceder a sus cumbres luminosas aquellos que no teman fatigarse al escalar por senderos escarpados (Marx [1872] 2009, 21).

Si bien esta frase de Marx puede llenar de optimismo, tampoco hay que pecar de exceso de confianza. Quizá aún falta mucho para que aquello que hacemos los economistas pueda realmente ser catalogado como *ciencia*...

Referencias

- Abe, Taro. 2007. "International competition, debt, and uneven development in a North-South macroeconomic model". *The Pakistan Development Review* 46 (3): 267-83.
- Abeyasinghe, Tilak, y Kristin Forbes. 2005. "Trade linkages and output-multiplier effects: A structural VAR approach with a focus on Asia". *Review of International Economics* 13 (2): 356-75.
- Acosta, Alberto, y John Cajas Guíjarro. 2022. "Mariátegui and Dependency Theory: Reviewing a Powerful Inheritance in Latin American Thought". *Latin American Perspectives* 49 (1): 199-217.
- Aglietta, Michel. 1979. *A theory of capitalist regulation: The US experience*. Londres: Verso
- Amin, Samir. 1976. *Unequal development: An essay on the social formations of peripheral capitalism*. Nueva York: Monthly Review Press.
- Antonietti, Roberto, Giulia De Masi, y Giorgio Ricchiuti. 2020. "Linking FDI Topology with COVID-19 Pandemic". <https://doi.org/10.2139/ssrn.3736648>.
- Antonietti, Roberto, Paolo Falbo, Fulvio Fontini, Rosanna Grassi, y Giorgio Rizzini. 2021. "International Trade Network: Country centrality and COVID-19 pandemic". <https://arxiv.org/abs/2107.14554>
- Antràs, Pol, Stephen Redding, y Esteban Rossi-Hansberg. 2020. "Globalization and pandemics". *Covid Economics* 49: 1-84.
- Araujo, Ricardo Azevedo, Marwil J. Dávila-Fernández, y Helmar Nunes Moreira. 2019. "Some new insights on the empirics of Goodwin's growth-cycle model". *Structural Change and Economic Dynamics* 51: 42-54.
- Araujo, Ricardo Azevedo, y Joanílio Rodolpho Teixeira. 2015. "A multi-sectoral version of the Post-Keynesian growth model". *Estudos Econômicos (São Paulo)* 45 (1): 127-52.
- Assunção, Renato, Marcos Neves, Gilberto Câmara, y Corina da Costa Freitas. 2006. "Efficient regionalization techniques for socio-economic geographical units using minimum spanning trees". *International Journal of Geographical Information Science* 20 (7): 797-811.
- Astarita, Rolando. 2004. *Valor, Mercado Mundial y Globalización*. Buenos Aires: Ediciones Cooperativas.
- . 2009. *Monopolio, Imperialismo e Intercambio Desigual*. Madrid: Maia Ediciones.

- Baier, Scott L., y Jeffrey H. Bergstrand. 2007. "Do free trade agreements actually increase members' international trade?" *Journal of international Economics* 71 (1): 72-95.
- Balcilar, Mehmet, Ali M. Kutan, y Mehmet E. Yaya. 2017. "Testing the dependency theory on small island economies: The case of Cyprus". *Economic Modelling* 61: 1-11.
- Barigozzi, Matteo, Giorgio Fagiolo, y Diego Garlaschelli. 2010. "Multinetwork of international trade: A commodity-specific análisis". *Physical Review E* 81 (4): 046104.
- Barigozzi, Matteo, Giorgio Fagiolo, y Giuseppe Mangioni. 2011. "Identifying the community structure of the international-trade multi-network". *Physica A: statistical mechanics and its applications* 390 (11): 2051-66.
- Barrales-Ruiz, Jose, Ivan Mendieta-Muñoz, Codrina Rada, Daniele Tavani, y Rudiger Von Arnim. 2022. "The distributive cycle: Evidence and current debates". *Journal of Economic Surveys* 36 (2): 468-503.
- Barrat, Alain, Marc Barthelemy, Romualdo Pastor-Satorras, y Alessandro Vespignani. 2004. "The architecture of complex weighted networks". *Proceedings of the national academy of sciences* 101 (11): 3747-52.
- Basu, Deepankar. 2016. "Underconsumption, capitalist investment and crisis: a reply to Sardoni". *Review of Keynesian Economics* 4 (2): 208-18.
- . 2021. *The logic of capital: An introduction to Marxist economic theory*. Cambridge University Press.
- Bauer, Otto. 1986 (1913). "Otto Bauer's 'Accumulation of capital'". *History of Political Economy* 18 (1): 87-110.
- . 1936. *Zwischen zwei Weltkriegen?*. Bratislava: Eugen Prager Verlag
- Baumol, William J., y Thijs ten Raa. 2009. "Wassily Leontief: in appreciation". *The European Journal of the History of Economic Thought* 16 (3): 511-22.
- Bhaduri, Amit, y Stephen Marglin. 1990. "Unemployment and the real wage: the economic basis for contesting political ideologies". *Cambridge Journal of Economics* 14 (4): 375-93.
- Bhattacharya, Kunal, Gautam Mukherjee, Jari Saramäki, Kimmo Kaski, y Subhrangshu S. Manna. 2008. "The international trade network: weighted network analysis and modelling". *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment* 2008 (02): P02002.
- Blanchflower, David G., y Andrew J. Oswald. 1995. "An introduction to the wage curve". *Journal of economic perspectives* 9 (3): 153-67.

- Blecker, Robert A. 2016. "The debate over 'Thirlwall's law': balance-of-payments-constrained growth reconsidered". *European Journal of Economics and Economic Policies: Intervention* 13 (3): 275-90.
- . 2021. "New advances and controversies in the framework of balance-of-payments-constrained growth". *Journal of Economic Surveys* 36 (2): 429-467.
- Bonacich, Phillip, y Paulette Lloyd. 2001. "Eigenvector-like measures of centrality for asymmetric relations". *Social networks* 23 (3): 191-201.
- Borgatti, Stephen, y Martin Everett. 2000. "Models of core/periphery structures". *Social networks* 21 (4): 375-95.
- Bortkiewicz, Ladislaus von. 1949 (1907). "On correction of Marx's fundamental theoretical construction in the third volume of capital". En *Karl Marx and the Close of His System*, editado por Paul Sweezy, 199-222. Nueva York: Augustus M. Kelley.
- Bowles, Samuel, y Herbert Gintis. 1990. "Contested exchange: new microfoundations for the political economy of capitalism". *Politics & Society* 18 (2): 165-222.
- Brodeur, Abel, David Gray, Anik Islam, y Suraiya Bhuiyan. 2021. "A Literature Review of the Economics of COVID-19". *Journal of Economic Surveys* 35 (4): 1007-44.
<https://doi.org/10.1111/joes.12423>.
- Bronfenbrenner, Martin. 1966. "The Marxian Macro-Economic Model: Extension From Two Departments". *Kyklos* 19 (2): 201-18.
- Bujarin, Nicolai. 1972. *Teoría económica del período de transición*. Córdoba: Cuadernos de Pasado y Presente.
- Burkett, Paul. 2004. "Marx's reproduction schemes and the environment". *Ecological Economics* 49 (4): 457-67.
- Cai, Hongbo, Siyu Huang, y Zongning Wu. 2022. "The impact of COVID-19 on the international energy trade network centrality and community structures". *Applied Economics Letters*.
<https://doi.org/10.1080/13504851.2022.2035665>.
- Cajas Guijarro, John. 2018a. "La ley general de la acumulación capitalista, una reinterpretación". *Revista Economía* 70 (111): 47-67.
- . 2018b. "Reinterpretando a Marx: la ley general de la acumulación capitalista".
https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3139294.

- . 2022. “Revisitando la reproducción capitalista: equilibrio, redes y competencia intersectorial”. *Problemas del Desarrollo. Revista Latinoamericana de Economía* 53 (208): 151-83.
- Cajas Guijarro, John, y Bryan Pérez Almeida. 2021. “Comercio, sobreexplotación laboral y ciclos en la periferia: una propuesta teórica y el caso ecuatoriano desde un modelo PVAR”. *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa* 31: 161-97.
- Cajas Guijarro, John, y Leonardo Vera. 2022. “The macrodynamics of an endogenous business cycle model of marxist inspiration”. *Structural Change and Economic Dynamics* 62: 566-585.
- Cámara Izquierdo, Sergio. 2022. “The General Law of Capitalist Accumulation and a Theory of Labour-Shortage Business Cycles”. En *The General Law of Capitalist Accumulation in Latin America and Beyond: Actuality and Pertinence*, editado por Lorenzo Fusaro, Leinad Johan Alcalá Sandoval, 55-76. Londres: Lexington Books.
- Campbell, Travis, y Daniele Tavani. 2019. “Marx-biased technical change and income distribution: A panel data analysis”. *Metroeconomica* 70 (4): 655-87.
- Capoani, Luigi. 2021. “Review of the Gravity Model: Origins and Critical Analysis of Its Theoretical Development”. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3883507>.
- Carchedi, Guglielmo. 1991. *Frontiers of Political Economy*. Londres: Verso.
- Cardoso, Fernando, y Enzo Faletto. 1979. *Dependency and Development in Latin America*. Berkeley: University of California Press.
- Cepeda-López, Freddy, Freddy Gamboa-Estrada, Carlos León, y Hernán Rincón-Castro. 2019. “The evolution of world trade from 1995 to 2014: A network approach”. *The Journal of International Trade & Economic Development* 28 (4): 452-85.
- Chakraborty, Shouvik, y Prabirjit Sarkar. 2020. “From The Classical Economists To Empiricists: A Review Of The Terms Of Trade Controversy”. *Journal of Economic Surveys* 34 (5): 1111-33.
- Chaney, Thomas. 2014. “The Network Structure of International Trade”. *American Economic Review* 104 (11): 3600-3634. <https://doi.org/10.1257/aer.104.11.3600>.
- Chen, Siyue, Gengzhi Huang, Hongou Zhang, Yuyao Ye, y Qitao Wu. 2022. “Analysing the Evolutionary Structure of the China–ASEAN Investment and Trade Networks: China’s Changing Position”. *China: An International Journal* 20 (1): 114-41.

- Cockshott, W. Paul. 2016. “Marxian Reproduction Prices Versus Prices of Production: Probability and Convergence”. <https://eprints.gla.ac.uk/116697/1/116697.pdf>.
- Cogliano, Jonathan F., Roberto Veneziani, y Naoki Yoshihara. 2021. “Computational Methods and Classical-Marxian Economics”. *Journal of Economic Surveys* 36 (2): 310-349.
- Coquidé, Célestin, José Lages, Leonardo Ermann, y Dima L. Shepelyansky. 2022. “COVID-19 impact on the international trade”. *Entropy* 24 (3): <https://doi.org/10.3390/e24030327>.
- Curiazi, Roberta, y John Cajas Guijarro. 2019. “Crisis civilizatoria capitalista y “otras economías””. *Revista de Sociología* 29: 47-84.
- Darity, William. 1987. “Debt, finance, production and trade in a North—South model: the surplus approach”. *Cambridge Journal of Economics* 11 (3): 211-27.
- Dávila-Fernández, Marwil J., y Serena Sordi. 2019. “Distributive cycles and endogenous technical change in a BoPC growth model”. *Economic Modelling* 77: 216-33.
- Day, Richard. 1976. “The theory of the long cycle: Kondratiev, Trotsky, Mandel”. *New Left Review* 99: 67-82.
- De Benedictis, Luca, Silvia Nenci, Gianluca Santoni, Lucia Tajoli, y Claudio Vicarelli. 2014. “Network analysis of world trade using the BACI-CEPII dataset”. *Global Economy Journal* 14 (3-4): 287-343.
- De Benedictis, Luca, y Lucia Tajoli. 2011. “The world trade network”. *The World Economy* 34 (8): 1417-54.
- Desai, Meghnad. 1974. *Marxian Economic Theory*. Londres: Gray-Mills.
- . 1988. “The transformation problem”. *Journal of Economic Surveys* 2 (4): 295-333.
- . 2019. “A history of Marxian economics 1960–2010”. En *Pluralistic economics and its history*, editado por Ajit Sinha y Alex M. Thomas, 55-66. Londres y Nueva York: Routledge.
- Desai, Meghnad, y Roberto Veneziani. 2009. “Rosa Luxemburg’s critique of Marx’s schemes of reproduction”. En *Rosa Luxemburg and the Critique of Political Economy*, editado por Riccardo Bellofiore, 24-33. Londres y Nueva York: Routledge.
- Díaz, Emilio y Francisco Velasco. 2016. “The transformation of values into prices of production in Marx’s scheme of expanded reproduction”. *Review of Radical Political Economics* 48 (3): 394-416. <https://doi.org/10.1177/0486613415594146>

- Dos Santos, Theotonio. 1970. "The Structure of Dependence". *American Economic Review* 60 (2): 231-36.
- Duménil, Gérard. 1983. "Beyond the transformation riddle: a labor theory of value". *Science & Society* 47 (4), 427-50.
- Dupont, Bernard. 2014. "Les cycles d'accumulation du capital dans la théorie marxiste". *Cahiers d'économie Politique* 1: 173-98.
- Dutt, Amitava Krishna. 1988. "Convergence and equilibrium in two sector models of growth, distribution and prices". *Journal of Economics* 48 (2): 135-58.
- . 1989. "Trade, debt, and uneven development in a North-South model". *Metroeconomica* 40 (3): 211-33.
- . 1990. *Growth, distribution and uneven development*. Cambridge: Cambridge University Press.
- . 1997. "Profit-Rate Equalization in the Kalecki–Steindl Model and the "Over-Determination" Problem". *The Manchester School* 65 (4): 443-51.
- . 2002. "Thirlwall's law and uneven development". *Journal of Post Keynesian Economics* 24 (3): 367-90.
- . 2018. "From Political Economy to Economics and Back Again?" En *Economics, Management and Sustainability*, editado por Partha Ray, Runa Sarkar y Anindya Sen, 27-52. Singapur: Springer.
- . 2019. "Structuralists, structures, and economic development". En *The Palgrave Handbook of Development Economics*, editado por Machiko Nissanke y José Antonio Ocampo, 109-41. Londres: Palgrave Macmillan.
- Eagly, Robert V. 1972. "A macro model of the endogenous business cycle in Marxist analysis". *Journal of Political Economy* 80 (3, Part 1): 523-39.
- Ermann, Leonardo, y Dima L. Shepelyansky. 2015. "Google Matrix Analysis of the Multiproduct World Trade Network". *The European Physical Journal B* 88 (4): 84.
<https://doi.org/10.1140/epjb/e2015-60047-0>.
- Fagiolo, Giorgio, Javier Reyes, y Stefano Schiavo. 2008. "On the topological properties of the world trade web: A weighted network analysis". *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 387 (15): 3868-73.

- . 2009. “World-trade web: Topological properties, dynamics, and evolution”. *Physical Review E* 79 (3): 036115.
- . 2010. “The evolution of the world trade web: a weighted-network analysis”. *Journal of Evolutionary Economics* 20 (4): 479-514.
- Falkinger, Josef, y Kazimierz Laski. 1983. “Marx’s Theory of Exploitation and Technical Progress”. *Metroeconomica* 35 (1-2): 159-76.
- Flaschel, Peter. 2010. *Topics in classical micro-and macroeconomics: elements of a critique of Neoricardian theory*. Berlín: Springer.
- Foley, Duncan. 1982. “The value of money the value of labor power and the Marxian transformation problem”. *Review of Radical Political Economics* 14 (2): 37-47.
- . 1983. “Money and effective demand in Marx’s scheme of expanded reproduction”. En *Marxism, Central Planning, and the Soviet Economy: Economic Essays in Honor of Alexander Erlich*, 19-33. Cambridge, MA: MIT Press.
- . 1985. Say’s law in Marx and Keynes. *Cahiers d’Économie Politique*, 10(11): 183-194.
- . 1986. *Understanding Capital. Marx’s Economic Theory*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Frank, André Gunder. 1969. *Latin America: Underdevelopment or Revolution: Essays on the Development of Underdevelopment and the Immediate Enemy*. Nueva York: New York University Press.
- Fratini, Saverio. 2019. “On the Second Stage of the Cambridge Capital Controversy”. *Journal of Economic Surveys* 33 (4): 1073-1093.
- Furtado, César. 1975. *El desarrollo económico: un mito*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Furusawa, Taiji, y Hideo Konishi. 2007. “Free Trade Networks”. *Journal of International Economics* 72 (2): 310-35. <https://doi.org/10.1016/j.jinteco.2006.08.003>.
- Gala, Paulo, Jhean Camargo, y Elton Freitas. 2018. “The Economic Commission for Latin America and the Caribbean (ECLAC) was right: scale-free complex networks and core-periphery patterns in world trade”. *Cambridge Journal of Economics* 42 (3): 633-51. <https://doi.org/10.1093/cje/bex057>.
- Galtung, Johan. 1971. “A Structural Theory of Imperialism”. *Journal of Peace Research* 8 (2): 81-117.
- Gandolfo, Giancarlo. 2009. *Economic Dynamics*. Berlín: Springer.

- Garlaschelli, Diego, y Maria I. Loffredo. 2005. "Structure and evolution of the world trade network". *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 355 (1): 138-44.
- Georgescu-Roegen, Nicholas. 1960. "Mathematical Proofs of the Breakdown of Capitalism". *Econometrica* 28 (2): 225-243.
- Glombowski, Jörg. 1982. "A Comment on Sherman's Marxist Cycle Model". *Review of Radical Political Economics* 14 (1): 42-49.
- . 1983. "A Marxian model of long run capitalist development". *Zeitschrift für Nationalökonomie* 43 (4): 363-82.
- Goldstein, Jonathan P. 1985. "The cyclical profit squeeze: a Marxian microfoundation". *Review of Radical Political Economics* 17 (1-2): 103-28.
- Goodwin, Richard. 1967. "A Growth Cycle". En *Socialism, Capitalism and Economic Growth*, editado por C.H. Feinstein, 54-58. Cambridge: Cambridge University Press.
- Goodwin, Richard. 1983. "A note on wage, profits and fluctuating growth rates". *Cambridge Journal of Economics* 7 (3-4): 305-309.
- . 1987. "The economy as an evolutionary pulsator". En *The Long-Wave Debate*, editado por Tibor Vasko, 27-34. Berlín: Springer.
- . 1990. *Chaotic Economic Dynamics*. Oxford: Clarendon Press.
- Goyal, Sanjeev, y Sumit Joshi. 2006. "Bilateralism and Free Trade". *International Economic Review* 47 (3): 749-78. <https://doi.org/10.1111/j.1468-2354.2006.00395.x>.
- Grasselli, Matheus R., y Aditya Maheshwari. 2018. "Testing a Goodwin model with general capital accumulation rate". *Metroeconomica* 69 (3): 619-43.
- Guillén Romo, Héctor. 1988. *Lecciones de economía marxista*. México DF: Secretaría de Educación Pública y Fondo de Cultura Económica.
- Gutiérrez-Moya, Ester, Belarmino Adenso-Díaz, y S. Lozano. 2021. "Analysis and Vulnerability of the International Wheat Trade Network". *Food Security* 13 (1): 113-28. <https://doi.org/10.1007/s12571-020-01117-9>.
- Harcourt, Geoffrey. 2022. *Some Cambridge Controversies in the Theory of Capital*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Harcourt, Geoffrey, y Peter Kriesler. 2016. "Michael Kalecki and Rosa Luxemburg on Marx's schemes of reproduction: Two incisive interpreters of capitalism". En *Post-Keynesian essays from down under volume I: Essays on Keynes, Harrod and Kalecki*, editado por

- Joseph Halevi, Geoffrey Harcourt, Peter Kriesler y John Nevile, 254-264. Berlín: Springer.
- Harris, Donald J. 1972. "On Marx's scheme of reproduction and accumulation". *Journal of Political Economy* 80 (3, Part 1): 505-22.
- . 1983. "Accumulation of capital and the rate of profit in Marxian theory". *Cambridge Journal of Economics* 7 (3/4): 311-30.
- Hartmann, Dominik, Mayra Bezerra, Beatrice Lodolo, y Flávio L. Pinheiro. 2020. "International Trade, Development Traps, and the Core-Periphery Structure of Income Inequality". *Economía* 21 (2): 255-78. <https://doi.org/10.1016/j.econ.2019.09.001>.
- Hausmann, Ricardo, y César Hidalgo. 2011. "The Network Structure of Economic Output". *Journal of Economic Growth* 16 (4): 309-42.
- Hausmann, Ricardo, César Hidalgo, Sebastián Bustos, Michele Coscia, Alexander Simoes, y Muhammed Yildirim. 2014. *The Atlas of Economic Complexity: Mapping Paths to Prosperity*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Hidalgo, César, Bailey Klinger, A. Barabási, y Ricardo Hausmann. 2007. "The Product Space Conditions the Development of Nations". *Science* 317 (5837): 482-87.
- Hilferding, Rudolf. 2019 (1910). *Finance capital: A study in the latest phase of capitalist development*. Londres: Routledge.
- Hilgerdt, Folke. 1942. *The network of world trade*. Génova: League of Nations.
- . 1943. "The case for multilateral trade". *The American Economic Review* 33 (1): 393-407.
- Itoh, Makoto. 2020. *Value and crisis: Essays on Marxian economics in Japan*. Nueva York: Monthly Review Press.
- Jackson, Matthew. 2008. *Social and economic networks*. Princeton: Princeton University Press.
- Kahouli, Bassem, y Samir Maktouf. 2014. "The link between regional integration agreements, trade flows and economic crisis: A static and dynamic gravity model". *International Journal of Development Issues* 13 (1): 35-58.
- . 2015. "Trade creation and diversion effects in the Mediterranean area: Econometric analysis by gravity model". *The Journal of International Trade & Economic Development* 24 (1): 76-104.

- Kalecki, Michal. 1967. "The problem of effective demand with Tugan-Baranovskij and Rosa Luxemburg". En *Collected Works of Michael Kalecki* editado por J. Osiatynski, 459-466. Oxford: Oxford University Press.
- . 1968. "The Marxian equations of reproduction and modern economics". *Social Science Information* 7 (6): 73-79.
- . 1971. *Selected essays on the dynamics of the capitalist economy 1933-1970*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kastelle, Tim, John Steen, y Peter Liesch. 2006. "Measuring globalisation: an evolutionary economic approach to tracking the evolution of international trade". En *DRUID Summer Conference on Knowledge, Innovation and Competitiveness: Dynamics of Firms, Networks, Regions and Institutions-Copenhagen*: 18-20.
- Kenen, Peter. 1985. "Macroeconomic theory and policy: how closed economy was opened". En *Handbook of International Economics*, vol.2, editado por R.W. Jones y P.B. Kenen, 625-678. Amsterdam: North-Holland.
- Kersan-Škabić, Ines. 2022. "The COVID-19 Pandemic and the Internationalization of Production: A Review of the Literature". *Development Policy Review* 40 (2): e12560. <https://doi.org/10.1111/dpr.12560>.
- Kiyota, Kozo. 2022. "The COVID-19 Pandemic and the World Trade Network". *Journal of Asian Economics* 78: 101419. <https://doi.org/10.1016/j.asieco.2021.101419>
- Koshimura, Shinzaburo. 1975. *Theory of capital reproduction and accumulation*. Editado por J. Schwartz. Ontario: DPG, Publishing Co.
- Kostoska, Olivera, Sonja Mitikj, Petar Jovanovski, y Ljupco Kocarev. 2020. "Core-Periphery Structure in Sectoral International Trade Networks: A New Approach to an Old Theory". *PLOS ONE* 15 (4): e0229547. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0229547>.
- Krakauer, David. 2019. *Introduction*. En *Worlds hidden in plain sight. The evolving idea of complexity at the Santa Fe Institute 1984-2019*, editado por David Krakauer. Nuevo Mexico: The Santa Fe Institute Press.
- Krätke, Michael. 2016. "On the Beginnings of Marxian Macroeconomics". En *Rosa Luxemburg: A Permanent Challenge for Political Economy*, editado por Judith Dellheim y Frieder Otto Wolf, 123-156. Londres: Palgrave Macmillan.

- Kruskal, Joseph B. 1956. "On the shortest spanning subtree of a graph and the traveling salesman problem". *Proceedings of the American Mathematical Society* 7 (1): 48-50.
- Laibman, David. 1978. "The Marxian profit cycle: A micromodel". *Eastern Economic Journal* 4 (2): 119-28.
- . 1981. "Two-sector growth with endogenous technical change: a Marxian simulation model". *The Quarterly Journal of Economics* 96 (1): 47-75.
- . 1987. "Growth, technical change, and cycles: simulation models in Marxist economic theory". *Science & Society* 51 (4), 414-38.
- . 1988. "Cyclical Growth and Intersectoral Dynamics". *Review of Radical Political Economics* 20 (2-3): 107-13.
- . 1992a. *Value, technical change, and crisis: Explorations in Marxist economic theory*. Armonk: ME Sharpe.
- . 1992b. "Cyclical Growth and Intersectoral Dynamics: A Simulation Approach". En *Beyond the Steady State*, editado por Joseph Halevi David Laibman Edward J. Nell 323-48. Berlín: Springer.
- . 1997. *Capitalist Macrodynamics: A systematic introduction*. Berlín: Springer.
- Lancaster, Kelvin. 1973. "The dynamic inefficiency of capitalism". *Journal of Political Economy* 81 (5): 1092-1109.
- Leontief, Wassily, y Andras Brody. 1993. "Money-flow computations". *Economic Systems Research* 5 (3): 225-33.
- Li, Xiang, Yu Ying Jin, y Guanrong Chen. 2003. "Complexity and synchronization of the world trade web". *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 328 (1-2): 287-96.
- Lotka, Alfred J. 1910. "Contribution to the Theory of Periodic Reactions". *The Journal of Physical Chemistry* 14 (3): 271-74. <https://doi.org/10.1021/j150111a004>.
- Love, Joseph. 1996. *Crafting the third world: theorizing underdevelopment in Rumania and Brazil*. Stanford: Stanford University Press.
- . 2011. "The Latin American contribution to center-periphery perspectives: history and prospect". En *Cores, peripheries, and globalization. Essays in honor of Ivan T. Berend*, editado por P. Hanns y B. Szelényi, 15-42. Budapest: Central European University Press.
- Luxemburg, Rosa. 2015 (1913). *The accumulation of capital*. Londres: Routledge.

- Madariaga, Aldo, y Stefano Palestini. 2019. “La influencia global de dependencia y desarrollo en América Latina”. *Cuadernos de Teoría Social* 5 (9): 74-89.
- Maeng, Seong Eun, Hyung Wooc Choi, y Jae Woo Lee. 2012. “Complex networks and minimal spanning trees in international trade network”. *International Journal of Modern Physics: Conference Series*, 16: 51-60.
- Mandel, Ernest. 1975. *Late Capitalism*. Londres: New Left Books.
- Marglin, Stephen A., y Amit Bhaduri. 1991. “Profit squeeze and Keynesian theory”. En *Nicholas Kaldor and Mainstream Economics*, editado por Edward Nell y Willi Semmler, 123-63. Berlín: Springer.
- Marini, Ruy Mauro. 1973. *Dialéctica de La Dependencia*. Ciudad de México: Era.
- . 1979. “El ciclo del capital en la economía dependiente”. *Mercado y dependencia*: 37-55.
- Mariolis, Theodore, Nikolaos Rodousakis, y George Soklis. 2021. *Spectral Theory of Value and Actual Economies*. Singapur: Springer.
- Marx, Karl. 1976 (1865). “Salario, precio y ganancia.”. <https://www.marxists.org/espanol/m-e/1860s/65-salar.htm>.
- . 1980 (1863). *Teorías sobre la plusvalía II*. México DF: Fondo de Cultura Económica.
- . 1983a (1873). “Correspondencia del 31 de mayo de 1873”. En *Cartas sobre El Capital*, 277-278. La Habana: Editora Política.
- . 1983b (1858). “Correspondencia de Marx a Lassalle (22 de febrero de 1858)”. En *Cartas sobre El Capital*, 88-89. La Habana: Editora Política.
- . 2009a (1867). *El Capital. Crítica de la economía política. Libro primero. El proceso de producción del capital*. México DF: Siglo XXI.
- . 2009b (1885). *El Capital. Crítica de la economía política. Libro segundo. El proceso de circulación del capital*. México DF: Siglo XXI.
- . 2009c (1894). *El Capital. Crítica de la economía política. Libro tercero. El proceso global de la producción capitalista*. México DF: Siglo XXI.
- . 2009d (1872). Prólogo y epílogo a la edición francesa. En *El Capital. Crítica de la economía política. Libro primero. El proceso de producción del capital*, 21. México DF: Siglo XXI.
- . 2010 (1861–1863). *Economic manuscripts of 1861-63*. Vol. 32. Marx-Engels collected works. Nueva York: International Publishers.

- Mavroudeas, Stavros, y Alexis Ioannides. 2011. “Duration, intensity and productivity of labour and the distinction between absolute and relative surplus-value”. *Review of Political Economy* 23 (3): 421-37.
- McCombie, John SL. 1989. “‘Thirlwall’s Law’ and balance of payments constrained growth—a comment on the debate”. *Applied Economics* 21 (5): 611-29.
- Mehrling, Perry G. 1986. “A classical model of the class struggle: a game-theoretic approach”. *Journal of Political Economy* 94 (6): 1280-1303.
- Meilă, Marina. 2007. “Comparing clusterings—an information based distance”. *Journal of multivariate analysis* 98 (5): 873-95.
- Mitchell, Melanie. 2009. *Complexity: A guided tour*. Nueva York: Oxford University Press.
- Morishima, Michio. 1973. *Marx’s economics: A dual theory of value and growth*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Moseley, Fred. 2011. “The determination of the “monetary expression of labor time” (“MELT”) in the case of non-commodity money”. *Review of radical political economics* 43 (1): 95-105.
- . 2016. *Money and Totality: A Macro-monetary Interpretation of Marx’s Logic in Capital and the End of the ‘transformation Problem’*. Leiden y Boston: Brill.
- Moutos, Thomas, y David Vines. 1989. “The simple macroeconomics of North-South interaction”. *The American Economic Review* 79 (2): 270-76.
- Mrvar, Andrej, y Vladimir Batagelj. 2016. “Analysis and visualization of large networks with program package Pajek”. *Complex Adaptive Systems Modeling* 4 (1): 6.
<https://doi.org/10.1186/s40294-016-0017-8>.
- Muthoo, Abhinay. 1999. *Bargaining theory with applications*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Nemeth, Roger J., y David A. Smith. 1985. “International trade and world-system structure: A multiple network analysis”. *Review (Fernand Braudel Center)* 8 (4): 517-60.
- Newman, Mark EJ, y Michelle Girvan. 2004. “Finding and evaluating community structure in networks”. *Physical review E* 69 (2): 026113.
- Nikaido, Hukukane. 1983. “Marx on competition”. *Zeitschrift für Nationalökonomie* 43 (4): 337–362

- . 1985. “Dynamics of growth and capital mobility in Marx’s scheme of reproduction”. *Zeitschrift für Nationalökonomie* 45 (3): 197-218.
- Nikolaos, Chatzarakis, Tsaliki Persefoni, y Lefteris Tsoulfidis. 2022. “A Model of Economic Growth and Long Cycles”. *Review of Radical Political Economics* 54 (3): 351-382.
- Nishi, Hiroshi. 2019. “Balance-of-payments-constrained cyclical growth with distributive class conflicts and productivity dynamics”. *Metroeconomica* 70 (4): 620-40.
- Nordlund, Carl. 2018. “Power-Relational Core–Periphery Structures: Peripheral Dependency and Core Dominance in Binary and Valued Networks”. *Network Science* 6 (3): 348-69.
- Okishio, Nobuo. 1993. “On Marx’s reproduction scheme”. En *Karl Marx’s economics: Critical assessments*, editado por J. Cunningham Wood, 46-66. Londres: Routledge.
- Olsen, Erik K. 2015. “Unproductive activity and endogenous technological change in a Marxian model of economic reproduction and growth”. *Review of Radical Political Economics* 47 (1): 34-55.
- Orlando, Giuseppe y Mario Sportelli. 2021. “On Business Cycles and Growth”. En *Nonlinearities in Economics*, editado por Giuseppe Orlando, Alexander Pisarchik, y Ruedi Stoop, 153-168. Cham: Springer.
- Ozanne, Adam. 2016. *Power and neoclassical economics*. Londres: Palgrave.
- Palermo, Giulio. 2007. “The ontology of economic power in capitalism: mainstream economics and Marx”. *Cambridge Journal of Economics* 31 (4): 539-61.
- Palma, José Gabriel. 2008. “Structuralism”. En *International handbook of development economics*, editado por Amitava Krishna Dutt y Jaime Ros, 1:136-43. Cheltenham: Edward Elgar.
- Pérez Oviedo, Wilson, John Cajas Guíjarro, y María Cristina Vallejo. 2018a. “La integración latinoamericana desde un enfoque de redes”. *Cuadernos Del CENDES* 35 (98): 39-71.
- . 2018b. “South America: Trade and integration in the new global trade network”. En *Regionalism, Development and the Post-Commodities Boom in South America*, editado por Ernesto Vivares, 121-45. Berlín: Springer.
- Piccardi, Carlo. 2011. “Finding and testing network communities by lumped Markov chains”. *PLOS ONE* 6 (11): e27028.
- Piccardi, Carlo, y Lucia Tajoli. 2015. “Are preferential agreements significant for the world trade structure? A network community analysis”. *Kyklos* 68 (2): 220-39.

- . 2018. “Complexity, Centralization, and Fragility in Economic Networks”. *PLOS ONE* 13 (11): e0208265. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0208265>.
- Pinto, Aníbal. 1970. “Naturaleza e implicaciones de la heterogeneidad estructural de la América Latina”. *El Trimestre Económico* 37 (145 (1)): 83-100.
- Prebisch, Raúl. 1950. *The economic development of Latin America and its principal problems*. Nueva York: Naciones Unidas.
- . 1981. *Capitalismo Periférico. Crisis y Transformación*. México DF: Fondo de Cultura Económica.
- . 1984. “Power relations and market laws”. <https://kellogg.nd.edu/documents/1229>
- Quesnay, François. 1758 (1758–1767). *François Quesnay et la physiocratie: Textes annotés*. Vol. 2. París: Institut national d’études démographiques.
- Rama, Jonas, y John Hall. 2021. “Raúl Prebisch and the Evolving Uses of ‘Centre-Periphery’ in Economic Analysis”. *Review of Evolutionary Political Economy* 2 (2): 315-32. <https://doi.org/10.1007/s43253-021-00036-5>.
- Ramos, Alejandro. 1999. “Value and price of production: New evidence on Marx’s transformation procedure”. *International Journal of Political Economy* 28 (4): 55-81.
- Rauch, James E. 2001. “Business and social networks in international trade”. *Journal of Economic Literature* 39 (4): 1177-1203.
- Razmi, Arslan. 2016. “Correctly analyzing the balance-of-payments constraint on growth”. *Cambridge Journal of Economics* 40 (6): 1581-1608. <https://doi.org/10.1093/cje/bev069>.
- Reyes, Javier, Rossitza Wooster, y Stuart Shirrell. 2014. “Regional trade agreements and the pattern of trade: A networks approach”. *The World Economy* 37 (8): 1128-51.
- Ricardo, David. 1973 (1817). *Principios de economía política y tributaria*. México D.F.: Fondo de Cultura Económica.
- Rieu, Dong-Min. 2022. *A Mathematical Approach to Marxian Value Theory*. Cham: Palgrave Mcmillan.
- Robinson, Joan. 1951. “Introduction”. En *The Accumulation of Capital*, de Rosa Luxemburg, xxi-xxxvii. Londres: Routledge.
- . 1956. *The Accumulation of Capital*. Londres: Macmillan.
- . 1962. *Essays in the Theory of Economic Growth*. Londres: Macmillan.
- . 1967. *Essay on Marxian economics*. Londres: Macmillan.

- Roemer, John E. 1978. "Marxian models of reproduction and accumulation". *Cambridge Journal of Economics* 2 (1): 37-53.
- . 1981. *Analytical foundations of Marxian economic theory*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Roosevelt, Frank. 1975. "Cambridge economics as commodity fetishism". *Review of Radical Political Economics* 7 (4): 1-32.
- Rosenberg, Nathan, y Claudio Frischtak. 1984. "Technical innovation and long waves". *Cambridge Journal of Economics* 8 (1): 7-24.
- Rosdolsky, Roman. 1977. *The making of Marx's "Capital"*. Londres: Pluto Press.
- Rotta, Tomas. 2020. "Effective Demand and Prices of Production: An Evolutionary Approach". https://mpra.ub.uni-muenchen.de/97910/1/MPRA_paper_97910.pdf.
- Sardoni, Claudio. 2015. "Is a Marxist explanation of the current crisis possible?". *Review of Keynesian Economics* 3 (2): 143-157.
- Sasaki, Hiroaki. 2021. "Thirlwall's law, uneven development, and income distribution". *Metroeconomica* 72 (3): 592-611.
- Sato, Yoshikazu. 1985. "Marx-Goodwin growth cycles in a two-sector economy". *Zeitschrift für Nationalökonomie* 45 (1): 21-34.
- Saul, Samuel B. 1954. "Britain and World Trade, 1870-1914". *The Economic History Review* 7 (1): 49-66.
- Serrano, María Angeles. 2007. "Phase transition in the globalization of trade". *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment* 2007 (01): L01002.
- Serrano, María Angeles, Marián Boguñá, y Alessandro Vespignani. 2007. "Patterns of dominant flows in the world trade web". *Journal of Economic Interaction and Coordination* 2 (2): 111-24.
- Serrano, María Angeles, y Marián Boguñá. 2003. "Topology of the world trade web". *Physical Review E* 68 (1): 015101.
- Shaikh, Anwar. 1977. "Marx's Theory of Value and the "Transformation Problem"". En *The Subtle Anatomy of Capitalism*, editado por Jesse Schwartz, 106-139. Santa Monica, California: Goodyear.
- . 1978. "An Introduction to the History of Crisis Theories". En *U.S. Capitalism in Crisis*, editado por Union for Radical Political Economics, 219-41. Nueva York: URPE/EEP.

- . 1990. *Valor, Acumulación y Crisis*. Bogotá: Tercer Mundo Editores.
- . 2016. *Capitalism: Competition, conflict, crises*. Oxford: Oxford University Press.
- Shapiro, Carl, y Joseph E. Stiglitz. 1984. “Equilibrium unemployment as a worker discipline device”. *The American Economic Review* 74 (3): 433-44.
- Sherman, Howard. 1967. “Marx and the business cycle”. *Science & Society* 31 (4): 486-504.
- . 1971. “Marxist models of cyclical growth”. *History of Political Economy* 3 (1): 28-55.
- . 1979. “A Marxist theory of the business cycle”. *Review of Radical Political Economics* 11 (1): 1-23.
- . 1991. *The business cycle: Growth and crisis under capitalism*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Shoul, Bernice. 1957. “Karl Marx and Say's law”. *The Quarterly Journal of Economics* 71 (4): 611-629.
- Singer, Hans. W. 1950. “The distribution of gains between investing and borrowing countries”. *The American Economic Review* 40 (2): 473-85.
- Skowron, Patryk, Mariusz Karpiarz, Agata Fronczak, y Piotr Fronczak. 2014. “Spanning trees of the World Trade Web: real-world data and the gravity model of trade”.
<https://arxiv.org/abs/1412.1618>
- Smith, David A., y Douglas R. White. 1992. “Structure and dynamics of the global economy: network analysis of international trade 1965–1980”. *Social forces* 70 (4): 857-93.
- Smith, Matthew, y Yasaman Sarabi. 2022. “How Does the Behaviour of the Core Differ from the Periphery? – An International Trade Network Analysis”. *Social Networks* 70 (julio): 1-15.
<https://doi.org/10.1016/j.socnet.2021.11.001>.
- Snyder, David, y Edward L. Kick. 1979. “Structural position in the world system and economic growth, 1955-1970: A multiple-network analysis of transnational interactions”. *American Journal of Sociology* 84 (5): 1096-1126.
- Solow, Robert. 1956. A Contribution to the Theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics* 70 (1): 65-94.
- . 1990. “Goodwin's growth cycle: reminiscence and rumination”. En *Nonlinear and multisectoral macrodynamics*, editado por Kumaraswamy Velupillai, 31-41. Berlín: Springer.

- Sotelo Valencia, Adrián. 2017. *Sub-Imperialism Revisited. Dependency Theory in the Thought of Ruy Mauro Marini*. Leiden y Boston: Brill.
- Spinola, Danilo. 2020. “Uneven development and the balance of payments constrained model: Terms of trade, economic cycles, and productivity catching-up”. *Structural change and economic dynamics* 54: 220-32.
- . 2021. “The La Marca model revisited: Structuralist Goodwin cycles with evolutionary supply side and balance of payments constraints”. *Metroeconomica* 72 (1): 189-212.
- Sraffa, Piero. 1960. *Production of commodities by means of commodities: Prelude to a critique of economic theory*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Stockhammer, Engelbert. y Jo Michell. 2017. “Pseudo-Goodwin cycles in a Minsky model”. *Cambridge Journal of Economics* 41 (1): 105-125.
- Strange, Susan. 1988. *States and Markets*. Nueva York: Blackwell.
- Strogatz, Steven. 2018. *Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering*. Boca Raton: CRC press.
- Sweezy, Paul. 1942. *The Theory of Capitalist Development*. Oxford: Oxford University Press.
- Sweezy, Paul y Paul Baran. 1966. *Monopoly capital*. Nueva York: Modern Reader Paperbacks.
- Thirlwall, Anthony P., y M. Nureldin Hussain. 1982. “The balance of payments constraint, capital flows and growth rate differences between developing countries”. *Oxford economic papers* 34 (3): 498-510.
- Thirlwall, Anthony P. 1979. “The balance of payments constraint as an explanation of international growth rate differences”. *BNL Quarterly Review* 32 (128): 45-53.
- Trigg, Andrew. 2006. *Marxian Reproduction Schema: Money and aggregate demand in a capitalist economy*. Londres: Routledge.
- Tsoufidis, Lefteris. y Persefoni Tsaliki. 2019. *Classical political economics and modern capitalism*. Cham: Springer.
- Tugan-Baranovskij, Michail. I. 1905. *Theoretische Grundlagen des Marxismus*. Leipzig: Duncker & Humblot.
- Tzekina, Irena, Karan Danthi, y Daniel N. Rockmore. 2008. “Evolution of community structure in the world trade web”. *The European Physical Journal B* 63 (4): 541-45.
- Van der Ploeg, Frederick. 1983. “Predator-prey and Neo-classical models of cyclical growth”. *Zeitschrift für Nationalökonomie* 43 (3): 235-256.

- Veneziani, Roberto, y Luca Zamparelli. 2017. “Analytical Political Economy”. *Journal of Economic Surveys* 36 (2): 271-275.
- Veronese Passarella, Marco. 2019. “A Marx ‘crises’ model. The reproduction schemes revisited”. En *Economic crisis and economic thought. Alternative Theoretical Perspectives on the Economic Crisis*, editado por Tomaso Gabellini, Simone Gasperin, y Alessio Moneta, 135-165. Londres y Nueva York: Routledge.
- Verschuur, Jasper, Elco E. Koks, y Jim W. Hall. 2021. “Observed Impacts of the COVID-19 Pandemic on Global Trade”. *Nature Human Behaviour* 5 (3): 305-7.
<https://doi.org/10.1038/s41562-021-01060-5>.
- Vidya, C. T., y K. P. Prabheesh. 2020. “Implications of COVID-19 Pandemic on the Global Trade Networks”. *Emerging Markets Finance and Trade* 56 (10): 2408-21.
<https://doi.org/10.1080/1540496X.2020.1785426>.
- Volterra, Vito. 1927. “Variazioni e fluttuazioni del numero d’individui in specie animali conviventi”. Accademia nazionale dei Lincei. Roma.
https://www.liberliber.it/mediateca/libri/v/volterra/variazioni_e_fluttuazioni/pdf/volterra_variazioni_e_fluttuazioni.pdf
- Vos, Rob. 1993. “Aid flows and the international transfer problem in a structuralist North-South model”. *The Economic Journal* 103 (417): 494-508.
- . 1994. *Debt and adjustment in the world economy: structural asymmetries in North-South interactions*. Londres: Palgrave Macmillan.
- Wallerstein, Immanuel. 1974. *The Modern World System I: Capitalist Agriculture and the Origins of the European World-Economy in the Sixteenth Century*. Nueva York: Academic Press.
- . 2004. *World-System Analysis. An Introduction*. Durkham: Duke University Press.
- Walras, Léon. 1954 (1877). *Elements of pure economics*. Londres: Allen and Unwin Ltd.
- Wang, Chao, Xia Huang, Xiaoqian Hu, Longfeng Zhao, Chao Liu, y Pezhman Ghadimi. 2021. “Trade Characteristics, Competition Patterns and COVID-19 Related Shock Propagation in the Global Solar Photovoltaic Cell Trade”. *Applied Energy* 290 (mayo): 116744.
<https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2021.116744>.
- Wasserman, Stanley, y Katherine Faust. 1994. *Social network analysis: Methods and applications*. Cambridge: Cambridge University Press.

Ye, Yang, Qingpeng Zhang, Zhidong Cao, Frank Youhua Chen, Houmin Yan, H. Eugene Stanley, y Daniel Dajun Zeng. 2021. “Impacts of Export Restrictions on the Global Personal Protective Equipment Trade Network During COVID-19”. *Advanced Theory and Simulations*: 2100352. <https://doi.org/10.1002/adts.202100352>.

Yotov, Yoto V. 2022. “Gravity at Sixty: The Workhorse Model of Trade”.
<https://doi.org/10.2139/ssrn.4037001>.

Zhang, Chao, Yanzhao Yang, Zhiming Feng, Chiwei Xiao, Tingting Lang, Wenpeng Du, y Ying Liu. 2021. “Risk of Global External Cereals Supply under the Background of the COVID-19 Pandemic: Based on the Perspective of Trade Network”. *Foods* 10 (6): 1168.
<https://doi.org/10.3390/foods10061168>.

Anexos

Anexo 1.1. Prueba de estabilidad del sistema dinámico

Siguiendo a Dávila-Fernández y Sordi (2019), para analizar la estabilidad local del sistema (21), (22) y (23) alrededor del punto (l^*, ω^*, e^*) , obtenemos su aproximación lineal alrededor de este punto:

$$\begin{bmatrix} l' \\ \omega' \\ e' \end{bmatrix} = J^* \begin{bmatrix} l - l^* \\ \omega - \omega^* \\ e - e^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l - l^* \\ \omega - \omega^* \\ e - e^* \end{bmatrix}$$

Donde los elementos J_{ij} de la matriz jacobiana J^* evaluados en (l^*, ω^*, e^*) son:

$$J_{11} = \left. \frac{\partial l'}{\partial l} \right|_{(l^*, \omega^*, e^*)} = 0$$

$$J_{12} = \left. \frac{\partial l'}{\partial \omega} \right|_{(l^*, \omega^*, e^*)} = - \frac{hs\alpha_{w0}(m\alpha_{e3}\alpha_{w1} - \alpha_{e1}\alpha_{w0})}{\alpha_{e2}\alpha_{w1}^2}$$

$$J_{13} = \left. \frac{\partial l'}{\partial e} \right|_{(l^*, \omega^*, e^*)} = \frac{n\alpha_{e2}\alpha_{w0}}{m\alpha_{e3}\alpha_{w1} - \alpha_{e1}\alpha_{w0}}$$

$$J_{21} = \left. \frac{\partial \omega'}{\partial l} \right|_{(l^*, \omega^*, e^*)} = [\alpha_{e1} + (1 - \alpha_{e4})\alpha_{w1}] \left[1 - \frac{n\alpha_{e2}\alpha_{w1}}{hs(m\alpha_{e3}\alpha_{w1} - \alpha_{e1}\alpha_{w0})} \right]$$

$$J_{22} = \left. \frac{\partial \omega'}{\partial \omega} \right|_{(l^*, \omega^*, e^*)} = 0$$

$$J_{23} = \left. \frac{\partial \omega'}{\partial e} \right|_{(l^*, \omega^*, e^*)} = \alpha_{e2} \left[1 - \frac{n\alpha_{e2}\alpha_{w1}}{hs(m\alpha_{e3}\alpha_{w1} - \alpha_{e1}\alpha_{w0})} \right]$$

$$J_{31} = \left. \frac{\partial e'}{\partial l} \right|_{(l^*, \omega^*, e^*)} = \frac{(\alpha_{e4}\alpha_{w1} - \alpha_{e1})(m\alpha_{e3}\alpha_{w1} - \alpha_{e1}\alpha_{w0})}{\alpha_{e2}\alpha_{w1}}$$

$$J_{32} = \left. \frac{\partial e'}{\partial \omega} \right|_{(l^*, \omega^*, e^*)} = 0$$

$$J_{33} = \left. \frac{\partial e'}{\partial e} \right|_{(l^*, \omega^*, e^*)} = - \frac{m\alpha_{e3}\alpha_{w1} - \alpha_{e1}\alpha_{w0}}{\alpha_{w1}}$$

La ecuación característica de J^* es:

$$\lambda^3 + b_1\lambda^2 + b_2\lambda + b_3 = 0$$

Donde b_1, b_2, b_3 dependen de la traza (T), el determinante (Δ) y de los menores de J^* :

$$b_1 = -T = \frac{m\alpha_{e3}\alpha_{w1} - \alpha_{e1}\alpha_{w0}}{\alpha_{w1}}$$

$$\begin{aligned} b_2 &= \begin{vmatrix} J_{22} & J_{23} \\ J_{32} & J_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} J_{11} & J_{13} \\ J_{31} & J_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{vmatrix} \\ &= \frac{sh\alpha_{w0}[\alpha_{e1} - \alpha_{w1}(\alpha_{e4} - 1)](m\alpha_{e3}\alpha_{w1} - \alpha_{e1}\alpha_{w0})}{\alpha_{e2}\alpha_{w1}^2} - n\alpha_{w0} \end{aligned}$$

$$b_3 = -\Delta = \frac{\alpha_{w0}(m\alpha_{e3}\alpha_{w1} - \alpha_{e1}\alpha_{w0})[sh(m\alpha_{e3}\alpha_{w1} - \alpha_{e1}\alpha_{w0}) - n\alpha_{e2}\alpha_{w1}]}{\alpha_{e2}\alpha_{w1}^2}$$

Con estos resultados se tiene que:

$$b_1b_2 - b_3 = \frac{sh\alpha_{w0}(\alpha_{e1} - \alpha_{w1}\alpha_{e4})(m\alpha_{e3}\alpha_{w1} - \alpha_{e1}\alpha_{w0})^2}{\alpha_{e2}\alpha_{w1}^3}$$

La condición necesaria y suficiente para que el sistema muestre estabilidad local alrededor de (l^*, ω^*, e^*) consiste en que todas las raíces λ de la ecuación característica tengan componentes reales negativos. Por las condiciones de Routh-Hurwitz se sabe que este caso sucede si $b_1 > 0, b_2 > 0, b_3 > 0$ y $b_1b_2 - b_3 > 0$. Estas desigualdades pueden garantizarse cuando se cumple los siguientes puntos. (a) n es pequeño. (b) La mecanización cumple con:

$$m > m^E = \frac{\alpha_{e1}\alpha_{w0}}{\alpha_{e3}\alpha_{w1}}$$

(c) El poder de los trabajadores para presionar el aumento salarial se ubica por debajo del siguiente umbral:

$$\alpha_{w1} < \alpha_{w1}^{HB} = \frac{\alpha_{e1}}{\alpha_{e4}}$$

Anexo 1.2. Prueba de la existencia de una bifurcación Hopf

Siguiendo a Dávila-Fernández y Sordi (2019) y Gandolfo (2009), puede emplearse el teorema de bifurcación de Hopf para sistemas en tres dimensiones tomando el término α_{w1} como parámetro de bifurcación y probar que el sistema (21), (22) y (23) posee una familia de soluciones periódicas con la forma de ciclos límite alrededor de (l^*, ω^*, e^*) . La prueba requiere dos condiciones: (HB1) la ecuación característica de J^* tiene un par de valores propios puramente imaginarios y un valor propio con componente real no nulo en el punto crítico α_{w1}^{HB} ; (HB2) la derivada del componente real de los valores propios complejos de la ecuación característica con respecto a α_{w1} no es nula al evaluarse en α_{w1}^{HB} .

La condición (HB1) requiere que simultáneamente se cumpla con $b_1 > 0, b_2 > 0, b_3 > 0$ y $b_1 b_2 - b_3 = 0$. Según los resultados del anexo 1.1, estas condiciones se garantizan cuando: (a) n es pequeño; (b) la mecanización cumple con $m > m^E$; (c) se tiene un parámetro $\alpha_{e4} > 1$; (d) se tiene un parámetro $\alpha_{w1} = \alpha_{w1}^{HB}$.

En cambio, para evaluar (HB2) puede obtenerse las derivadas parciales de b_1, b_2, b_3 con respecto a α_{w1} :

$$\frac{\partial b_1}{\partial \alpha_{w1}} = \frac{\alpha_{e1} \alpha_{w0}}{\alpha_{w1}^2}$$

$$\frac{\partial b_2}{\partial \alpha_{w1}} = \frac{sh \alpha_{e1} \alpha_{w0} \{2 \alpha_{e1} \alpha_{w0} - \alpha_{w1} [m \alpha_{e3} + \alpha_{w0} (\alpha_{e4} - 1)]\}}{\alpha_{e2} \alpha_{w1}^3}$$

$$\frac{\partial b_3}{\partial \alpha_{w1}} = \frac{\alpha_{e1} \alpha_{w0}^2 [2 sh (m \alpha_{e3} \alpha_{w1} - \alpha_{e1} \alpha_{w0}) - n \alpha_{e2} \alpha_{w1}]}{\alpha_{e2} \alpha_{w1}^3}$$

Cuando $\alpha_{w1} = \alpha_{w1}^{HB}$, por (HB1) sabemos que la ecuación característica tiene una raíz negativa $\lambda_1 < 0$ y dos raíces $\lambda_{2,3} = A \pm Bi$ con $A = 0$. Para este caso puede probarse (ver el apéndice A.3 en Dávila-Fernández y Sordi (2019) para una deducción matemática) que:

$$\frac{\partial b_1}{\partial \alpha_{w1}} = -\frac{\partial \lambda_1}{\partial \alpha_{w1}} - 2 \frac{\partial A}{\partial \alpha_{w1}}$$

$$\frac{\partial b_2}{\partial \alpha_{w1}} = 2\lambda_1 \frac{\partial A}{\partial \alpha_{w1}} + 2B \frac{\partial B}{\partial \alpha_{w1}}$$

$$\frac{\partial b_3}{\partial \alpha_{w1}} = -B^2 \frac{\partial \lambda_1}{\partial \alpha_{w1}} - 2\lambda_1 B \frac{\partial B}{\partial \alpha_{w1}}$$

Al hacer los respectivos reemplazos se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$-X - 2Y = \frac{\alpha_{e1}\alpha_{w0}}{\alpha_{w1}^2}$$

$$2\lambda_1 Y + 2BZ = \frac{sh\alpha_{e1}\alpha_{w0}\{2\alpha_{e1}\alpha_{w0} - \alpha_{w1}[m\alpha_{e3} + \alpha_{w0}(\alpha_{e4} - 1)]\}}{\alpha_{e2}\alpha_{w1}^3}$$

$$-B^2 X - 2\lambda_1 BZ = \frac{\alpha_{e1}\alpha_{w0}^2[2sh(m\alpha_{e3}\alpha_{w1} - \alpha_{e1}\alpha_{w0}) - n\alpha_{e2}\alpha_{w1}]}{\alpha_{e2}\alpha_{w1}^3}$$

Donde:

$$X = \frac{\partial \lambda_1}{\partial \alpha_{w1}}, \quad Y = \frac{\partial A}{\partial \alpha_{w1}}, \quad Z = \frac{\partial B}{\partial \alpha_{w1}}$$

Cuando se evalúa la solución de este sistema en α_{w1}^{HB} se obtiene la siguiente derivada:

$$\left. \frac{\partial A}{\partial \alpha_{w1}} \right|_{\alpha_{w1}=\alpha_{w1}^{HB}} = \frac{\alpha_{e4}^2\alpha_{w0}(B^2\alpha_{e2} + n\alpha_{e2}\alpha_{w0} - sh(m\alpha_{e3}(2\alpha_{w0} - \lambda_1) + \alpha_{w0}(-2\alpha_{e4}\alpha_{w0} + \lambda_1 + \alpha_{e4}\lambda_1)))}{2\alpha_{e1}\alpha_{e2}(B^2 + \lambda_1^2)}$$

La cual es nula si, por ejemplo, la mecanización toma el siguiente valor:

$$m^{null} = \frac{B^2\alpha_{e2} + n\alpha_{e2}\alpha_{w0} + sh\alpha_{w0}[2\alpha_{e4}\alpha_{w0} - (1 + \alpha_{e4})\lambda_1]}{sh\alpha_{e3}(2\alpha_{w0} - \lambda_1)}$$

Como en el anexo 1.1 se mostró que la única condición que debe cumplir la mecanización para garantizar estabilidad es $m > m^E$, entonces se puede garantizar que $\left. \frac{\partial A}{\partial \alpha_{w1}} \right|_{\alpha_{w1}=\alpha_{w1}^{HB}} \neq 0$ cuando $m > m^{null}$. Es decir, si la mecanización es lo suficientemente alta, entonces se confirma la existencia de ciclos límite para el sistema (21), (22) y (23) en el vecindario de α_{w1}^{HB} .

Anexo 3.1. Prueba de estabilidad del equilibrio de largo plazo en tres dimensiones

Siguiendo a Dávila-Fernández y Sordi (2019), para analizar la estabilidad local del sistema dinámico (38), (39), (40) alrededor del punto $(k^{LP}, l^{LP}, \omega^{LP})$, podemos obtener su siguiente versión lineal:

$$\begin{bmatrix} k' \\ l' \\ \omega' \end{bmatrix} = J^* \begin{bmatrix} k - k^{LP} \\ l - l^{LP} \\ \omega - \omega^{LP} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k - k^{LP} \\ l - l^{LP} \\ \omega - \omega^{LP} \end{bmatrix}$$

Donde los elementos J_{ij} de la matriz jacobiana J^* evaluados en $(k^{LP}, l^{LP}, \omega^{LP})$ son:

$$J_{11} = \left. \frac{\partial k'}{\partial k} \right|_{(k^{LP}, l^{LP}, \omega^{LP})} = 1 + \alpha$$

$$J_{12} = \left. \frac{\partial k'}{\partial l} \right|_{(k^{LP}, l^{LP}, \omega^{LP})} = 0$$

$$J_{13} = \left. \frac{\partial k'}{\partial \omega} \right|_{(k^{LP}, l^{LP}, \omega^{LP})} = \frac{1 - \alpha}{(1 - \alpha\sigma)^2}$$

$$J_{21} = \left. \frac{\partial l'}{\partial k} \right|_{(k^{LP}, l^{LP}, \omega^{LP})} = -\frac{\rho_0(1 + \alpha)(1 - \alpha\sigma)}{\alpha\rho_1\sigma}$$

$$J_{22} = \left. \frac{\partial l'}{\partial l} \right|_{(k^{LP}, l^{LP}, \omega^{LP})} = -\frac{\rho_0(1 - \alpha)(1 - \alpha\sigma)}{\alpha^2\sigma}$$

$$J_{23} = \left. \frac{\partial l'}{\partial \omega} \right|_{(k^{LP}, l^{LP}, \omega^{LP})} = \frac{\rho_0[1 - \alpha(1 + \alpha + \sigma)]^2}{\alpha^2\rho_1\sigma(1 - \alpha\sigma)}$$

$$J_{31} = \left. \frac{\partial \omega'}{\partial k} \right|_{(k^{LP}, l^{LP}, \omega^{LP})} = 0$$

$$J_{32} = \left. \frac{\partial \omega'}{\partial l} \right|_{(k^{LP}, l^{LP}, \omega^{LP})} = \rho_1(1 - \alpha\sigma)$$

$$J_{33} = \left. \frac{\partial \omega'}{\partial \omega} \right|_{(k^{LP}, l^{LP}, \omega^{LP})} = 0$$

La ecuación característica de J^* es:

$$\lambda^3 + b_1\lambda^2 + b_2\lambda + b_3 = 0$$

Donde b_1, b_2, b_3 dependen de la traza, el determinante y de los menores de J^* :

$$b_1 = -\text{T}^{LP} = \frac{\rho_0(1-\alpha)(1-\alpha\sigma)}{\alpha^2\sigma} - (1+\alpha)$$

$$b_2 = \begin{vmatrix} J_{22} & J_{23} \\ J_{32} & J_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} J_{11} & J_{13} \\ J_{31} & J_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{vmatrix} = \frac{\rho_0 H}{\alpha^2\sigma}$$

$$b_3 = -\Delta^{LP} = \frac{\rho_0(1+\alpha)(1-\alpha\sigma)}{\alpha^2\sigma}$$

Donde $H = \alpha\sigma(2 - \alpha^2) + \alpha - 2(1 - \alpha^2)$. Con estos resultados se tiene que:

$$b_1 b_2 - b_3 = \frac{\rho_0\{\rho_0 H(1-\alpha)(1-\alpha\sigma) - \alpha\sigma(1+\alpha)[\alpha(H+\sigma) - 1]\}}{\alpha^3\sigma^2}$$

La condición necesaria y suficiente para que el sistema muestre estabilidad local alrededor de $(k^{LP}, l^{LP}, \omega^{LP})$ consiste en que todas las raíces λ de la ecuación característica tengan componentes reales negativos. Por las condiciones de Routh-Hurwitz se sabe que este caso sucede cuando $b_1 > 0, b_2 > 0, b_3 > 0$ y $b_1 b_2 - b_3 > 0$.

Así, para que $b_1 > 0$ se necesita que:

$$\rho_0 > \rho_0^E = \frac{\alpha^2\sigma(1+\alpha)}{(1-\alpha)(1-\alpha\sigma)}$$

Por su parte, $b_2 > 0$ sucede cuando:

$$\sigma > \frac{\alpha - 2(1 - \alpha^2)}{\alpha(2 - \alpha^2)} \rightarrow H > 0$$

En cuanto a $b_3 > 0$, la desigualdad se garantiza cuando:

$$\sigma < \frac{1}{\alpha}$$

Como $0 < \alpha < 1$ por definición, entonces las condiciones que garantizan $b_2 > 0$ y $b_3 > 0$ pueden resumirse en:

$$\frac{\alpha - 2(1 - \alpha^2)}{\alpha(2 - \alpha^2)} < \sigma < \frac{1}{\alpha}$$

Por último, $b_1 b_2 - b_3 > 0$ se garantiza cuando:

$$\rho_0 > \rho_0^{HB} = \frac{\alpha^2 \sigma (1 + \alpha)(H + 1 - \alpha \sigma)}{H(1 - \alpha)(1 - \alpha \sigma)}$$

Cabe notar que, bajo las condiciones planteadas, $\rho_0^{HB} > \rho_0^E$. Esto implica que es suficiente con que se cumpla $\rho_0 > \rho_0^{HB}$ para garantizar el cumplimiento de $\rho_0 > \rho_0^E$.

Anexo 3.2. Prueba de la existencia de una bifurcación Hopf en tres dimensiones

Nuevamente siguiendo a la aplicación que Dávila-Fernández y Sordi (2019) hacen del planteamiento de Gandolfo (2009), es posible emplear el teorema de bifurcación Hopf para sistemas dinámicos en tres dimensiones tomando al término ρ_0 como parámetro de bifurcación y probar que el sistema (38), (39), (40) posee una familia de soluciones periódicas que toman la forma de ciclos límite alrededor del punto $(k^{LP}, l^{LP}, \omega^{LP})$. Esta prueba requiere dos condiciones: (HB1) la ecuación característica de J^* tiene un par de valores propios puramente imaginarios y un valor propio con componente real no nulo en el punto crítico ρ_0^{HB} ; (HB2) la derivada del componente real de los valores propios complejos de la ecuación característica con respecto a ρ_0 no es nula al evaluarse en ρ_0^{HB} .

Para probar (HB1), del anexo 3.1 sabemos que $b_2 > 0$ y $b_3 > 0$ cuando σ toma valores dentro de un determinado intervalo. A su vez, $\rho_0 > \rho_0^E$ garantiza que $b_1 > 0$. Bajo estas condiciones, la ecuación característica tendrá una raíz real negativa y un par de raíces puramente imaginarias si $b_1 b_2 - b_3 = 0$, condición que se cumple cuando:

$$\rho_0 = \rho_0^{HB}$$

Igualdad que es consistente con las condiciones anteriores gracias a que $\rho_0^{HB} > \rho_0^E$. Así, se verifica la condición (HB1).

Por su parte, para probar (HB2) podemos obtener las derivadas parciales de los coeficientes b_1, b_2, b_3 con respecto a ρ_0 :

$$\frac{\partial b_1}{\partial \rho_0} = \frac{(1 - \alpha)(1 - \alpha\sigma)}{\alpha^2 \sigma}$$

$$\frac{\partial b_2}{\partial \rho_0} = \frac{H}{\alpha^2 \sigma}$$

$$\frac{\partial b_3}{\partial \rho_0} = \frac{(1 + \alpha)(1 - \alpha\sigma)}{\alpha^2 \sigma}$$

Cuando $\rho_0 = \rho_0^{HB}$, de (HB1) sabemos que la ecuación característica tiene una raíz negativa $\lambda_1 < 0$ y dos raíces puramente imaginarias $\lambda_{2,3} = A \pm Bi$ con $A = 0$. Para este caso puede probarse

(ver el apéndice A.3 en Dávila-Fernández y Sordi (2019) para una deducción matemática detallada) que:

$$\begin{aligned}\frac{\partial b_1}{\partial \rho_0} &= -\frac{\partial \lambda_1}{\partial \rho_0} - 2\frac{\partial A}{\partial \rho_0} \\ \frac{\partial b_2}{\partial \rho_0} &= 2\lambda_1\frac{\partial A}{\partial \rho_0} + 2B\frac{\partial B}{\partial \rho_0} \\ \frac{\partial b_3}{\partial \rho_0} &= -B^2\frac{\partial \lambda_1}{\partial \rho_0} - 2\lambda_1B\frac{\partial B}{\partial \rho_0}\end{aligned}$$

Por tanto, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}-X - 2Y &= \frac{(1 - \alpha)(1 - \alpha\sigma)}{\alpha^2\sigma} \\ 2\lambda_1Y + 2BZ &= \frac{H}{\alpha^2\sigma} \\ -B^2X - 2\lambda_1BZ &= \frac{(1 + \alpha)(1 - \alpha\sigma)}{\alpha^2\sigma}\end{aligned}$$

Donde:

$$X = \frac{\partial \lambda_1}{\partial \rho_0}, \quad Y = \frac{\partial A}{\partial \rho_0}, \quad Z = \frac{\partial B}{\partial \rho_0}$$

La solución de este sistema arroja la siguiente derivada que, por cierto, no depende de ρ_0 :

$$Y = \frac{\partial A}{\partial \rho_0} = \frac{W(1 - \alpha\sigma) + \alpha(1 + \alpha)\lambda_1}{2\sigma\alpha^2(B^2 + \lambda_1^2)}$$

Donde $W = 1 + \alpha - \lambda_1(2 - \alpha^2) - B^2(1 - \alpha)$. Esta derivada solo puede ser nula en el caso particular cuando:

$$\sigma = \sigma^{NHB} = \frac{1}{\alpha} + \frac{\lambda_1(1 + \alpha)}{W}$$

Sin embargo, σ no tiene por qué tomar el valor particular σ^{NHB} , más aún si se recuerda que la estabilidad del modelo solo requiere que este parámetro se ubique en el siguiente intervalo:

$$\frac{\alpha - 2(1 - \alpha^2)}{\alpha(2 - \alpha^2)} < \sigma < \frac{1}{\alpha}$$

Por ende, excepto para el caso particular $\sigma = \sigma^{NHB}$, la derivada $\frac{\partial A}{\partial \rho_0}$ es no nula para todo valor de ρ_0 , implicando que se satisface la condición (HB2). Así, se confirma la existencia de ciclos límite generados por el modelo en el vecindario del valor crítico ρ_0^{HB} cuando $\sigma \neq \sigma^{NHB}$.

Anexo 5.1. Retroalimentación con estructura homogénea de importaciones

Asumamos una estructura homogénea de importaciones representada en la siguiente matriz:

$$A^H = \left(\frac{1}{N}\right) 1_{N,N} \quad (A.1)$$

Donde $1_{N,N}$ es una matriz cuadrada de valores 1 de dimensión N . Conociendo A^H , se puede obtener una matriz hipotética de elasticidades E^H . Para ello, primero recordemos que los elementos de mA se ubican entre 0 y 1, de modo que se cumple la siguiente igualdad:

$$E^H = YmA^H(I - mA^H)^{-1}Y^{-1} = Y \left[\sum_{r=0}^{\infty} (mA^H)^{r+1} \right] Y^{-1} \quad (A.2)$$

Por medio de (A.1) se nota que:

$$(mA^H)^{r+1} = \left(\frac{1}{N}\right)^{r+1} (m1_{N,N})^{r+1} \quad (A.3)$$

Ahora, conociendo que $m = \text{diag}(m_1, \dots, m_N)$, puede deducirse que:

$$1_{N,N} m 1_{N,N} = 1_{N,N} \sum_i m_i \quad (A.4)$$

$$(m1_{N,N})^2 = m1_{N,N} \sum_i m_i \quad (A.5)$$

Aplicando sustitución recursiva en (A.5), puede resolverse el término $(m1_{N,N})^{r+1}$:

$$(m1_{N,N})^{r+1} = m1_{N,N} \left(\sum_i m_i \right)^r \quad (A.6)$$

Reemplazando (A.6) en (A.3) y reorganizando términos se obtiene:

$$(mA^H)^{r+1} = m1_{N,N} \left(\frac{\bar{m}^r}{N} \right), \quad \bar{m} = \frac{1}{N} \sum_i m_i \quad (A.7)$$

Donde \bar{m} es el promedio simple de las pensiones medias a importar. Reemplazando (A.7) en (A.2) y reordenando términos:

$$E^H = Ym1_{N,N}Y^{-1} \left(\frac{1}{N} \right) \sum_{r=0}^{\infty} \bar{m}^r \quad (A.8)$$

Como $\forall i: 0 \leq m_i \leq 1$, entonces $0 \leq \bar{m} \leq 1$, de modo que se cumple la convergencia $\sum_{r=0}^{\infty} \bar{m}^r = (1 - \bar{m})^{-1}$ que puede reemplazarse en (A.8) y obtener una expresión simplificada de E^H , recordando también que Y y m son matrices diagonales:

$$E^H = mY1_{N,N}Y^{-1} \left[\frac{1}{N(1 - \bar{m})} \right] \quad (A.9)$$

Así, la retroalimentación comercial del grupo g obtenida a partir de E^H es:

$$TF_g^H = w_g' E^H w_g = w_g' mY1_{N,N}Y^{-1} w_g \left[\frac{1}{N(1 - \bar{m})} \right] \quad (A.10)$$

Simplificando (A.10) finalmente se obtiene:

$$TF_g^H = \frac{\#(g)w_g' m w_g}{N(1 - \bar{m})} \quad (A.11)$$

Anexo 5.2. Lista de países, regiones y bloques continentales analizados

No.	Imagen	ISO2	País	Región	Bloque continental
1		AL	Albania	Europa Meridional	Europa
2		AM	Armenia	Asia Occidental	Asia
3		AR	Argentina	Sudamérica	América
4		AT	Austria	Europa Occidental	Europa
5		AU	Australia	Australia y Nueva Zelanda	Oceanía
6		AZ	Azerbaiyán	Asia Occidental	Asia
7		BD	Bangladesh	Asia Meridional	Asia
8		BG	Bulgaria	Europa Oriental	Europa
9		BI	Burundi	África Oriental	África
10		BJ	Benín	África Occidental	África
11		BN	Brunéi	Sudeste Asiático	Asia
12		BO	Bolivia	Sudamérica	América
13		BR	Brasil	Sudamérica	América
14		BS	Bahamas	El Caribe	América
15		BZ	Belice	Centroamérica	América
16		CA	Canadá	Norteamérica	América
17		CF	República Centroafricana	África Central	África
18		CG	Congo	África Central	África
19		CH	Suiza	Europa Occidental	Europa
20		CI	Costa de Marfil	África Occidental	África
21		CL	Chile	Sudamérica	América
22		CM	Camerún	África Central	África
23		CN	China	Asia Oriental	Asia
24		CO	Colombia	Sudamérica	América
25		CR	Costa Rica	Centroamérica	América
26		CU	Cuba	El Caribe	América
27		CV	Cabo Verde	África Occidental	África
28		CY	Chipre	Asia Occidental	Asia
29		DE	Alemania	Europa Occidental	Europa
30		DK	Dinamarca	Europa Septentrional	Europa
31		DO	República Dominicana	El Caribe	América
32		DZ	Argelia	África Septentrional	África
33		EC	Ecuador	Sudamérica	América
34		EG	Egipto	África Septentrional	África
35		ES	España	Europa Meridional	Europa
36		FI	Finlandia	Europa Septentrional	Europa
37		FJ	Fiyi	Melanesia	Oceanía
38		FR	Francia	Europa Occidental	Europa
39		GA	Gabón	África Central	África
40		GB	Reino Unido	Europa Septentrional	Europa
41		GH	Ghana	África Occidental	África

42		GM	Gambia	África Occidental	África
43		GN	Guinea	África Occidental	África
44		GR	Grecia	Europa Meridional	Europa
45		GT	Guatemala	Centroamérica	América
46		GW	Guinea Bissau	África Occidental	África
47		HK	Hong Kong	Asia Oriental	Asia
48		HN	Honduras	Centroamérica	América
49		HT	Haití	El Caribe	América
50		HU	Hungría	Europa Oriental	Europa
51		ID	Indonesia	Sudeste Asiático	Asia
52		IE	Irlanda	Europa Septentrional	Europa
53		IN	India	Asia Meridional	Asia
54		IS	Islandia	Europa Septentrional	Europa
55		IT	Italia	Europa Meridional	Europa
56		JM	Jamaica	El Caribe	América
57		JO	Jordania	Asia Occidental	Asia
58		JP	Japón	Asia Oriental	Asia
59		KE	Kenia	África Oriental	África
60		KG	Kirguistán	Asia Central	Asia
61		KM	Comoras	África Oriental	África
62		KR	Corea del Sur	Asia Oriental	Asia
63		KZ	Kazajstán	Asia Central	Asia
64		LB	Líbano	Asia Occidental	Asia
65		LK	Sri Lanka	Asia Meridional	Asia
66		LY	Libia	África Septentrional	África
67		MA	Marruecos	África Septentrional	África
68		MG	Madagascar	África Oriental	África
69		ML	Malí	África Occidental	África
70		MN	Mongolia	Asia Oriental	Asia
71		MO	Macao	Asia Oriental	Asia
72		MR	Mauritania	África Occidental	África
73		MT	Malta	Europa Meridional	Europa
74		MU	Mauricio	África Oriental	África
75		MX	México	Centroamérica	América
76		MY	Malasia	Sudeste Asiático	Asia
77		NE	Níger	África Occidental	África
78		NG	Nigeria	África Occidental	África
79		NI	Nicaragua	Centroamérica	América
80		NL	Países Bajos	Europa Occidental	Europa
81		NO	Noruega	Europa Septentrional	Europa
82		NP	Nepal	Asia Meridional	Asia
83		NZ	Nueva Zelanda	Australia y Nueva Zelanda	Oceanía
84		OM	Omán	Asia Occidental	Asia

85		PA	Panamá	Centroamérica	América
86		PE	Perú	Sudamérica	América
87		PH	Filipinas	Sudeste Asiático	Asia
88		PK	Pakistán	Asia Meridional	Asia
89		PT	Portugal	Europa Meridional	Europa
90		PY	Paraguay	Sudamérica	América
91		RO	Rumania	Europa Oriental	Europa
92		RU	Rusia	Europa Oriental	Europa
93		RW	Ruanda	África Oriental	África
94		SA	Arabia Saudita	Asia Occidental	Asia
95		SB	Islas Salomón	Melanesia	Oceanía
96		SC	Seychelles	África Oriental	África
97		SD	Sudán	África Septentrional	África
98		SE	Suecia	Europa Septentrional	Europa
99		SG	Singapur	Sudeste Asiático	Asia
100		SL	Sierra Leona	África Occidental	África
101		SN	Senegal	África Occidental	África
102		SV	El Salvador	Centroamérica	América
103		TD	Chad	África Central	África
104		TG	Togo	África Occidental	África
105		TH	Tailandia	Sudeste Asiático	Asia
106		TO	Tonga	Polinesia	Oceanía
107		TR	Turquía	Asia Occidental	Asia
108		TZ	Tanzania	África Oriental	África
109		UA	Ucrania	Europa Oriental	Europa
110		UG	Uganda	África Oriental	África
111		US	Estados Unidos	Norteamérica	América
112		UY	Uruguay	Sudamérica	América
113		VN	Vietnam	Sudeste Asiático	Asia
114		VU	Vanuatu	Melanesia	Oceanía
115		ZW	Zimbabue	África Oriental	África

Anexo 5.3. Resultados complementarios

Tabla A. 1. Retroalimentación comercial absoluta por principales países

No.	País	ISO2	1995	2000	2005	2010	2015	2019	2020	Δ 19-20 (%)
1	Hong Kong	HK	0,0440	0,0451	0,0918	0,0788	0,0777	0,0592	0,0569	-3,90%
2	China	CN	0,0261	0,0286	0,0790	0,0720	0,0715	0,0544	0,0520	-4,38%
3	Singapur	SG	0,1137	0,1425	0,1528	0,0887	0,0589	0,0553	0,0418	-24,46%
4	Alemania	DE	0,0168	0,0277	0,0326	0,0379	0,0442	0,0479	0,0407	-14,95%
5	Malasia	MY	0,0899	0,1189	0,1079	0,0530	0,0330	0,0313	0,0240	-23,51%
6	Países Bajos	NL	0,0097	0,0157	0,0169	0,0199	0,0249	0,0273	0,0235	-14,16%
7	Estados Unidos	US	0,0152	0,0224	0,0194	0,0181	0,0182	0,0172	0,0137	-20,45%
8	Vietnam	VN	0,0016	0,0033	0,0061	0,0055	0,0093	0,0138	0,0134	-2,50%
9	Corea del Sur	KR	0,0050	0,0078	0,0108	0,0145	0,0116	0,0120	0,0098	-17,82%
10	Austria	AT	0,0040	0,0075	0,0088	0,0099	0,0101	0,0110	0,0097	-11,54%
11	Francia	FR	0,0080	0,0124	0,0111	0,0106	0,0118	0,0122	0,0097	-20,33%
12	Hungría	HU	0,0014	0,0052	0,0054	0,0075	0,0097	0,0107	0,0096	-10,42%
13	Suiza	CH	0,0036	0,0049	0,0054	0,0073	0,0106	0,0102	0,0093	-8,83%
14	Suecia	SE	0,0060	0,0080	0,0091	0,0095	0,0087	0,0106	0,0092	-13,46%
15	Reino Unido	GB	0,0093	0,0136	0,0114	0,0114	0,0112	0,0128	0,0091	-28,63%
16	Irlanda	IE	0,0045	0,0085	0,0064	0,0069	0,0066	0,0109	0,0091	-16,39%
17	Tailandia	TH	0,0124	0,0152	0,0230	0,0155	0,0122	0,0103	0,0082	-20,20%
18	Italia	IT	0,0064	0,0078	0,0081	0,0094	0,0091	0,0096	0,0079	-17,52%
19	España	ES	0,0033	0,0058	0,0059	0,0058	0,0079	0,0088	0,0077	-12,26%
20	Dinamarca	DK	0,0036	0,0050	0,0064	0,0062	0,0064	0,0071	0,0060	-15,54%

Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.

Tabla A. 2. Retroalimentación comercial relativa por principales países

No.	País	ISO2	1995	2000	2005	2010	2015	2019	2020	Δ 19-20 (%)
1	China	CN	11,3959	10,7888	18,5488	19,9152	25,9554	20,7041	22,7226	9,75%
2	Alemania	DE	5,5312	6,3067	6,6177	6,6090	7,3842	7,7799	7,5618	-2,80%
3	Estados Unidos	US	9,1407	10,8245	8,2525	7,3792	7,8143	7,8922	7,2452	-8,20%
4	Malasia	MY	6,5276	8,2472	7,9011	4,8542	3,4994	3,6118	3,0490	-15,58%
5	Japón	JP	6,8412	6,8359	6,1044	4,7388	2,8135	2,6428	2,4513	-7,25%
6	Países Bajos	NL	1,3581	1,8424	1,9669	2,0980	2,1810	2,5006	2,4330	-2,70%
7	Reino Unido	GB	2,6448	3,5374	2,7816	2,4752	2,5703	2,6577	2,2742	-14,43%
8	Hong Kong	HK	2,3989	2,5847	3,7007	2,5735	2,6382	2,2358	2,2741	1,72%
9	Francia	FR	2,7034	3,1621	2,7466	2,4650	2,4822	2,4912	2,2717	-8,81%
10	Italia	IT	2,1532	2,2019	2,1901	2,2625	2,2344	2,2582	2,1576	-4,46%
11	Corea del Sur	KR	1,3295	1,6896	2,1697	2,1320	2,1152	2,1834	2,0999	-3,83%
12	Singapur	SG	4,9231	5,6464	5,2138	3,3617	2,5623	2,4928	2,0246	-18,78%
13	España	ES	1,0162	1,2897	1,3237	1,3968	1,7004	1,8220	1,8463	1,33%
14	Suecia	SE	1,3627	1,4543	1,5568	1,5620	1,4275	1,6198	1,6080	-0,73%
15	Austria	AT	0,8111	1,2394	1,2871	1,3474	1,3501	1,4073	1,4022	-0,36%
16	Rusia	RU	4,8896	3,7305	2,4457	2,0768	1,7633	1,6693	1,2733	-23,72%
17	Tailandia	TH	1,8250	1,8802	2,2107	1,6610	1,4032	1,3653	1,2342	-9,60%
18	Suiza	CH	0,7117	0,7513	0,7611	0,8883	1,3745	1,2700	1,2202	-3,92%
19	Indonesia	ID	0,4292	0,8543	3,3594	2,8968	1,8363	1,5306	1,2177	-20,45%
20	México	MX	0,6795	1,1626	1,0225	1,1252	1,1820	1,1635	1,0414	-10,49%

Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.

Tabla A. 3. Retroalimentación comercial absoluta por regiones

No.	Región	1995	2000	2005	2010	2015	2019	2020	Δ 19-20 (%)
1	Asia Oriental	0,0219	0,0282	0,0506	0,0642	0,0818	0,0701	0,0667	-4,92
2	Europa Occidental	0,0403	0,0549	0,0571	0,0629	0,0684	0,0723	0,0645	-10,82
3	Norteamérica	0,0377	0,0497	0,0464	0,0405	0,0383	0,0353	0,0285	-19,25
4	Sudeste Asiático	0,0370	0,0576	0,0718	0,0483	0,0358	0,0326	0,0260	-20,38
5	Europa Septentrional	0,0260	0,0335	0,0328	0,0308	0,0266	0,0276	0,0222	-19,76
6	Europa Meridional	0,0127	0,0156	0,0156	0,0159	0,0180	0,0203	0,0184	-9,09
7	Europa Oriental	0,0377	0,0243	0,0172	0,0202	0,0135	0,0112	0,0093	-17,13
8	Sudamérica	0,0078	0,0099	0,0109	0,0107	0,0086	0,0083	0,0079	-5,27
9	Australia y N. Zelanda	0,0126	0,0121	0,0124	0,0121	0,0089	0,0090	0,0075	-16,64
10	Asia Occidental	0,0046	0,0042	0,0060	0,0057	0,0064	0,0079	0,0065	-16,77
11	Centroamérica	0,0022	0,0045	0,0046	0,0056	0,0063	0,0060	0,0052	-13,29
12	África Oriental	0,0044	0,0041	0,0050	0,0056	0,0047	0,0034	0,0033	-0,66
13	Asia Meridional	0,0011	0,0018	0,0046	0,0052	0,0037	0,0037	0,0030	-18,59
14	Asia Central	0,0159	0,0067	0,0046	0,0033	0,0031	0,0035	0,0030	-14,96
15	África Central	0,0012	0,0013	0,0040	0,0060	0,0052	0,0029	0,0027	-5,38
16	África Occidental	0,0035	0,0043	0,0057	0,0047	0,0025	0,0029	0,0027	-9,55
17	África Septentrional	0,0012	0,0009	0,0016	0,0022	0,0020	0,0024	0,0021	-16,00
18	Melanesia	0,0016	0,0013	0,0022	0,0015	0,0017	0,0016	0,0017	3,85
19	El Caribe	0,0001	0,0007	0,0007	0,0012	0,0010	0,0007	0,0005	-24,96
20	Polinesia	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0002	0,0001	-44,14
-	Mundo	0,0226	0,0339	0,0341	0,0296	0,0337	0,0341	0,0315	-7,42

Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.

Tabla A. 4. Retroalimentación comercial relativa por regiones

No.	Región	1995	2000	2005	2010	2015	2019	2020	Δ 19-20 (%)
1	Asia Oriental	5,0367	5,9231	8,0910	8,7939	10,0991	8,6721	9,2883	7,11
2	Norteamérica	12,9850	13,6583	11,5375	9,9385	9,5161	9,3050	8,6328	-7,22
3	Europa Occidental	7,3135	7,4143	7,2964	7,2917	7,4608	7,5826	7,7110	1,69
4	Sudeste Asiático	3,3946	4,5329	5,4100	4,5332	3,7527	3,6166	3,3414	-7,61
5	Europa Meridional	1,6478	1,6116	1,6315	1,6036	1,7132	1,8703	1,9650	5,07
6	Europa Septentrional	2,4466	2,5904	2,5058	2,4041	1,9588	1,9897	1,9292	-3,04
7	Australia y N. Zelanda	2,9864	2,4219	2,5697	2,3642	1,7025	1,7864	1,7104	-4,25
8	Sudamérica	1,5790	1,7220	1,6513	1,4129	1,2870	1,1944	1,2242	2,50
9	Europa Oriental	3,7261	2,7333	1,9361	2,0281	1,3986	1,2265	1,1431	-6,80
10	Asia Occidental	0,4094	0,3920	0,4842	0,4278	0,4514	0,6162	0,5339	-13,36
11	África Oriental	0,5332	0,6530	0,6034	0,6120	0,5716	0,4579	0,5226	14,13
12	África Central	0,2336	0,2095	0,7011	0,8932	0,7422	0,4587	0,5144	12,14
13	Asia Central	1,5094	0,5495	0,3753	0,3768	0,4400	0,4489	0,4363	-2,81
14	Asia Meridional	0,2147	0,3073	0,4328	0,3658	0,3440	0,3591	0,3450	-3,93
15	África Septentrional	0,2598	0,2162	0,3154	0,3717	0,3113	0,3652	0,3293	-9,83
16	Melanesia	0,1080	0,0835	0,1218	0,1008	0,1358	0,1204	0,1892	57,13
17	Centroamérica	0,1147	0,1771	0,1706	0,1915	0,2023	0,1879	0,1823	-2,97
18	África Occidental	0,3334	0,3770	0,4198	0,2225	0,1908	0,1507	0,1773	17,68
19	El Caribe	0,0116	0,1291	0,1136	0,1912	0,1893	0,1335	0,1290	-3,38
20	Polinesia	0,0039	0,0015	0,0010	0,0005	0,0156	0,0229	0,0140	-38,57
-	Mundo	0,9366	0,9675	0,9699	0,9702	1,0052	1,0162	1,0392	2,26

Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.

Tabla A. 5. Retroalimentación comercial absoluta por continentes

No.	Continente	1995	2000	2005	2010	2015	2019	2020	Δ 19-20 (%)
1	Asia	0,0270	0,0338	0,0482	0,0524	0,0613	0,0562	0,0535	-4,80
2	América	0,0359	0,0532	0,0525	0,0426	0,0437	0,0433	0,0378	-12,70
3	Europa	0,0306	0,0383	0,0361	0,0345	0,0383	0,0401	0,0356	-11,20
4	Oceanía	0,0129	0,0124	0,0125	0,0122	0,0090	0,0091	0,0076	-16,68
5	África	0,0010	0,0009	0,0015	0,0017	0,0012	0,0013	0,0011	-13,27
-	Mundo	0,0226	0,0339	0,0341	0,0296	0,0337	0,0341	0,0315	-7,42

Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.

Tabla A. 6. Retroalimentación comercial relativa por continentes

No.	Continente	1995	2000	2005	2010	2015	2019	2020	Δ 19-20 (%)
1	Europa	3,0675	3,0997	3,0351	2,8358	2,9117	2,9843	2,9956	0,38
2	Asia	1,9061	2,3136	2,8359	2,8462	2,9885	2,7338	2,8322	3,60
3	América	1,5042	1,6996	1,5016	1,4085	1,3871	1,3998	1,3371	-4,48
4	Oceanía	1,0350	0,8380	0,8765	0,8019	0,5807	0,6078	0,5811	-4,39
5	África	0,0807	0,0801	0,1180	0,1032	0,0881	0,0850	0,0866	1,85
-	Mundo	0,9366	0,9675	0,9699	0,9702	1,0052	1,0162	1,0392	2,26

Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.

Tabla A. 7. Influencia comercial sobre el resto del mundo por principales países

No.	País	ISO2	1995	2000	2005	2010	2015	2019	2020	Δ 19-20 (%)
1	Estados Unidos	US	0,0584	0,0984	0,0989	0,0785	0,0807	0,0788	0,0713	-9,52
2	China	CN	0,0079	0,0135	0,0297	0,0484	0,0613	0,0642	0,0600	-6,57
3	Alemania	DE	0,0291	0,0303	0,0352	0,0351	0,0321	0,0337	0,0305	-9,51
4	Japón	JP	0,0258	0,0264	0,0258	0,0236	0,0199	0,0189	0,0165	-13,07
5	Francia	FR	0,0168	0,0184	0,0218	0,0204	0,0185	0,0187	0,0164	-12,01
6	Reino Unido	GB	0,0173	0,0230	0,0269	0,0207	0,0210	0,0193	0,0163	-15,43
7	Países Bajos	NL	0,0112	0,0121	0,0142	0,0134	0,0130	0,0130	0,0121	-6,76
8	Hong Kong	HK	0,0096	0,0105	0,0121	0,0129	0,0135	0,0125	0,0116	-6,92
9	India	IN	0,0024	0,0034	0,0073	0,0131	0,0118	0,0126	0,0105	-16,41
10	Corea del Sur	KR	0,0073	0,0089	0,0116	0,0135	0,0122	0,0118	0,0105	-11,28
11	Italia	IT	0,0121	0,0137	0,0166	0,0154	0,0117	0,0117	0,0100	-14,75
12	Singapur	SG	0,0078	0,0090	0,0101	0,0112	0,0110	0,0109	0,0097	-11,17
13	Irlanda	IE	0,0021	0,0039	0,0051	0,0049	0,0061	0,0097	0,0090	-7,13
14	Canadá	CA	0,0086	0,0118	0,0119	0,0114	0,0104	0,0099	0,0088	-10,85
15	Suiza	CH	0,0060	0,0061	0,0069	0,0085	0,0086	0,0083	0,0086	4,29
16	España	ES	0,0067	0,0089	0,0121	0,0101	0,0085	0,0090	0,0075	-16,86
17	México	MX	0,0034	0,0080	0,0075	0,0075	0,0085	0,0084	0,0069	-17,59
18	Rusia	RU	0,0050	0,0029	0,0058	0,0086	0,0065	0,0071	0,0061	-14,19
19	Vietnam	VN	0,0006	0,0011	0,0019	0,0030	0,0043	0,0056	0,0055	-1,35
20	Australia	AU	0,0038	0,0048	0,0064	0,0073	0,0073	0,0063	0,0054	-14,81

Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.

Tabla A. 8. Influencia comercial sobre el resto del mundo por regiones

No.	Región	1995	2000	2005	2010	2015	2019	2020	Δ 19-20 (%)
1	Norteamérica	0,0469	0,0802	0,0816	0,0653	0,0688	0,0679	0,0622	-8,38
2	Asia Oriental	0,0185	0,0183	0,0188	0,0261	0,0346	0,0387	0,0356	-8,03
3	Europa Occidental	0,0160	0,0166	0,0194	0,0185	0,0169	0,0176	0,0159	-9,91
4	Europa Septentrional	0,0105	0,0146	0,0168	0,0124	0,0135	0,0124	0,0106	-14,56
5	Asia Meridional	0,0019	0,0027	0,0059	0,0109	0,0095	0,0104	0,0086	-17,55
6	Europa Meridional	0,0087	0,0103	0,0128	0,0113	0,0089	0,0089	0,0075	-15,88
7	Centroamérica	0,0030	0,0072	0,0068	0,0066	0,0072	0,0070	0,0057	-19,11
8	Australia y N. Zelanda	0,0033	0,0042	0,0055	0,0064	0,0065	0,0055	0,0047	-15,37
9	Europa Oriental	0,0033	0,0021	0,0043	0,0065	0,0051	0,0055	0,0047	-15,42
10	Sudeste Asiático	0,0034	0,0034	0,0043	0,0049	0,0046	0,0046	0,0039	-16,75
11	Asia Occidental	0,0017	0,0023	0,0033	0,0042	0,0046	0,0036	0,0033	-8,30
12	Sudamérica	0,0021	0,0021	0,0022	0,0042	0,0032	0,0029	0,0023	-21,11
13	África Septentrional	0,0005	0,0007	0,0007	0,0011	0,0012	0,0011	0,0011	-2,33
14	África Occidental	0,0002	0,0003	0,0005	0,0013	0,0009	0,0012	0,0009	-21,86
15	Asia Central	0,0004	0,0004	0,0008	0,0011	0,0009	0,0009	0,0008	-13,19
16	El Caribe	0,0002	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	-22,23
17	África Oriental	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	-10,39
18	África Central	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	-15,47
19	Melanesia	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	-44,59
20	Polinesia	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-16,65

Fuente: FMI y Banco Mundial. Elaboración propia.

Tabla A. 9. Influencia comercial sobre el resto del mundo por continentes

No.	Continente	1995	2000	2005	2010	2015	2019	2020	Δ 19-20 (%)
1	América	0,0374	0,0634	0,0647	0,0487	0,0519	0,0515	0,0482	-6,49
2	Asia	0,0120	0,0105	0,0098	0,0145	0,0207	0,0234	0,0218	-6,59
3	Europa	0,0073	0,0083	0,0102	0,0096	0,0085	0,0085	0,0076	-9,57
4	Oceanía	0,0032	0,0042	0,0055	0,0064	0,0064	0,0055	0,0046	-15,32
5	África	0,0004	0,0005	0,0006	0,0010	0,0009	0,0010	0,0009	-12,25

Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.

Tabla A. 10. Pugna comercial entre Estados y China sobre países más influyentes de la red de comercio mundial

No.	País	ISO2	1995	2000	2005	2010	2015	2019	2020	Δ 19-20 (%)
1	Alemania	DE	6,341	6,557	2,983	1,271	1,214	1,077	0,987	-8,34
2	Japón	JP	5,506	4,390	1,636	0,800	0,807	0,764	0,658	-13,84
3	Francia	FR	6,259	7,455	3,074	1,449	1,183	1,209	1,150	-4,89
4	Reino Unido	GB	10,414	9,735	4,469	2,452	1,452	1,513	1,578	4,24
5	Países Bajos	NL	6,966	7,053	3,372	1,746	1,236	1,290	1,177	-8,75
6	Hong Kong	HK	1,247	1,151	0,633	0,348	0,232	0,212	0,210	-0,87
7	India	IN	6,873	5,415	1,937	1,003	1,324	1,279	1,223	-4,41
8	Corea del Sur	KR	3,380	2,651	0,987	0,570	0,503	0,524	0,529	0,83
9	Italia	IT	6,098	7,373	3,294	1,595	1,474	1,542	1,578	2,30
10	Singapur	SG	5,040	3,686	1,290	0,608	0,441	0,482	0,502	4,08
11	Irlanda	IE	16,230	14,868	6,580	4,969	4,059	3,082	2,822	-8,44
12	Canadá	CA	56,863	64,770	28,403	12,577	9,335	9,158	8,271	-9,69
13	Suiza	CH	6,159	6,380	2,898	1,505	0,772	1,152	1,900	64,99
14	España	ES	6,092	7,840	3,491	1,765	1,478	1,365	1,218	-10,70
15	México	MX	135,668	145,221	52,881	22,399	18,538	17,015	15,787	-7,22
16	Rusia	RU	2,798	2,532	1,210	0,855	0,534	0,423	0,362	-14,45
17	Vietnam	VN	2,049	1,564	1,843	1,446	1,150	1,041	1,060	1,81
18	Australia	AU	2,910	2,673	1,047	0,373	0,283	0,214	0,220	2,73

Nota: influencia de Estados Unidos / influencia de China. Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.

Tabla A. 11. Pugna comercial entre Estados y China sobre regiones

No.	Región	1995	2000	2005	2010	2015	2019	2020	Δ 19-20 (%)
1	Centroamérica	116,323	137,647	44,451	20,684	17,961	16,513	14,992	-9,21
2	El Caribe	9,937	46,363	16,719	15,267	10,534	8,009	7,550	-5,73
3	Polinesia	41,632	18,037	8,029	0,720	3,412	1,811	1,767	-2,41
4	Norteamérica	11,355	11,515	5,095	2,358	1,807	1,938	1,654	-14,69
5	Europa Septentrional	9,205	8,462	4,306	2,342	1,570	1,607	1,578	-1,78
6	Europa Meridional	6,299	7,646	3,364	1,655	1,479	1,481	1,448	-2,27
7	África Septentrional	12,108	11,854	3,109	1,980	0,914	0,936	1,330	42,20
8	Asia Meridional	7,721	6,579	2,344	1,160	1,426	1,373	1,323	-3,69
9	África Oriental	6,755	5,810	2,451	0,819	0,883	1,254	1,207	-3,76
10	Europa Occidental	6,326	6,786	3,050	1,401	1,131	1,152	1,165	1,15
11	Asia Oriental	3,193	2,825	1,404	0,869	0,730	0,735	0,727	-1,05
12	Sudeste Asiático	5,376	4,071	1,527	0,750	0,630	0,637	0,662	3,86
13	Melanesia	8,113	7,824	1,797	0,850	0,515	0,649	0,574	-11,69
14	África Occidental	32,607	33,993	10,426	5,654	0,889	0,699	0,539	-22,94
15	Asia Occidental	8,640	1,555	1,161	0,777	0,626	0,479	0,513	7,23
16	Sudamérica	9,785	9,534	3,287	1,100	0,822	0,610	0,496	-18,72
17	Europa Oriental	2,903	2,990	1,510	0,935	0,642	0,535	0,465	-13,11
18	Asia Central	1,083	1,054	0,877	0,373	0,352	0,349	0,241	-30,86
19	Australia y N. Zelanda	3,137	2,875	1,176	0,408	0,318	0,231	0,240	3,60
20	África Central	14,031	6,158	2,671	2,642	0,824	0,221	0,210	-5,09

Nota: influencia de Estados Unidos / influencia de China. Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.

Tabla A. 12. Pugna comercial entre Estados y China sobre continentes

No.	Continente	1995	2000	2005	2010	2015	2019	2020	Δ 19-20 (%)
1	América	13,802	15,002	6,228	2,808	2,272	2,201	1,896	-13,87
2	Europa	6,591	6,902	3,188	1,562	1,204	1,192	1,177	-1,26
3	Asia	3,689	2,973	1,427	0,844	0,722	0,716	0,718	0,28
4	África	17,121	15,435	4,559	2,891	0,888	0,690	0,639	-7,32
5	Oceanía	3,160	2,889	1,181	0,409	0,319	0,233	0,241	3,38

Nota: influencia de Estados Unidos / influencia de China. Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.

Tabla A. 13. Pugna comercial entre Estados y China sobre países de América

No.	País	ISO2	1995	2000	2005	2010	2015	2019	2020	Δ 19-20 (%)
1	Chile	CL	9,38	4,97	1,86	0,60	0,56	0,47	0,38	-19,49
2	Brasil	BR	9,01	10,67	3,21	0,82	0,67	0,51	0,38	-24,76
3	Panamá	PA	14,05	46,30	19,23	4,82	2,28	1,39	0,41	-70,67
4	Uruguay	UY	2,06	3,64	5,49	0,84	0,59	0,32	0,45	41,34
5	Perú	PE	4,45	5,82	3,34	1,29	0,74	0,51	0,59	15,20
6	Bolivia	BO	67,09	32,64	7,17	2,09	1,46	0,85	0,67	-20,70
7	Argentina	AR	6,13	5,38	1,95	0,90	0,74	0,66	0,67	1,65
8	Paraguay	PY	12,07	5,87	1,89	1,15	1,02	0,88	0,73	-17,31
9	Cuba	CU	0,91	2,61	1,95	0,69	0,60	0,54	0,76	40,20
10	Ecuador	EC	71,79	42,63	34,05	7,97	4,64	1,69	1,18	-30,53
11	Bahamas	BS	13,85	152,48	53,97	28,40	11,86	6,76	2,26	-66,62
12	Colombia	CO	39,77	73,98	20,87	5,87	3,19	1,99	2,31	15,69
13	Guatemala	GT	24,41	52,34	30,53	15,74	8,48	7,93	6,78	-14,56
14	Belice	BZ	106,93	102,36	51,96	21,89	11,01	5,76	6,98	21,05
15	Canadá	CA	56,86	64,77	28,40	12,58	9,33	9,16	8,27	-9,69
16	República Dominicana	DO	111,92	145,95	42,18	17,22	12,85	8,32	9,14	9,74
17	Costa Rica	CR	30,01	55,34	5,26	4,41	10,54	9,05	9,35	3,28
18	Jamaica	JM	86,90	33,89	4,80	19,37	7,14	8,30	9,40	13,19
19	Honduras	HN	166,02	133,65	29,09	8,98	12,19	13,22	11,19	-15,37
20	El Salvador	SV	38,38	168,03	55,58	28,97	18,60	17,32	12,22	-29,47
21	México	MX	135,67	145,22	52,88	22,40	18,54	17,01	15,79	-7,22
22	Nicaragua	NI	81,28	116,71	22,44	18,58	22,50	18,10	21,71	19,93
23	Haití	HT	207,00	207,71	82,06	26,77	22,66	27,92	30,08	7,71

Nota: influencia de Estados Unidos / influencia de China. Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.

Tabla A. 14. Pugna comercial entre Estados y China sobre países de Europa

No.	País	ISO2	1995	2000	2005	2010	2015	2019	2020	Δ 19-20 (%)
1	Ucrania	UA	1,99	2,29	1,71	0,88	0,46	0,50	0,30	-39,97
2	Rusia	RU	2,80	2,53	1,21	0,86	0,53	0,42	0,36	-14,45
3	Noruega	NO	11,06	11,35	4,51	1,94	1,22	1,07	0,69	-35,22
4	Malta	MT	8,00	10,11	2,41	0,97	0,74	0,78	0,74	-5,34
5	Bulgaria	BG	6,96	9,22	2,88	1,12	0,82	0,89	0,80	-9,53
6	Albania	AL	6,31	8,62	3,03	0,65	0,76	0,98	0,97	-1,04
7	Alemania	DE	6,34	6,56	2,98	1,27	1,21	1,08	0,99	-8,34
8	Grecia	GR	8,97	8,93	3,80	1,69	1,56	1,08	1,05	-2,51
9	Rumania	RO	3,06	5,98	3,65	1,43	1,26	1,25	1,13	-9,10
10	Francia	FR	6,26	7,45	3,07	1,45	1,18	1,21	1,15	-4,89
11	Suecia	SE	6,83	5,35	3,94	1,78	1,34	1,24	1,15	-6,97
12	Hungría	HU	8,46	9,38	3,27	1,28	1,27	1,20	1,16	-3,34
13	Países Bajos	NL	6,97	7,05	3,37	1,75	1,24	1,29	1,18	-8,75
14	Finlandia	FI	5,37	3,77	2,24	1,34	1,15	1,10	1,18	7,47
15	España	ES	6,09	7,84	3,49	1,76	1,48	1,36	1,22	-10,70
16	Dinamarca	DK	6,81	6,20	3,37	1,66	1,27	1,39	1,29	-6,63
17	Austria	AT	5,36	6,02	3,10	1,49	1,45	1,33	1,36	2,73
18	Italia	IT	6,10	7,37	3,29	1,59	1,47	1,54	1,58	2,30
19	Reino Unido	GB	10,41	9,74	4,47	2,45	1,45	1,51	1,58	4,24
20	Islandia	IS	26,25	14,69	5,46	2,40	1,68	1,78	1,72	-3,32
21	Portugal	PT	11,84	10,56	3,82	2,32	1,67	1,85	1,75	-5,24
22	Suiza	CH	6,16	6,38	2,90	1,50	0,77	1,15	1,90	64,99
23	Irlanda	IE	16,23	14,87	6,58	4,97	4,06	3,08	2,82	-8,44

Nota: influencia de Estados Unidos / influencia de China. Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.

Tabla A. 15. Pugna comercial entre Estados y China sobre países de Asia

No.	País	ISO2	1995	2000	2005	2010	2015	2019	2020	Δ 19-20 (%)
1	Mongolia	MN	0,86	0,79	0,60	0,15	0,09	0,08	0,11	48,19
2	Omán	OM	1,40	0,52	0,54	0,31	0,15	0,15	0,14	-5,09
3	Hong Kong	HK	1,25	1,15	0,63	0,35	0,23	0,21	0,21	-0,87
4	Macao	MO	4,55	4,87	2,62	0,50	0,22	0,22	0,24	9,35
5	Kazajstán	KZ	1,06	1,07	0,88	0,36	0,35	0,35	0,24	-31,48
6	Arabia Saudita	SA	12,17	1,48	1,08	0,76	0,63	0,39	0,37	-4,56
7	Brunéi	BN	5,62	4,00	1,88	0,46	0,60	0,45	0,34	-23,47
8	Kirguistán	KG	1,86	0,75	0,83	1,71	0,54	0,47	0,56	18,75
9	Singapur	SG	5,04	3,69	1,29	0,61	0,44	0,48	0,50	4,08
10	Corea del Sur	KR	3,38	2,65	0,99	0,57	0,50	0,52	0,53	0,83
11	Malasia	MY	5,85	4,49	1,78	0,72	0,56	0,54	0,53	-0,64
12	Armenia	AM	3,34	15,96	6,50	2,16	0,56	0,55	0,46	-16,38
13	Azerbaiyán	AZ	2,80	4,89	1,25	1,95	1,76	0,58	0,60	4,30
14	Indonesia	ID	4,47	3,59	1,52	0,82	0,74	0,58	0,56	-3,82
15	Filipinas	PH	11,55	6,72	1,55	0,86	0,71	0,64	0,58	-9,60
16	Líbano	LB	9,68	2,43	1,26	0,87	0,53	0,67	1,45	114,52
17	Chipre	CY	4,99	4,60	2,08	0,98	0,88	0,71	0,72	2,07
18	Tailandia	TH	5,34	4,31	1,60	0,81	0,69	0,73	0,76	4,35
19	Japón	JP	5,51	4,39	1,64	0,80	0,81	0,76	0,66	-13,84
20	Vietnam	VN	2,05	1,56	1,84	1,45	1,15	1,04	1,06	1,81
22	India	IN	6,87	5,41	1,94	1,00	1,32	1,28	1,22	-4,41
23	Turquía	TR	9,25	10,93	4,38	1,39	1,34	1,36	1,49	9,71
24	Pakistán	PK	5,19	5,46	4,16	1,86	1,32	1,43	1,53	7,24
25	Nepal	NP	56,55	26,36	6,85	1,89	2,51	2,29	2,69	17,33
26	Bangladesh	BD	16,37	23,30	9,09	4,88	2,37	2,56	2,61	2,23
27	Sri Lanka	LK	30,37	27,84	10,09	2,93	5,57	3,24	3,26	0,63
28	Jordania	JO	3,41	2,08	7,82	2,98	2,70	3,36	4,01	19,48

Nota: influencia de Estados Unidos / influencia de China. Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.

Tabla A. 16. Pugna comercial entre Estados y China sobre países de África

No.	País	ISO2	1995	2000	2005	2010	2015	2019	2020	Δ 19-20 (%)
1	Congo	CG	67,77	4,35	0,63	0,78	0,31	0,13	0,12	-12,26
2	Chad	TD	5,77	18,30	7,96	4,10	7,66	0,35	0,14	-59,42
3	Mauritania	MR	7,25	4,48	0,35	0,16	0,18	0,12	0,21	72,52
4	Sierra Leona	SL	44,16	12,51	4,07	1,36	1,00	0,20	0,22	5,82
5	Gabón	GA	16,47	10,37	12,47	5,77	0,91	0,25	0,28	13,81
6	Zimbabue	ZW	3,00	2,26	1,51	0,33	0,53	0,42	0,31	-25,39
7	República Centroafricana	CF	4,72	7,75	1,36	0,43	1,00	0,38	0,33	-14,28
8	Gambia	GM	2,46	5,20	1,94	0,83	0,53	0,21	0,37	74,23
9	Guinea	GN	64,06	17,24	10,26	2,10	1,84	0,34	0,40	17,89
10	Camerún	CM	3,22	1,28	2,47	1,37	0,49	0,36	0,41	13,14
11	Benín	BJ	2,31	4,57	0,38	0,97	0,55	0,57	0,45	-20,69
12	Ghana	GH	19,50	5,50	2,98	1,79	0,52	0,42	0,46	10,02
13	Nigeria	NG	51,33	43,24	15,24	7,45	0,95	0,86	0,49	-43,63
14	Libia	LY	3,09	6,39	1,92	0,61	0,32	0,36	0,54	50,27
15	Sudán	SD	1,07	1,66	0,20	0,71	0,66	0,61	0,59	-4,45
16	Tanzania	TZ	3,78	5,31	0,95	0,34	0,29	0,55	0,59	7,49
17	Togo	TG	6,28	6,35	1,63	0,67	0,94	0,65	0,60	-7,51
18	Senegal	SN	6,86	2,37	1,45	1,26	0,58	0,61	0,62	2,60
19	Burundi	BI	8,17	8,34	2,29	0,72	0,61	0,53	0,70	30,50
20	Uganda	UG	6,44	3,66	1,36	0,88	0,59	0,76	0,81	6,80
21	Ruanda	RW	12,85	5,05	1,01	0,55	0,72	0,78	0,86	9,42
22	Seychelles	SC	6,63	2,07	1,37	1,28	1,22	0,91	0,94	3,35
23	Guinea Bissau	GW	5,79	3,29	1,96	0,65	0,50	0,47	0,94	100,87
24	Malí	ML	0,90	9,89	0,81	1,52	0,76	0,95	1,13	19,45
25	Egipto	EG	21,87	6,37	3,25	1,70	1,26	1,59	1,30	-18,25
26	Costa de Marfil	CI	11,42	16,48	7,24	4,18	2,30	1,29	1,36	5,25
27	Marruecos	MA	6,87	7,22	3,18	1,59	1,58	1,46	1,44	-1,46
28	Kenia	KE	8,86	5,74	4,69	2,51	1,96	1,77	1,78	0,47
29	Mauricio	MU	24,50	25,07	6,91	3,82	2,58	1,98	2,08	5,06
30	Níger	NE	9,19	20,72	4,64	2,01	3,68	0,93	2,22	137,26
31	Madagascar	MG	8,77	10,85	3,92	1,02	1,18	1,88	2,25	19,76
32	Comoras	KM	42,25	8,85	1,75	0,90	1,23	1,42	2,39	68,93
33	Argelia	DZ	34,73	33,19	15,47	6,40	1,70	3,15	3,02	-4,39
34	Cabo Verde	CV	6,21	28,12	18,88	2,94	0,32	2,35	3,18	35,56

Nota: influencia de Estados Unidos / influencia de China. Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.

Tabla A. 17. Pugna comercial entre Estados y China sobre países de Oceanía

No.	País	ISO2	1995	2000	2005	2010	2015	2019	2020	Δ 19-20 (%)
1	Islas Salomón	SB	5,00	0,69	0,35	0,18	0,11	0,11	0,10	-3,63
2	Australia	AU	2,91	2,67	1,05	0,37	0,28	0,21	0,22	2,73
3	Nueva Zelanda	NZ	4,48	4,46	2,26	0,79	0,61	0,38	0,41	7,33
4	Vanuatu	VU	4,02	4,31	1,60	1,26	0,74	0,95	0,95	-0,03
5	Tonga	TO	41,63	18,04	8,03	0,72	3,41	1,81	1,77	-2,41
6	Fiyi	FJ	9,28	13,27	2,28	2,24	1,58	2,22	1,90	-14,69

Nota: influencia de Estados Unidos / influencia de China. Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.

Tabla A. 18. Indicadores según nivel de centralidad comercial (1995)

Nivel de centralidad	Países (ISO2)	Balace de poder comercial (pp.)	Retroalimentación relativa (número de veces)	Influencia sobre resto del mundo (pp.)	Exportaciones manufactureras (% de exportaciones de mercancías)
1	US, DE, JP	0,5719	32,0014	0,1617	84,76
2	GB, FR, IT	0,1529	21,3524	0,0421	82,99
3	NL, HK, CA, CN	0,0421	18,1455	0,0328	74,36
4	SG	0,0519	4,9231	0,0078	83,74
5	KR, ES, CH, MY, RU	0,0108	7,2760	0,0319	85,10(*)
6	TH	0,0059	1,8250	0,0046	73,03
7	SE	0,0079	1,3627	0,0041	78,66
8	AT, AU, BR, MX, DK, ID, IN, NO	0,0034	5,9290	0,0264	58,33
9	IE, TR, SA	0,0021	3,0212	0,0058	45,80
10	FI, PT	0,0008	1,2310	0,0037	83,23
11	GR, PH, AR, UA, CL	0,0008	2,6524	0,0062	33,06(*)
12	HU, NZ, CO, EG, PK, VN, DZ, RO, MA, PE	0,0002	2,1606	0,0069	44,35(*)
13	KZ	0,0010	0,8815	0,0004	38,15
14	BD, PA, LK, LB, NG, CY, MO, LY, DO, EC, MT, JO, PY, BN, OM, CU, CR, BG, KE, CI, GT, UY, JM, SV, ZW, MU, HN, TZ, IS, GH, NP, SN, BS, GA, BO, CM, SD, CG, FJ, UG, AZ, NI, MG, ML, GN, AM, BJ, AL, HT	Menor a 0,0001	3,4998	0,0108	31,66(*)
15	KG		0,1679	0,0000	41,07
16	MR, MN, TG, TD		0,3987	0,0001	ND
17	NE, SB, SC, RW, GM		0,0170	0,0001	2,489(*)
18	CV, CF, BZ, BI		0,0050	0,0001	22,31(*)
19	SL, VU, TO, KM		0,0027	0,0000	ND
20	GW		0,0033	0,0000	ND

(*): dato estimado con la mayoría de los países miembros del grupo. ND: información no disponible, o disponible para menos de la mitad del grupo. Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.

Tabla A. 19. Indicadores según nivel de centralidad comercial (2000)

Nivel de centralidad	Países (ISO2)	Balace de poder comercial (pp.)	Retroalimentación relativa (número de veces)	Influencia sobre resto del mundo (pp.)	Exportaciones manufactureras (% de exportaciones de mercancías)
1	US	1,0587	10,8245	0,0984	82,37
2	DE, JP, GB, FR	0,2705	26,7209	0,1068	84,64
3	IT, CN	0,1073	8,7662	0,0276	88,35
4	NL	0,0292	1,8424	0,0121	58,55
5	CA, HK, SG, KR	0,0212	9,2467	0,0400	81,42
6	ES	0,0140	1,2897	0,0089	77,51
7	MX, MY, CH, SE, AU, TH, AT, IE, BR, IN, DK, RU, TR	0,0074	13,2420	0,0612	69,91
8	ID	0,0027	0,8543	0,0024	56,73
9	NO	0,0028	1,1193	0,0024	18,53
10	PT, GR, SA	0,0015	1,8025	0,0064	28,11
11	FI, PH, HU, AR, VN, EG, CL	0,0008	3,9364	0,0102	66,32
12	NZ, UA, CO, MA, PK, BD, DZ, RO, LK, PA, NG, DO, PE	0,0002	2,6001	0,0075	38,46(*)
13	KZ, CY, MT, LB, OM, CR, MO, JO, BG, GT, LY, CU, SV, EC, HN, UY, CI, JM, BN, KE, IS, GH, MU, BS, PY, ZW, CM, NP, NI, BO, AZ, SN, TZ, SD, GA, AL, CG, FJ, UG, MG, HT, ML, BJ, AM, GN, MN, TG, SC, KG, MR, BZ, TD, NE, RW, CV, SL, GM, CF, SB, VU, BI	0,0002	4,1008	0,0115	27,13(*)
14	GW	Menor a 0,0001	0,0060	0,0000	ND
15	KM		0,0002	0,0000	8,52
16	TO		-	0,0015	0,0000

(*): dato estimado con la mayoría de los países miembros del grupo. ND: información no disponible, o disponible para menos de la mitad del grupo. Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.

Tabla A. 20. Indicadores según nivel de centralidad comercial (2005)

Nivel de centralidad	Países (ISO2)	Balance de poder comercial (pp.)	Retroalimentación relativa (número de veces)	Influencia sobre resto del mundo (pp.)	Exportaciones manufactureras (% de exportaciones de mercancías)
1	US	0,8111	8,2525	0,0989	73,16
2	DE, CN	0,3919	18,3699	0,0651	88,61
3	GB, JP, FR, IT	0,1607	18,5651	0,1025	83,90
4	NL, HK, ES	0,0393	7,8751	0,0371	70,58
5	CA, KR, SG	0,0228	6,2046	0,0345	66,01
6	MX, IN, MY, CH, AU, RU	0,0134	8,6615	0,0410	56,16
7	TH	0,0134	2,2107	0,0058	76,59
8	SE	0,0147	1,5568	0,0054	78,42
9	AT, IE, ID, TR, DK, BR, NO, SA	0,0070	9,1496	0,0313	50,19
10	FI, HU, GR	0,0015	1,9213	0,0080	80,97
11	PT	0,0011	0,3869	0,0024	79,86
12	PH, VN	0,0012	2,4045	0,0039	71,82
13	UA, NZ, CL, RO, AR	0,0010	4,0509	0,0059	42,39
14	EG, CO, KZ, DZ, PK, MA, NG, BD, BG, PE	0,0002	2,0445	0,0079	30,10(*)
15	PA, LK, LY, JO, LB	0,0001	0,6876	0,0022	113,03(*)
16	OM, MO, EC, GT, DO, CY, CR	0,0001	1,4169	0,0025	33,64
17	SD, MT, CU, IS, CI, HN, AZ, GH, KE, SV, JM, BN, MU, UY, CM, BS, SN, AL, TZ, PY, FJ, NI, CG, BO, ZW, NP, TD, MG, UG, GA, AM, ML	0,0001	3,1569	0,0058	24,23(*)
18	MR, HT, MN, BJ, KG, TG, SC, GN, NE, RW	Menor a 0,0001	0,7064	0,0005	18,32(*)
19	BZ, CV, SL, GM, BI, VU, SB, CF, KM, TO		0,0130	0,0001	15,38(*)
20	GW	-	0,0003	0,0000	0,08

(*): dato estimado con la mayoría de los países miembros del grupo. ND: información no disponible, o disponible para menos de la mitad del grupo. Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.

Tabla A. 21. Indicadores según nivel de centralidad comercial (2010)

Nivel de centralidad	Países (ISO2)	Balance de poder comercial (pp.)	Retroalimentación relativa (número de veces)	Influencia sobre resto del mundo (pp.)	Exportaciones manufactureras (% de exportaciones de mercancías)
1	US, CN	0,9145	26,2427	0,1404	80,99
2	DE	0,2873	6,6090	0,0351	83,89
3	JP	0,1229	4,7388	0,0236	88,38
4	GB, FR, IT	0,1204	14,8449	0,0549	76,22
5	KR, NL, IN, HK	0,0399	10,0297	0,0513	63,81
6	CA, SG, ES, RU, CH, MX, AU, BR, MY, TH, ID	0,0142	16,2956	0,0935	52,39
7	SE	0,0146	1,5620	0,0052	74,49
8	TR, AT	0,0066	1,9544	0,0102	78,80
9	IE, SA, DK, NO	0,0044	5,5752	0,0157	35,07
10	VN, HU, FI, GR, PT, PH, RO	0,0011	4,0278	0,0162	70,75
11	UA, NG, CL, AR	0,0012	2,7510	0,0065	25,05
12	EG, DZ	0,0004	0,7402	0,0028	13,75
13	CO, NZ, KZ, MA, PK, PE	0,0003	1,6039	0,0064	25,74
14	LY	0,0003	0,4219	0,0008	2,28
15	BD, BG, PA, OM, LB, EC, JO, LK, DO, CY, MT, GH, KE, GT, SD, MO, CR	0,0001	2,1318	0,0086	37,70
16	CI	0,0001	0,1130	0,0003	16,13
17	CU, AZ, PY, TZ, UY, HN, SV	0,0000	0,9775	0,0018	15,02(*)
18	CG, CM	0,0001	0,5360	0,0003	21,82
19	MU, ZW, UG, BN, NP, BO, JM, IS, AL, SN, NI, GA, BS, TD, AM, MN, MG, HT, ML, KG, GN, FJ, BJ, NE, MR	Menor a 0,0010	1,1436	0,0032	17,72(*)
20	TG, RW, SC, CV, SL, SB, BZ, BI, CF, VU, GM		0,1269	0,0003	26,40(*)
21	GW, KM		0,0010	0,0000	32,62(*)
22	TO	-	0,0005	0,0000	7,56

(*): dato estimado con la mayoría de los países miembros del grupo. ND: información no disponible, o disponible para menos de la mitad del grupo. Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.

Tabla A. 22. Indicadores según nivel de centralidad comercial (2015)

Nivel de centralidad	Países (ISO2)	Balace de poder comercial (pp.)	Retroalimentación relativa (número de veces)	Influencia sobre resto del mundo (pp.)	Exportaciones manufactureras (% de exportaciones de mercancías)
1	US, CN	1,2686	31,7800	0,1604	82,13
2	DE	0,3306	7,3842	0,0321	84,23
3	GB, JP, FR	0,0797	9,3460	0,0618	80,00
4	HK, NL, KR, IN, IT	0,0386	12,8906	0,0583	66,43
5	SG	0,0255	2,5623	0,0110	74,24
6	CA, CH, ES	0,0091	3,7002	0,0285	61,67
7	MX, AU, RU, IE, TH, SA, BR, TR, MY, ID	0,0079	12,3754	0,0632	50,83
8	SE	0,0131	1,4275	0,0049	74,53
9	AT	0,0064	1,3501	0,0046	82,81
10	VN, DK, NO	0,0043	5,5179	0,0100	58,83
11	PH, HU, FI, PT, RO, EG, GR	0,0008	3,8873	0,0134	74,59
12	CL, AR	0,0015	2,0571	0,0029	20,76
13	CO, DZ, NG, BD, NZ, UA, PK, MA, KZ, PE	0,0002	2,2002	0,0115	32,26
14	OM, BG, PA, MO, LK, LB, JO, EC, GH, LY, AZ, DO, GT, KE, MT, CR, CY, CU, HN, CI	0,0001	2,0710	0,0095	36,32(*)
15	TZ, UY, BO, PY, SV	Menor a 0,0001	0,8576	0,0012	23,46
16	CG, NP, IS, CM		0,7208	0,0007	39,42
17	UG, ZW, NI, MU, BN, SN, JM, ML, AL, MN, KG, GN, GA, BS, AM, HT, TD, MG, BJ, NE		1,1062	0,0024	23,59(*)
18	TG, MR, RW, FJ, SL, SC, BZ, CV, BI, SB, CF, VU, GM, SD		0,2151	0,0004	14,22(*)
19	GW, TO, KM		0,0039	0,0000	ND

(*): dato estimado con la mayoría de los países miembros del grupo. ND: información no disponible, o disponible para menos de la mitad del grupo. Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.

Tabla A. 23. Indicadores según nivel de centralidad comercial (2020)

Nivel de centralidad	Países (ISO2)	Balace de poder comercial (pp.)	Retroalimentación relativa (número de veces)	Influencia sobre resto del mundo (pp.)	Exportaciones manufactureras (% de exportaciones de mercancías)
1	US, CN	1,2051	31,4178	0,1540	81,65
2	DE	0,3388	7,5618	0,0305	84,89
3	JP, FR, GB, NL	0,0731	14,4004	0,0638	75,41
4	HK, IN, KR	0,0391	9,0803	0,0305	85,32
5	IT	0,0291	2,1576	0,0100	81,00
6	SG	0,0205	2,0246	0,0097	77,47
7	IE, CA, CH, ES	0,0093	5,2355	0,0334	64,82
8	MX, RU, VN, AU, TH, TR	0,0064	7,4596	0,0341	57,62
9	SE	0,0106	1,6080	0,0045	75,61
10	AT, BR, MY, ID	0,0063	5,6141	0,0159	56,13
11	DK, SA, HU, NO	0,0032	4,3638	0,0118	48,99
12	PH, RO, FI, PT, GR, EG	0,0006	2,3820	0,0114	70,73
13	NG, UA, CL, BD, CO, AR	0,0005	2,3048	0,0068	18,99(*)
14	NZ, MA, PK, KZ, BG, DZ, PE, OM, MO, GH, CY, LK, MT, EC, DO, GT, JO, PA, KE, CR, LY, AZ, CI, HN, NP, UY, SV, PY, TZ, SN, LB, IS, BO, BN, CU, UG, CM, MN, ZW, JM, ML, AL, GN, NI, CG, MU, AM, TD, MR, HT, BJ, MG, KG, GA, RW, NE, TG, BS, FJ, SL, SC, CV, CF, BZ, BI, GM, SB, GW, VU, KM	0,0001	4,1201	0,0337	32,28(*)
15	TO	Menor a 0,0001	0,0140	0,0000	ND
16	SD	-	0,0482	0,0000	ND

(*): dato estimado con la mayoría de los países miembros del grupo. ND: información no disponible, o disponible para menos de la mitad del grupo. Fuente: FMI y BM. Elaboración propia.