

FACULTAD LATINOAMERICANA DE CIENCIAS SOCIALES  
FLACSO-ECUADOR

Maestría de Economía del Desarrollo  
2008-2010

Élites, Recursos Naturales y Desarrollo.

Víctor H. Aguiar Lozano

22 de septiembre 2010

FACULTAD LATINOAMERICANA DE CIENCIAS SOCIALES  
FLACSO-ECUADOR

Maestría de Economía del Desarrollo  
2008-2010

Élites, Recursos Naturales y Desarrollo.

Víctor H. Aguiar Lozano

Director: Wilson Pérez Ph. D.

Lectores:

Quito, Ecuador  
22 de septiembre 2010

# Élites, recursos naturales y desarrollo.

Víctor H. Aguiar L.

22 de septiembre de 2010

## Resumen

La maldición de los recursos naturales es una de las paradojas más estudiadas en la economía del desarrollo, esta consiste en que los países ricos en recursos tienen un peor desempeño económico relativo a los demás. Tal maldición también se ha explorado desde las ciencias políticas y se ha establecido una asociación empírica negativa entre riqueza natural y democracia. No obstante, la explicación actual predominante basada en la enfermedad holandesa implican una relación monotónica entre la cantidad de recursos y sus efectos negativos; lo que es refutado por la evidencia empírica. En el presente documento, se propone una nueva explicación para este fenómeno en sus facetas económica y política. En una sociedad con dos élites diferenciadas por su actividad económica y por una mayoría de trabajadores, que recibe una renta natural proveniente de un recurso de enclave; se establece que la abundancia de recursos naturales puede incentivar la cooperación entre las élites para excluir de su usufructo a la mayoría. Este hecho, tiene implicaciones sobre la elección de las instituciones políticas y la distribución de poder; así mismo forja las instituciones del mercado laboral y determina la distribución del ingreso, a la vez que afecta la asignación del factor trabajo entre los sectores productivos y por esta vía en el nivel de producción del país. Esta nueva interpretación teórica, explica la diversidad de experiencias de los países ricos en recursos y crea un vínculo causal entre recursos y desempeño económico a través de las instituciones económicas y políticas. El efecto total que tiene la riqueza natural sobre el sistema económico y político depende de los fundamentales de la economía (tecnología, inversión inicial), la estructura de la población y de las interacciones estratégicas entre los agentes.

*Dedicado a la mujer que hace mejor y hermoso cada día de mi vida; a mis padres por darme la vida y su amor incondicional; a mis hermanos por su fuerza y su cariño. A mi director Wilson Pérez por su guía y ayuda desinteresada y a todas las personas en la FLACSO-Ecuador, de quienes directa o indirectamente he aprendido a ser un mejor economista y , espero, una mejor persona. Gracias a todos.*

# Índice

<b>I</b>	<b>Introducción.</b>	<b>9</b>
1.	Introducción	9
<b>II</b>	<b>Revisión de la literatura.</b>	<b>10</b>
2.	Revisión de la literatura	10
2.1.	Las élites y el desarrollo económico . . . . .	11
2.2.	Las dotaciones naturales y el desarrollo económico . . . . .	17
2.3.	Los recursos naturales, el régimen político y la democracia. . . . .	22
<b>III</b>	<b>El modelo.</b>	<b>24</b>
3.	Un modelo de selección de equilibrios múltiples bajo mercados laborales triádicos.	24
3.1.	Instituciones . . . . .	27
3.2.	La descripción del equilibrio político y económico. . . . .	30
3.3.	La relación entre los dos equilibrios . . . . .	30
3.4.	Migración y estructura de la población. . . . .	31
4.	Autocracia y la posibilidad de revolución.	33
4.1.	La primera etapa: El juego del oro extendido. . . . .	34
4.2.	La probabilidad de triunfo de la revolución. . . . .	34
4.3.	El problema de las élites. . . . .	34
4.3.1.	Cooperación: . . . . .	34
4.3.2.	No Cooperación: . . . . .	36
4.4.	El problema de los trabajadores. . . . .	37
4.4.1.	El juego de cooperación en el espacio. . . . .	38
4.4.2.	La función de reacción de los trabajadores: . . . . .	39
4.5.	Equilibrio de Nash: bajo alianza entre élites (EA). . . . .	39
4.6.	Equilibrio de Nash: bajo no cooperación entre élites (EM). . . . .	42
4.7.	El juego completo: las condiciones para la alianza entre élites. . . . .	43
4.8.	El equilibrio económico y político: descripción. . . . .	46
5.	Experimentos numéricos: el juego de la autocracia.	49
5.1.	Modelo Base: simulación. . . . .	49
5.1.1.	La configuración base . . . . .	50
5.2.	Hallazgos: . . . . .	50
5.2.1.	Gasto bélico y pérdida de peso muerto: . . . . .	50
5.2.2.	La probabilidad del triunfo de la revolución. . . . .	51
5.2.3.	Distribución del ingreso . . . . .	52
5.3.	Pagos y equilibrio. . . . .	54

5.3.1. Terratenientes: . . . . .	54
5.3.2. Empresarios: . . . . .	54
5.3.3. Consideraciones distributivas y de bienestar. . . . .	58
<b>6. Democracia.</b>	<b>58</b>
6.1. La fijación de la tasa impositiva bajo democracia. . . . .	59
6.2. El problema de las élites . . . . .	59
6.3. El gobierno: . . . . .	60
6.4. La elección del impuesto óptimo. . . . .	61
<b>7. El cambio de régimen:</b>	<b>63</b>
7.1. La primera etapa: la transición a la democracia. . . . .	64
7.2. El gobierno. . . . .	64
7.3. El problema de los terratenientes . . . . .	65
7.4. El problema de los trabajadores . . . . .	65
7.5. Problema de los empresarios . . . . .	66
7.6. Equilibrio de Nash: el conflicto de los terratenientes contra los empresarios y trabajadores. . . . .	67
7.7. El equilibrio económico y político: bajo la opción democrática. . . . .	68
<b>8. Experimentos numéricos: cambio de régimen.</b>	<b>69</b>
8.1. Las condiciones para que surja la democracia. . . . .	69
8.2. Democracia inestable: . . . . .	71
8.3. Extensiones: el caso de un mayor nivel de inversión en el sector no agrícola. . . . .	72
<b>IV Discusión de los resultados y conclusión.</b>	<b>74</b>
<b>9. Discusión de los resultados</b>	<b>74</b>
9.1. Límites de las simulaciones numéricas. . . . .	75
<b>10. Conclusión</b>	<b>77</b>
<b>Referencias</b>	<b>78</b>
<b>V Apéndice:</b>	<b>81</b>
<b>11. Apéndice:</b>	<b>81</b>
11.1. La función de triunfo revolucionario (ecuación 11) . . . . .	81
11.2. El juego de cooperación en el espacio: . . . . .	82
11.2.1. Distancia entre los trabajadores: . . . . .	83
11.3. Obtención de la Ecuación (24) : . . . . .	86
11.4. Anexos técnicos en Mathematica. . . . .	87

## Índice de figuras

1.	El equilibrio bajo el acuerdo entre élites. . . . .	28
2.	Juego de Autocracia: Funciones de reacción de trabajadores y élite. . .	40
3.	Gasto bélico en equilibrio (juego de la autocracia) bajo las configuraciones $EA$ y tres escenarios de $EM$ . Esto es: $EM1$ con $c_x = (0.1)x$ o un 10% de destrucción del recurso natural bajo el enfrentamiento de élites, $EM2$ con $c_x = (0.5)x$ y $EM3$ con $c_x = (0.9)x$ . El rango de $x$ es $x \in [0, 4Y^*]$ , esto significa que las rentas naturales pueden ser cuándo más $\frac{8}{9}$ del ingreso total de la economía $Y_{tot}^{EM}$ . . . . .	51
4.	Probabilidad de triunfo de las élites ( $\rho \in [0, 1]$ ) en equilibrio (juego de la autocracia) bajo las configuraciones $EA$ y tres escenarios de $EM$ . Esto es: $EM1$ con $c_x = (0.1)x$ o un 10% de destrucción del recurso natural bajo el enfrentamiento de élites, $EM2$ con $c_x = (0.5)x$ y $EM3$ con $c_x = (0.9)x$ . El rango de $x$ es $x \in [0, 4Y^*]$ . Origen ubicado en $(0, 0.5)$ . . . . .	52
5.	Curva de Lorenz: comparativa entre distribución del ingreso económico con $EA$ y $EM$ . Con 10 habitantes la curva es irregular. . . . .	53
6.	Pago esperado: terratenientes. . . . .	55
7.	Diferencia del pago esperado entre la configuración $EA$ y tres escenarios de la configuración $EM$ . . . . .	55
8.	Pago esperado: empresarios. . . . .	56
9.	Diferencia del pago esperado para los empresarios: entre la configuración $EA$ y tres escenarios de la configuración $EM$ . El origen está ubicado en $(0,0)$ . Cuándo, las líneas sobrepasan el eje horizontal los terratenientes tienen un mayor pago esperado bajo $EA$ que bajo $EM$ . . . . .	56
10.	Pago Esperado de los Trabajadores: autocracia. . . . .	57
11.	Diferencia del pago esperado de los trabajadores respecto a la configuración $EA$ , de los tres escenarios $EM$ . El origen está en $(0,0)$ y las líneas debajo del eje horizontal implica una diferencia negativa, o que el pago esperado bajo $EM$ es superior a $EA$ . . . . .	57
12.	Escenario 3 con $c_x = 0.9x$ . La leyenda indica en su primer letra el grupo de agentes al cuál corresponde el pago esperado, y como subíndices la configuración del sistema político ( $\xi \in \{A, D, DB\}$ ), seguido de la configuración del sistema económico ( $eq \in \{EA, EM\}$ ), y termina con el índice del escenario de $c_x$ analizado ( $escenarios \in \{1, 2, 3\}$ ) . . . . .	70
13.	Escenario 2 con $c_x = 0.5x$ . La leyenda indica en su primer letra el grupo de agentes al cuál corresponde el pago esperado, y como subíndices la configuración del sistema político ( $\xi \in \{A, D, DB\}$ ), seguido de la configuración del sistema económico ( $eq \in \{EA, EM\}$ ), y termina con el índice del escenario de $c_x$ analizado ( $esc = 2$ ) . . . . .	72
14.	Escenario 1 con $c_x = 0.1x$ . La leyenda indica en su primer letra el grupo de agentes al cuál corresponde el pago esperado, y como subíndices la configuración del sistema político ( $\xi \in \{A, D, DB\}$ ), seguido de la configuración del sistema económico ( $eq \in \{EA, EM\}$ ), y termina con el índice del escenario de $c_x$ analizado ( $esc = 1$ ) . . . . .	73

15. Resultados del juego total en el mundo paralelo cuándo  $n_e^{pa} = 0.15n^{na}$ . En el eje vertical se pueden observar los pagos esperados del mundo paralelo:  $E^{pa}(V_{\varphi \in \{o,e,l\}})$  mientras que en el eje horizontal se se presenta la renta natural que es idéntica para los dos mundos:  $x$ . . . . . 88
16. Escenario 3:  $c_x = 0.9x$  en el mundo paralelo cuándo  $n_e^{pa} = 0.15n^{pa}$ . Notar que el tamaño de la renta natural  $x$  es idéntico al mundo original y se presenta como proporciones de los pagos del mundo original, para facilitar la comparación. En el eje vertical se pueden observar los pagos esperados del mundo paralelo:  $E^{pa}(V_{\varphi \in \{o,e,l\}})$  mientras que en el eje horizontal se se presenta la renta natural que es idéntica para los dos mundos:  $x$ . . . . . 89

## Parte I

# Introducción.

## 1. Introducción

Se acepta que existe un fuerte vínculo entre malas instituciones y el pobre desempeño económico de los países en desarrollo (Guriev y Sonin, 2009; Acemoglu, 2006). También se ha observado la llamada maldición de los recursos naturales, según la cuál los países con abundante riqueza natural tienen un menor crecimiento económico (Sachs y Warner, 1995, 2001). Estos dos hechos pueden estar relacionados (Easterly y Levine, 2003; Bulte y Damania, 2008), pero los mecanismos por los cuáles la presencia de recursos afecta a la instituciones económicas y políticas y por esta vía al desarrollo han sido poco explorados de manera formal. La explicación tradicional para los efectos perniciosos de la abundancia de recursos naturales sobre el desempeño económico de los países ha sido la enfermedad holandesa. No obstante, tal explicación predice una relación monotonía o uno a uno entre la cantidad de rentas provenientes de los recursos y los problemas económicos, lo que está en contra de la evidencia empírica actual (Robinson et al., 2006).

La existencia de historias exitosas de países ricos en dotaciones naturales que han logrado canalizar los recursos para incrementar el bienestar de la mayoría ha llamado la atención de los teóricos sobre los factores que determinan si la riqueza natural es una maldición o una bendición (Acemoglu et al., 2002). Se ha afirmado que los países con instituciones de buena calidad son menos proclives a sufrir la maldición (Robinson et al., 2006). No obstante, una nueva línea de investigación estudia la relación de los recursos naturales con la elección de las instituciones por parte de las élites y su impacto, por esta vía, sobre el sistema económico (Acemoglu et al., 2001). Esta nueva forma de comprender al fenómeno de la maldición de los recursos naturales tiene la ventaja de endogenizar a las instituciones y no considerarlas como dotaciones históricas o culturales.

Adicionalmente, existe evidencia de otras facetas de la maldición de los recursos naturales. La faceta política, afirma que la abundancia de rentas naturales lastiman las posibilidades de implantación o la estabilidad de la democracia (Ross, 2001). Así mismo, pueden fortalecer los regímenes autocráticos, mediante la vía de la opresión y de la generación de redes clientelares (McSherry, 2006). La segunda faceta consiste en sus propiedades conflictivas, es decir, en la propiedad de las rentas de recursos naturales para incentivar la violencia y la confrontación dentro de una sociedad (Billon, 2001).

En el presente trabajo, se trata de demostrar que el rol de las élites, minorías (ricas) que dominan a la mayoría (pobre) (Acemoglu, 2008), es fundamental para determinar el efecto de los recursos naturales sobre el desarrollo de una sociedad. Particularmente, la presencia de recursos naturales puede incentivar la cooperación entre las élites de un país, con el fin de excluir del usufructo de la riqueza natural a la mayoría. Tal alianza, disminuirá la posibilidad del triunfo de una revolución de los trabajadores o de un acuerdo para implantar la democracia. Así también, la abundancia de recursos naturales tienen consecuencias negativas sobre el reparto equitativo de las rentas del recurso y del ingreso en la sociedad. Finalmente, tal arreglo tendrá efectos sobre la

persistencia de instituciones laborales cohesivas con consecuencias negativas sobre el nivel de producción y sobre el bienestar de la mayoría.

Para lograr tal cometido, se realiza una breve revisión de literatura empírica y teórica que relaciona el rol de las élites sobre el desarrollo y sobre la elección de instituciones económicas y políticas y las explicaciones e interpretaciones sobre la maldición de los recursos naturales desde sus facetas económica, política y conflictiva. En seguida, se presenta un modelo de explotación laboral en mercados agrícolas, con relaciones de poder triádico de Basu (1986; 2000) que relaciona formalmente a estos tres componentes en un marco de múltiples equilibrios siguiendo a Matsuyama (1991) y a Graham y Temple (2006). Se presenta una explicación alternativa a la enfermedad holandesa para el mal desempeño económico de algunas economías ricas en recursos. Luego, se plantea un modelo extendido que considera la posibilidad de revolución de los trabajadores y modeliza la transición a la democracia. Este modelo, por su complejidad estructural es estudiado con la ayuda de simulaciones numéricas que complementan al tratamiento analítico. Para terminar se discuten las principales implicaciones y limitaciones de la explicación propuesta y se concluye.

## Parte II

# Revisión de la literatura.

## 2. Revisión de la literatura

La maldición de los recursos naturales tiene diferentes rostros: un mal desempeño económico de los países ricos en recursos en promedio aunque con importantes excepciones; una relación negativa con la democracia; y un mayor nivel de conflictividad social. Estas tres observaciones han sido exploradas desde la economía y las ciencias políticas generalmente de manera separada. No obstante, tales facetas están potencialmente relacionadas y en este trabajo se explora la posibilidad de que el rol de las élites tanto en el proceso político y económico sea el vínculo que permita asociarlos de manera causal. En esta sección, se presenta una breve revisión de literatura que tiene el objetivo de exponer las principales piezas del rompecabezas sobre esta aparente paradoja y dejar expuestos los puntos sobre los cuáles se pretende mejorar la explicación con el modelo de la tercera sección.

**Observación 1.** La maldición económica de los recursos naturales: Los países ricos en recursos naturales crecen más lento en promedio que los países que no lo son. Pero la relación entre recursos naturales y desempeño económico no es monotónica.

**Observación 2.** La maldición política de los recursos naturales: Los recursos naturales tienen propiedades antidemocráticas, especialmente el petróleo y la riqueza mineral.

**Observación 3.** Muchas revoluciones están vinculadas a las rentas derivadas de los recursos naturales.

En la primera parte de esta revisión teórica, se discute la nueva y fructífera literatura sobre el papel de las élites y el desarrollo económico. Tal cuerpo teórico, ha iniciado

una nueva línea de investigación en la economía de la corriente principal que trata de explicar la elección estratégica de instituciones políticas en un ambiente que considera de manera conjunta al sistema político y económico. Esta literatura, explora el cambio endógeno entre regímenes políticos y sus efectos sobre la economía. En seguida, se presenta un recuento de la evidencia y tratamientos teóricos sobre el rol de las dotaciones naturales sobre el desempeño económico. En esta subsección se trata de exponer las falencias de la explicación tradicional de la enfermedad holandesa y se subraya el rol de las instituciones. Por último, en la tercera parte de este recuento teórico se discute el papel de los recursos naturales sobre el sistema político, en especial, se subraya el papel nocivo de la abundancia natural sobre la democracia y su papel para exacerbar conflictos al interior de un país.

## 2.1. Las élites y el desarrollo económico

La investigación sobre el rol de las instituciones políticas y económicas sobre el nivel de desarrollo de una economía es un área de investigación activa en la economía del desarrollo desde las contribuciones de North (1989). Se reconoce el rol de las buenas instituciones sobre un alto nivel de desarrollo de los países pero persiste una interrogante fundamental: ¿porqué las instituciones ineficientes surgen y se mantienen? Acemoglu (2006) propone una explicación plausible, son las acciones de las élites, minorías ricas que domina a la mayoría pobre, que para proteger sus privilegios, manipulan los precios de los factores, bloquean cambios tecnológicos y dan forma a las instituciones políticas y económicas de una sociedad. De esta manera, logran consolidar su poder político y asegurarse beneficios económicos. El trabajo de Olson (1993), es el primero en relacionar desde la ciencia política el rol de las élites gobernantes, el régimen político y el desempeño económico. Este autor, argumenta que la presencia de un bandido estacionario, un dictador, que monopoliza y racionaliza el robo en la forma de impuestos, es superior a una anarquía con un robo descoordinado la cuál elimina los incentivos para invertir y producir. Pero también, argumenta que un autócrata cuándo espera un período de gobierno corto, tiene el incentivo de confiscar los activos de la economía y actuar como un bandido común. Él argumenta, que la incertidumbre sobre la sucesión en las autocracias implica que las economías bajo este sistema no tengan un buen desempeño económico a largo plazo. Este argumento, relaciona por primera vez de manera causal al sistema político con el económico y subraya el rol de la élite gobernante sobre el desempeño económico. Se debe notar, que Olson no propone un mecanismo claro por el cuál surge la democracia sino que argumenta que esta proviene de un accidente histórico que permite que el balance del poder y la dispersión de los recursos sean tales que permitan al líder de un grupo dominar a los demás.

El estudio formal de la transición de regímenes políticos, componente crucial de la relación entre las élites y el desarrollo económico, comenzó desde el trabajo seminal de Acemoglu y Robinson (2000b) sobre la extensión del sufragio en occidente. Desde esta contribución, se ha iniciado una línea de investigación en la economía de la corriente principal que subraya el papel del cambio negociado o estratégico entre regímenes políticos y sus efectos sobre el sistema económico. En otras palabras, los autores proponen una explicación de cómo afecta la distribución del poder al desempeño económico y a la distribución económica en una sociedad. Estos autores explican la implantación

de la democracia, entendida como la extensión del derecho a voto para la mayoría, como un compromiso creíble de las élites ricas con la mayoría pobre para evitar la revolución y la posible expropiación de los primeros.<sup>1</sup> Esta sería la razón subyacente de los grandes cambios distributivos (que mejoraron la equidad) y de régimen político (de la autocracia a la democracia) en la Europa occidental del siglo XIX. Cabe notar que en el modelo propuesto (y en los trabajos inspirados en este), en el espíritu de Gaetano Mosca, se divide a la sociedad en dos grupos: la élite, una minoría rica; y la mayoría pobre (trabajadores) que es dominada por la primera (en un inicio). Además, se trata de manera conjunta el equilibrio político y el equilibrio económico. Esta forma de modelizar ha tenido algunas fructíferas extensiones que relacionan el cambio de régimen con el nivel de producción de la economía, la acumulación de capital físico y humano.

En la misma línea, Llavador y Oxoby (2005) formulan un modelo teórico que relaciona el nivel de crecimiento económico de un país con la estructura social del mismo. Para ellos, la distribución del poder o quién controla el país es fundamental para explicar el desempeño económico. Particularmente, se considera una élite fraccionada en sus intereses económicos: que tiene representación política en dos partidos, que utilizan estratégicamente la extensión del derecho a voto para influenciar las políticas implementadas por el gobierno y que por esta vía afectan al crecimiento económico.<sup>2</sup> El gobierno, no realiza transferencias redistributivas (como en el modelo de Acemoglu y Robinson) sino que puede realizar obras públicas que tienen efectos asimétricos sobre los sectores económicos: agrícola (terratenientes y trabajadores agrícolas) e industrial (capitalista y los trabajadores de este sector). Debido a que el sector industrial es más productivo (los dos sectores tienen rendimientos decrecientes a escala) las obras en este sector significarían un mayor crecimiento económico. La sociedad parte de una oligarquía con derechos limitados al voto, por nivel de ingreso, pero las élites pueden modificar las instituciones políticas y extender estratégicamente a una parte de la mayoría excluida los derechos al sufragio para favorecer su poder político. En otras palabras, la élite en el poder puede extender el derecho al voto a una parte de los trabajadores cuándo espera que los últimos voten por políticas favorables a su sector económico. Bajo ciertas condiciones, se puede llegar al sufragio universal. Las predicciones de su modelo son que las condiciones para que una sociedad alcance el crecimiento endógeno y el sufragio universal son: una masa pequeña de la élite terrateniente, una masa crítica de la élite capitalista y un número inicial importante de trabajadores industriales. Así, el equilibrio político y económico se interrelacionan por el papel de las élites. Es más, en el modelo de Llavador y Oxoby, la élite heterogénea es la única conductora de todos los cambios políticos y sus acciones y conflictos determinan el desempeño económico de la sociedad y a diferencia de Acemoglu y Robinson (2000b) los trabajadores no tienen otro rol que votar y no pueden organizarse para derrocar el régimen reinante.

Otra extensión es el modelo de Bourguignon y Verdier (2000) que estudian la extensión del derecho a sufragio (la democracia) cuándo la educación es tanto el motor

---

<sup>1</sup>La decisión de la élite homogénea depende de la probabilidad de triunfo de la revolución de la mayoría, que es exógena, pero que se argumenta depende de su nivel de organización y la decisión de iniciar una revolución de los trabajadores depende del nivel de destrucción causado por la revolución que también es considerado exógeno. En el presente trabajo se endogeniza estos dos elementos.

<sup>2</sup>Su supuesto clave en su modelo de competencia entre los dos partidos es que cada uno representa de manera perfecta los intereses económicos de las élites.

del crecimiento (capital humano) como el determinante de la participación política (requerimientos educativos para votar). En este modelo, la sociedad inicialmente está controlada por una élite educada, mientras que la mayoría pobre no lo es. La élite decide, en base a sus motivaciones políticas y económicas, si invierte en la educación de los trabajadores. El problema de la élite (trade-off) es que trabajadores más educados pueden generar un mayor excedente social del que pueden apropiarse pero su mayor nivel de educación puede cambiar la participación política en favor de los trabajadores arriesgándose así a políticas redistributivas que pueden perjudicarlos. Este modelo es dependiente de las condiciones iniciales y puede generar una forma de trampa de pobreza, en el cuál los países quedan atrapados en bajos niveles de educación, participación política y producción junto a una alta inequidad en los ingresos. Su principal predicción es que un nivel inicial alto de inequidad en el ingreso afecta negativamente la posibilidad de que un país se convierta en democrático y además afecta negativamente a su nivel de crecimiento económico.

Rosendorff (2001), en el espíritu de Acemoglu y Robinson (2000b), formula un modelo en el cuál las élites escogen estratégicamente extender la democracia frente a la posibilidad de revolución por parte de los trabajadores. Este autor es uno de los primeros (en la literatura de cambio de régimen) en modelizar explícitamente el problema de cooperación de los trabajadores (considerando el problema del polizón) para llevar a cabo una revolución y también la probabilidad de triunfo de esta actividad así como el nivel de destrucción causado por el conflicto de los trabajadores y las élites en la sociedad. Este modelo considera de manera simultánea el equilibrio político y el equilibrio económico, dónde los agentes cooperan en las transacciones económicas pero se enfrentan por el poder. Bajo autocracia, las élites destinan una parte de su ingreso para gastos bélicos o actividades contrarrevolucionarias que les permiten proteger sus privilegios. Los trabajadores contribuyen voluntaria y estratégicamente a la revolución para derrocar a las élites del poder y expropiarlas. Las élites pueden extender la democracia, en cuyo caso los trabajadores escogen la tasa impositiva. En este punto, este modelo difiere del los ya presentados, debido a que para modelizar el problema de la acción colectiva de los trabajadores se tiene que abandonar el supuesto de un continuo de agentes (en el sentido de Aumann (1966)), que complica el tratamiento del equilibrio político y la fijación de la tasa impositiva (no hay teorema del votante mediano y todo impuesto sería totalmente expropiativo)<sup>3</sup> lo que es subsanado introduciendo la posibilidad de que las élites puedan sacar del país sus activos para evitar que sean gravados. Esto crea una cota superior para la tasa impositiva elegida para la democracia. Las predicción central de este modelo es que una distribución del ingreso más plana (más equitativa) y un menor tamaño relativo de la población de trabajadores respecto a las élites pueden favorecer la implantación de la democracia. Claramente, se crea un vínculo entre la estructura social y la fuerza bélica relativa con el régimen político establecido y por esta vía a la distribución de los ingresos en la economía. No obstante, en este modelo, se considera una élite homogénea y un sólo sector económico lo que limita el análisis sobre el impacto de las élites sobre la producción. El autor presenta un estudio de caso para soportar las predicciones de su modelo, esto es la transición a

---

<sup>3</sup>Utilizado por Acemoglu y Robinson (2000b), Bourguignon y Verdier (2000) y Llavador y Oxoby (2005), que es estándar en la literatura sobre impuestos endógenos y equilibrio político y económico simultáneos.

la democracia en Sudáfrica. El autor muestra evidencia descriptiva sobre el cambio en la estructura del ingreso, una reducción en la inequidad acompañada de un cambio de la estructura poblacional (un menor ratio de negros a blancos). Rosendorff, menciona que las instituciones no son escogidas debido a que son más eficientes sino a los efectos esperados que tiene sobre la distribución de la riqueza en la sociedad.<sup>4</sup>

Los efectos de las acciones de las élites de una sociedad sobre el sistema económico, no sólo se produce por las instituciones políticas y el régimen establecido, sino que puede afectar a las instituciones económicas (y sociales) como las laborales. El rol de las élites sobre la existencia de mercados laborales coercitivos (y por esta vía sobre el crecimiento y distribución) ha sido explorado por Basu (1986; 2000) y Acemoglu y Robinson (2008).

El trabajo de Basu explora por primera vez en la literatura económica el rol del poder triádico en los mercados laborales y cómo las élites, mediante un acuerdo interno, pueden explotar a los trabajadores. También, proporciona un mecanismo de selección de equilibrios, en el cuál, la presencia de incentivos económicos pueden facilitar la cooperación de las élites en la explotación de un recurso común. Particularmente, Basu formula un modelo de explotación laboral rural o feudal, dónde el latifundista es capaz de ofrecer un salario por debajo de la productividad marginal al trabajador. Esto ocurre cuándo el primer agente (latifundista) puede evitar que un tercer agente, el comerciante o banquero, haga negocios con el segundo (el trabajador). En este modelo, los latifundistas y comerciantes tienen un recurso común, el cuál pueden explotar de manera consensuada (cooperación) o de manera descoordinada. La forma en que el primer agente logra ejercer el poder triádico sobre los trabajadores, es que realiza una amenaza de no cooperar (en el juego del recurso natural) con el tercer agente si este comercia con un trabajador que haya rechazado el salario que el primero ofrece. Así, cuándo las potenciales pérdidas del comerciante de no cooperar con el latifundista superan las ganancias de comerciar con el trabajador, la opresión laboral es un equilibrio de Nash perfecto en subjuegos, es decir, la amenaza del latifundista es creíble. Basu llama la atención sobre la naturaleza de este equilibrio, que es represivo en el sentido que el trabajador no se enfrenta a la opción de aceptar o rechazar una transacción con el latifundista al salario propuesto como en un mercado laboral neoclásico, sino que sus opciones son o aceptar el salario del latifundista o no comerciar con ningún agente en la economía (en este caso sólo hay tres agentes).

Acemoglu y Robinson (2008) formulan un modelo dónde las instituciones económicas, específicamente, las regulaciones del mercado laboral emergen de la interacción entre las instituciones políticas, que asignan entre las diferentes clases sociales el poder *de jure* o poder político y el poder *de facto* -fuerzas paramilitares, corrupción y lobby-. En este marco teórico se muestra cómo la extensión de la democracia, es decir, el control del poder político por parte de los ciudadanos no implica que existan instituciones laborales favorables a los trabajadores ya que las élites pueden invertir en poder *de facto* para ejercer un dominio sobre la mayoría. La estructura de la economía y de la población son fuerzas fundamentales que determinan la distribución del poder y por

---

<sup>4</sup>Este artículo, tiene un valor técnico importante ya que endogeniza los dos aspectos más débiles del trabajo seminal de Acemoglu y Robinson (2000b) y en el presente trabajo se propone un modelo que utiliza su mecanismo de cooperación entre trabajadores y enfrentamiento bélico, aunque en un diferente contexto y con otras características y fines.

esta vía a las instituciones del mercado laboral. Por ejemplo, si existe sectores alternativos al sector agrícola que tienen mayores niveles de productividad, las élites ganan menos de la represión y pueden emerger con mayor facilidad instituciones favorables a los trabajadores. También es importante el número de integrantes de la élite. Particularmente, un número pequeño puede solucionar su problema colectivo con mayor efectividad y escoger las instituciones favorables a sus intereses. Finalmente, el modelo de estos autores predice que sólo una ventaja política (poder *de jure*) muy grande controlado por los trabajadores puede volver a la democracia (no atrapada por el poder de facto de la élites) un estado absorbente.<sup>5</sup>

Se presenta como evidencia empírica el caso del sur de Estados Unidos, dónde luego de la guerra civil que entregó poder político a los antes esclavos afroamericanos, se comenzó por parte de las élites blancas un mecanismo de poder de facto. Este consistía en la intimidación sistemática y el control dentro de sistemas similares a la plantación con bajos salarios y baja movilidad laboral. El Código Negro (Black Code) en Alabama introducido en 1865 fue diseñado para garantizar a los dueños de las plantaciones una oferta confiable y barata de trabajo al bloquear la movilidad y la competencia en el mercado laboral.<sup>6</sup>

También se cita el caso de persistencia de élites en Latinoamérica. En América Central 48 presidentes son descendientes directos de dos conquistadores que arribaron en el siglo XVI: Cristóbal de Alfaro y Juan Vázquez de Coronado. En Colombia las élites han podido adaptarse e implementar diferentes estrategias para capturar la democracia. Para los autores, los principales mecanismos han sido: dominación política de los partidos, fraude electoral y el bloqueo a la libre entrada de nuevos partidos. Se ha utilizado la violencia y el asesinato de líderes y candidatos rivales. Ellos argumentan que esta estructura política ha tenido como consecuencia económica la represión laboral y los bajos salarios en estos países.

Otra forma en la cuál las élites económicas pueden afectar a la economía, viene de la hipótesis de los perdedores políticos como barrera al desarrollo de Acemoglu y Robinson (2000a), dónde se afirma que las élites gobernantes se pueden oponer a la adopción de una tecnología superior debido a que esta puede amenazar su hegemonía política. Esto ocurre por ejemplo, cuándo la nueva tecnología aumenta los ingresos económicos de otro grupo, el cuál con esta riqueza puede ser una amenaza al poder de la élite reinante y evitar que este pueda aprovecharse de los mayores excedentes mediante la exigencia de tributos. Tal hipótesis se ilustra con la difusión dispar del ferrocarril en el mundo, esta tecnología fue bloqueada allí dónde las élites feudales o terratenientes predominaban como es el caso de Rusia y el Imperio Autro-Húngaro que temían a cambios políticos y sociales producidos por tal salto tecnológico.<sup>7</sup>

---

<sup>5</sup>En el sentido de un estado absorbente en una cadena de Markov.

<sup>6</sup>Las élites blancas utilizaron el terror organizado mediante las acciones del Klan y además ejercieron control sobre la propiedad de la tierra y favorecieron el bajo acceso a la educación de la población afroamericana. El colapso de la élite sureña y este mecanismo de poder de facto, colapsó según estos autores debido a la Gran Depresión y a la alta emigración de la población afroamericana así como la mecanización de la cosecha de los productos de la zona. Resalta también el papel de la acción colectiva representada en el movimiento por los Derechos Civiles.

<sup>7</sup>En Ecuador, la tardía terminación del ferrocarril entre Quito y Guayaquil se hace bajo la Revolución Liberal que significó un cambio del polo de poder desde la sierra latifundista a la costa importadora-exportadora y que fue seguido del fin de la autarquía económica serrana y la decadencia

Los trabajos presentados hasta este punto, proponen una explicación sobre cómo se relacionan las acciones de las élites, minorías ricas con poder político en las condiciones iniciales, con el régimen político establecido en una sociedad (instituciones políticas), con las instituciones del mercado laboral (instituciones económicas) y con las tecnologías adoptadas en la economía. De esta manera, un cuadro emerge en el cuál se relaciona las acciones de las élites para proteger su posición, y las consecuencias que tienen sobre el régimen político y el desempeño económico de una sociedad. No obstante, en esta línea de investigación no se ha considerado el rol de los recursos naturales, que es el problema fundamental en la presente investigación. Tal relación cómo se verá en lo que resta de la investigación, su presencia no es trivial, ya que existe evidencia empírica importante que sugiere el efecto negativo de una abundante dotación de recursos naturales (especialmente minerales) sobre la posibilidad de implantación de regímenes autocráticos y de revolución, descontento social y guerra civil. También, existen algunos trabajos teóricos que relacionan la presencia de recursos naturales y el desempeño económico a través de los incentivos políticos de la sociedad. Destaca el trabajo de Robinson et al. (2006), que explora los fundamentos políticos de la maldición de los recursos naturales (entendida como un pobre desempeño económico en los países ricos en recursos y que se revisitará más adelante). Estos autores argumentan que son los incentivos políticos generados por las dotaciones naturales, los que determinan si los recursos son o no una maldición. El resultado principal del modelo es que el efecto total de un boom de recursos naturales (una subida de sus precios) depende de manera crítica de la calidad de instituciones de un país, en este caso, se considera buenas instituciones a aquellas que promueven la rendición de cuentas y eficacia del estado. Los países que las poseen se beneficiarán de la bonanza. Los autores muestran que los políticos tienden a sobreextraer el recurso natural debido a que descuentan (demasiado) el futuro y que un boom puede aumentar el valor de tener el poder, y puede crear incentivos en los políticos gobernantes para influenciar el resultado de las elecciones venideras aumentando la asignación ineficiente de recursos en la economía. La investigación de Robinson et al. toma como exógenas a las instituciones políticas, por lo queda inexplorada la posibilidad de que la abundancia de recursos naturales afecte la formación de las mismas, un tema que se trata de subsanar en el presente documento.

Otro trabajo que relaciona la abundancia de recursos naturales y el rol de las élites en el desarrollo es Sokoloff y Engerman (2000). Estos autores afirman que en Latinoamérica, la presencia de dotaciones como el espacio abundante y minerales favoreció el surgimiento de élites agrícolas y mineras. La especialización en cierto tipo de productos primarios (commodities) que utilizaban instituciones laborales opresivas favorecieron a su vez la concentración del poder y de la tierra. Las élites preservaron su hegemonía utilizando: restricciones al voto y a la ciudadanía, distribución restringida de las tierras públicas y los derechos para la minería, así como un bajo acceso a la educación. Adicionalmente, los autores mencionan que la expropiación de tierras y la extrema concentración son aún el día de hoy una característica común en esta región. Estas élites, han influenciado leyes claves relacionadas con las corporaciones, instituciones financieras, patentes y regulación industrial. Transferencias, subsidios y ayudas han sido entregadas a bancos, empresas y corporaciones bajo las presiones de las élites. De acuerdo a los autores, las élites se oponen a las instituciones democráticas debido

---

del sistema hacienda.

al miedo a que la mayoría gane poder y la consecuente redistribución del ingreso y las pérdidas de las rentas. Así, los requerimientos para votar significaron democracias limitadas con una pequeña parte de la población representada.

En la presente investigación se formula un modelo que combina los elementos de la transición a la democracia, el poder triádico para crear instituciones laborales opresivas y la determinación del equilibrio político y económico de manera (simultánea o secuencial) interrelacionada para generar un mecanismo en el cuál se selecciona un equilibrio de los múltiples posibles. Todo esto, con la presencia de un recurso natural que es el centro de la atención y que altera fundamentalmente las relaciones entre los componentes y agentes de este sistema social.

## **2.2. Las dotaciones naturales y el desarrollo económico**

El trabajo seminal de Sachs and Warner (1995) trajo al debate uno de los hechos estilizados más sorprendentes, en sus palabras, del desarrollo económico. Esto es, que los países con abundantes recursos naturales han tendido a crecer más lentamente que las economías sin dotaciones substanciales. Así, se dio origen al estudio sistemático de la llamada maldición de los recursos naturales. Sachs y Warner (2001) estiman que un incremento en una desviación estándar en la intensidad del recurso natural, en promedio 16 % del Producto Interno Bruto (PIB) de un país lleva a la reducción de alrededor de un punto porcentual por año en el crecimiento económico. Otros autores han confirmado esta asociación empírica inversa entre la riqueza en recursos naturales y un pobre crecimiento económico (en promedio), Sala-i-Martin (1997) clasifica a la dependencia de recursos naturales como uno de las variables significativas más robustas con una correlación negativa con la tasa de crecimiento. Debido al carácter contraintuitivo de esta observación empírica se han desarrollado varias hipótesis teóricas para explicarlo. La principal desde el análisis económico convencional es la llamada hipótesis de la Enfermedad Holandesa (Dutch Disease). Tal mal consiste, en que un boom de un recurso natural resulta en la apreciación del tipo de cambio seguido de una contracción del sector manufacturero exportador. Estos efectos son aún más perjudiciales para la economía si el sector manufacturero tiene externalidades positivas y rendimientos crecientes a escala.

Sachs y Warner (2001; 1995) mencionan que los modelos de enfermedad holandesa demuestran que la existencia de un sector de recursos naturales importante, o un boom en estos sectores afectan la distribución del empleo a través de la economía, así también el efecto riqueza desvía recursos a los sectores no exportables. Estos cambios sectoriales, pueden tener importantes efectos sobre el crecimiento a largo plazo, tal cómo se muestra en el trabajo de Matsuyama (1991) en un modelo con dos sectores (agrícola y manufacturero) y con externalidades positivas en el segundo sector. Una fuerza que mueva a la economía lejos de la actividad manufacturera, que tiene un beneficio social mayor al privado, disminuye la tasa de crecimiento ya que afecta negativamente el crecimiento del sector manufacturero basado en el conocimiento (learning-by-doing). De esta manera, la proporción de trabajo asignada al sector agrícola es perjudicial para la economía ya que pudiese ser empleada con el sector manufacturero con rendimientos crecientes a escala. Sachs y Warner (1995) extienden el modelo de Matsuyama para que tenga tres sectores: recursos naturales (que sólo requiere trabajo), manufacturero

exportable (trabajo y capital) y un sector que produce bienes no exportables (trabajo y capital). El resultado principal es que una mayor dotación de recurso natural causa una mayor demanda en el sector no exportable lo que a su vez induce una menor proporción de capital y trabajo asignando al sector manufacturero. Por este motivo, en la presencia de un boom de recursos naturales el sector manufacturero se reduce y el sector no exportable se expande.

Otras explicaciones para el mal desempeño económico (bajo crecimiento) de los países ricos en recursos consideran que: (i) la abundancia de recursos naturales (un boom) puede desplazar (crowd-out) la inversión pública y privada en educación y capital humano (Gylfason, 2001), (ii) o que puede disminuir los incentivos para el emprendimiento (Sachs y Warner, 2001). (iii) También se considera que el boom de recursos naturales puede también afectar al sector manufacturero debido a la falta de inversión resultado de la interacción entre los retornos volátiles de los recursos naturales y las tasas de interés endógenas con mercados de capital imperfectos (Hausmann y Rigobon, 2003).

La explicación tradicional a la maldición económica de los recursos naturales es la enfermedad holandesa. No obstante, como se vio de la explicación de Sachs y Warner, el mecanismo subyacente predice que los efectos negativos de la abundancia de un recurso natural son monotónicos. La evidencia empírica actual contradice esta predicción, por lo que una hipótesis satisfactoria de la maldición de los recursos naturales debe poder explicar porqué afecta el crecimiento de unos países y afecta el de otros (Robinson et al., 2006). Por ejemplo, hay evidencia de micro datos como es el caso de Angrist y Kugler (2008), que estudian el impacto del boom de la coca en Colombia. Los autores encuentran efectos limitados sobre los salarios de los jóvenes (que además son concentrados) y en cambio se tiene evidencia de un impacto importante sobre el nivel de violencia en las regiones rurales dónde se cultiva la coca. Angrist y Kugler, afirman que tales resultados son consistentes con una forma de la maldición de los recursos naturales ligada a la presencia de grupos buscadores de rentas que entran en conflicto para apropiarse de sus beneficios.<sup>8</sup> También, a nivel macro Leite y Weidmann (2002) encuentran que la variable de dependencia del recurso natural deja de ser significativa (en una regresión con la tasa de crecimiento en la variable independiente) cuándo se controla por una variable que mide el nivel de corrupción del gobierno de un país.<sup>9</sup> En esta línea, es importante notar la presencia de importantes observaciones extremas, es decir, países ricos en recursos naturales con un buen desempeño económico, como son: Botswana, Canadá, Noruega, Australia entre otros. Mehlum et al. (2006) presentan un modelo teórico en cuál sólo las economías que tienen instituciones favorables a los recolectores (*grabbers*) y tienen abundantes recursos naturales tienen un bajo crecimiento económico mientras que las sociedades que tiene instituciones favorables a los productores pueden utilizar la riqueza natural para generar crecimiento. Estos autores, mencionan que de los 15 países con gran riqueza natural y buen desempeño económico la mayoría de ellos tiene buenas instituciones (medida con un índice de riesgo político).

---

<sup>8</sup>La estrategia de identificación utiliza una fuente de variación exógena proveniente de la política anti droga de Estados Unidos en Colombia, que forzó a un desplazamiento de la producción de droga hacia las zonas más rurales y alejadas.

<sup>9</sup>El estudio de cómo los recursos naturales afectan la búsqueda de rentas y la corrupción en regímenes democráticos es una línea de investigación muy relevante, pero en el presente documento el interés está en el cambio de régimen. Además, tal tema ha sido desarrollado con muy buenos resultados por Bulte y Damania (2008).

También presentan evidencia econométrica que utiliza los mismos datos que Sachs y Warner (2001), para mostrar que cuándo se controla por la calidad de instituciones los resultados tradicionales sobre la maldición de recursos naturales (asociación negativa de la medida exportaciones primarias respecto al PIB con el crecimiento económico) desaparece.

En un estudio de caso y econométrico, Acemoglu et al. (2002) demuestran que Botswana ha tenido la tasa de crecimiento económico per-cápita más alta de todo en mundo en los últimos 35 años. Este país, según los autores tuvo condiciones iniciales desfavorables pero buenas instituciones. Luego de la independencia de los británicos, la infraestructura era mínima, el capital humano ínfimo (100 personas habían terminado la secundaria) y no existían ingresos de recursos naturales. No obstante, una combinación de factores que incluyen: instituciones tribales que favorecían la rendición de cuentas y que generaban estabilidad política; junto a decisiones acertadas de los primeros líderes; y restricciones institucionales (sobrevivientes a la ocupación colonial poco invasiva) que limitaban los incentivos para la búsqueda de rentas; lograron que este país tenga un desempeño económico superior a otros países africanos similares (como Lesotho). Cabe notar que este trabajo histórico, los autores, atribuyen el éxito de este país africano tanto a las instituciones de buena calidad<sup>10</sup> heredadas, como a las elecciones acertadas del gobierno que convergieron con los intereses de los jefes tribales y de los dueños del ganado (la élite del país). Esta élite, al estar sus intereses alineados con el progreso de todo el país y al enfrentarse a restricciones políticas que limitaban sus incentivos para buscar rentas permitieron la elección de buenas instituciones económicas y políticas, no intentaron apropiarse de las rentas de los diamantes por el miedo de "romper el bote" del cuál todos se beneficiaban.<sup>11</sup> En suma, la evidencia en contra de la historia de la enfermedad holandesa, ha llevado a los teóricos a enfocarse en el rol de las instituciones sobre la existencia o no de la maldición de los recursos naturales. Se ha propuesto, como en el caso de Acemoglu et al. (2002) o Robinson et al. (2006), que las buenas instituciones pueden evitar la presencia de la maldición en los países ricos en recursos naturales. No obstante, otro cuerpo de la literatura también ha resaltado el rol de las dotaciones geográficas (y por ende los recursos) sobre la formación de las instituciones y su calidad. Es decir, se trata de endogenizar las instituciones y por esta vía analizar cuál es el impacto de los recursos naturales sobre el sistema político y económico.

Para Easterly y Levine (2003) la evidencia empírica que relaciona las dotaciones naturales, las instituciones y el desarrollo económico se puede dividir en tres corrientes: (i) La hipótesis geográfica. (ii) La hipótesis institucional. (iii) La hipótesis de política económica. A grandes rasgos la primera propone que las dotaciones geográficas de cada país afectan directamente el nivel de desarrollo de un país. La segunda hipótesis afirma que las dotaciones naturales afectan al desarrollo a través de las instituciones. Finalmente, la hipótesis de la política económica quita énfasis a las instituciones heredadas y

---

<sup>10</sup>Acemoglu et al. (2002) consideran buenas instituciones en el sentido que favorecen la propiedad privada y limitan la posibilidad de expropiación.

<sup>11</sup>También, sus características poblacionales resaltan, como un país con una muy baja densidad poblacional, al igual que Noruega y Australia países con gran riqueza natural y con un alto nivel de desarrollo. Esto sugiere soporte para el modelo de Rosendorff, donde el tamaño relativo de la población, la mayoría frente a la élite, ya que es más probable que países con poblaciones pequeñas tengan ratios de la mayoría a la élite más pequeño que países grandes.

sólo asigna importancia a las dotaciones por su efecto sobre la formulación de políticas económicas claves. Estos autores, muestran evidencia empírica de que las dotaciones biogeográficas afectan al desarrollo a través de las instituciones. Es decir, se soporta la segunda hipótesis.

Respecto a la primera hipótesis Sachs and Warner (1995), encuentran una asociación empírica entre una localización tropical, la ausencia de salida al mar, y (el resultado que más atención ha atraído) la dependencia de exportaciones de productos primarios con un bajo nivel de crecimiento económico (y que ya se trató en la primera parte de esta subsección). En trabajos posteriores (Sachs, 2001), se argumenta también que la localización tropical lleva al subdesarrollo por: una menor productividad de los suelos; mayor presencia de plagas para cultivos; condiciones favorables para enfermedades infecciosas para humanos; la falta de depósitos de carbón; mayores costos de transportación, entre otros. En esta línea, Olsson y Hibbs (2005) argumentan que aunque los trópicos sean aparentemente más productivos, los granos son claves. En este rubro las 56 semillas más sembradas en el mundo 33 surgieron en Eurasia del este, mientras sólo dos surgieron en América del Sur. Otro argumento similar, es que los habitantes de Eurasia al tener acceso a animales de carga y ganado más diverso que en los demás continentes tuvieron tanto una ventaja tecnológica por el uso de estos animales, como una ventaja biológica al desarrollar resistencia a cierto tipo de enfermedades por la convivencia con estos animales (Diamond, 1997). Estas dotaciones biogeográficas iniciales han determinado el desarrollo económico a largo plazo de las sociedades.

Respecto a la segunda hipótesis, en el importante artículo de Acemoglu et. al (2001) se establece empíricamente (de manera causal utilizando variables instrumentales) que el clima, la presencia de enfermedades tropicales y específicamente la alta tasa de mortalidad de los colonos europeos, fueron las causas de que ciertos países tengan instituciones extractivas que afectan su desarrollo económico. Easterly y Levine (2003) ilustran la hipótesis de Acemoglu et. al con el caso de Burundi. Dónde, la alta tasa de mortalidad de los colonizadores belgas resultó en que los últimos gobernaron sus colonias utilizando una élite impuesta, los jefes Tutsis, quienes fueron arbitrariamente atribuidos con superioridad racial. Se impuso así un sistema colonial extractivo que ha resultado persistente. Luego de la independencia, tres jefes Tutsi han sido dictadores del país. Esta élite sistemáticamente ha usado las instituciones estatales para su propio beneficio mediante: subsidios a las empresas públicas controlados por ellos, impuestos excesivos sobre la producción agrícola, salarios públicos onerosos, y actividades en el mercado negro con bienes de consumo y divisas.

Respecto a la tercera hipótesis, la presencia de recursos naturales puede afectar la formulación de política económica. Esta visión considera que los factores geográficos sólo pueden afectar el desarrollo a través de la política gubernamental sobre apertura comercial. Frankel y Romer (1999) encuentran que la apertura está altamente relacionada con el ingreso per-cápita de los países. Se utiliza como medida de apertura el nivel de comercio predicho por un modelo de gravedad, dónde los países tienen menor comercio bilateral mientras mayor sea su distancia y comercian en general menos si no tienen salida al mar. Se argumenta, que muchos países en desarrollo no se dan cuenta de los beneficios del comercio al estar más alejados de los mercados grandes.

Cómo ya se dijo, la evidencia de Easterly y Levine (2003) soporta la hipótesis del efecto de las dotaciones biogeográficas sobre las instituciones y por esta vía sobre el

desarrollo. En esta línea, la última pieza de evidencia que confirma la necesidad de re-visitarse teóricamente a la maldición de los recursos naturales pertenece a Brunnschweiler y Bulte (2008). Las autoras evalúan críticamente la evidencia de la llamada maldición de los recursos naturales y concluyen que a pesar de la popularidad de este tópico, la explicación tradicional y la evidencia estándar pueden estar distrayendo de los temas centrales del papel de la abundancia de los recursos naturales sobre el desempeño económico.<sup>12</sup>

Al utilizar una medida de abundancia de un recurso natural (y no dependencia como en los trabajos empíricos estándar) y variables constitucionales e institucionales encuentran que: (i) la abundancia de recursos, junto a las constituciones e instituciones determinan la dependencia a un recurso (ii) La dependencia a un recurso no afecta al crecimiento y (iii) la abundancia de un recurso afecta al crecimiento y a la calidad institucional. Las autoras afirman que la maldición de hecho no existe y atribuyen todo el peso de las diferencias de crecimiento a las instituciones. También, notan que la variable utilizada en los estudios tradicionales (el ratio de exportaciones primarias sobre PIB) es endógena, por la presencia del PIB en el denominador y muchos de los resultados anteriores no son consistentes. No obstante, el lector notará que la evidencia de las autoras, soporta los hallazgos de Easterly y Levine (2003), es decir, un efecto negativo de la abundancia de recursos naturales sobre la calidad institucional y por esta vía sobre el desarrollo económico.

Es con el trabajo de Easterly y Levine (2003) y el soporte empírico que brinda a la causalidad de recursos naturales a desarrollo económico a través de las instituciones; Acemoglu et al. (2001), que vincula factores naturales (presencia de enfermedades) con la elección de instituciones por parte de una élite (colonizadores); además de la nueva evidencia macro de Brunnschweiler y Bulte (2008) y micro de Angrist y Kugler (2008) que podemos conjeturar que se puede vincular de manera fructífera la abundancia de recursos naturales con la formación y elección de instituciones políticas y económicas que tienen efectos negativos sobre el desempeño económico. Tal elección institucional es realizada en un entorno de interacción estratégica (cooperación y conflicto) entre los diferentes grupos de una sociedad: élites y trabajadores. De esta manera, se justifica el objetivo de la presente investigación que consiste en explicar cómo los recursos naturales afectan a la economía a través de las instituciones y no cómo la calidad de las mismas influencia en su impacto en la economía. Las dos explicaciones son plausibles y merecen ser exploradas, pero se considera fundamental avanzar en el proceso de endogenización de las instituciones. En el modelo desarrollado en la presente investigación, se revisa el modelo de Matsuyama (1991) y de Graham y Temple (2006) para investigar otro tipo de fuerza que puede alejar a la economía de un sector predominante manufacturero, esta fuerza proviene del sistema político y del tipo de régimen (autocracia y democracia) impuesto por la interacción de los agentes de la sociedad. Así, se propone una alternativa a la explicación tradicional de la maldición de los recursos naturales, esto es la enfermedad holandesa, que es capaz de explicar las otras dos observaciones empíricas: la relación entre abundancia de recursos y autocracia y la presencia de conflicto y revoluciones.<sup>13</sup> Finalmente, se endogeniza la formación de las

---

<sup>12</sup>Se refieren a la maldición de los recursos naturales como un *red-herring*, expresión idiomática del inglés que se refiere a un elemento distractor.

<sup>13</sup>Además, la explicación propuesta en la presente investigación es dependiente de la historia (condi-

instituciones económicas y se estudia de manera teórica cómo afectan al desempeño económico la abundancia de recursos a través de las primeras.

### **2.3. Los recursos naturales, el régimen político y la democracia.**

Existe una cantidad de evidencia creciente que sugiere otra faceta de la maldición de los recursos naturales. Esta, se denomina la maldición política de los recursos naturales. Tal fenómeno es el segundo hecho estilizado que se va a recoger en la presente investigación. Ross (2001) realiza un estudio estadístico sobre un panel de 133 países en el período de 1971 y 1997 (el estudio se hace utilizando un pool). Los resultados de las regresiones son que mayores rentas provenientes del petróleo y de los minerales afectan negativamente a la democracia.<sup>14</sup> Este autor, aunque no propone un mecanismo de identificación empírica para su estudio estadístico y en general no se establece una relación causal en términos empíricos, propone una explicación teórica para sus hallazgos. Se propone tres mecanismos causales que tienen soportan los hallazgos empíricos: (i) El efecto renta, que sugiere que los gobiernos que tienen acceso a rentas naturales importantes implementan menores tasas impositivas y mecanismos de redistribución diseñados para evitar la rendición de cuentas. (ii) El efecto de represión, según el cuál la riqueza natural retarda la democratización de una sociedad al permitir a los gobiernos aumentar los fondos para los gastos destinados a proteger su posición. Particularmente se encuentra una relación estadísticamente significativa entre las rentas provenientes del petróleo (no de los minerales) sobre los gastos militares y por esta vía sobre la represión. (iii) El efecto de modernización, que dice que el crecimiento basado en exportaciones del petróleo y minerales es incapaz de producir el cambio social y cultural necesario para producir un salto a la democracia.

Finalmente, el tercer componente de la maldición de los recursos naturales, es la presencia de revoluciones y guerras civiles que son motivadas y a veces financiadas por la riqueza generada por estos. Ross (2004) realiza un compendio de los principales hallazgos econométricos que relacionan la presencia de recursos naturales y el conflicto. Luego de revisar 14 estudios con datos de corte transversal de países se recoge 4 regularidades empíricas: (i) el petróleo la posibilidad de un conflicto, (ii) los bienes primarios (commodities) que pueden ser robadas con facilidad no hacen más probable que un conflicto comience pero si pueden extender la duración del mismo ; (iii) no hay un vínculo entre la agricultura legal y la guerra civil; y (iv) la asociación entre los bienes primarios y el inicio de una guerra civil no es robusta.

Para Le Billon (2001) se puede producir un conflicto tanto por la escasez de un recurso o también por su abundancia. Es el segundo caso, es el que interesa en la presente investigación. Según este autor, la guerra por recursos abundantes se produce porque los bienes primarios son fácilmente gravables (en un sistema impositivo) y por este motivo son atractivos tanto para la élite gobernante como para sus competidores. Además, la presencia de un recurso natural representa el premio del control de un país o un territorio, lo que incrementa la posibilidad de un conflicto incentivado por el control

---

ciones iniciales) y predice un salto entre regímenes que puede explicar la presencia de diferentes patrones de desarrollo entre los países ricos en recursos naturales.

<sup>14</sup>Medida como un índice entre 0-10, dónde 10 es el país más democrático resultado de la diferencia entre las variables Democ y Autoc de la base Polity IV (Marshall y Jaggers, 2007), de uso estándar en las ciencias políticas.

de esta riqueza. No obstante, esta explicación falla cuándo se considera los casos de Botswana y Noruega dónde la abundancia de recursos naturales ha sido utilizada pacíficamente. Otras formas en las cuáles los recursos pueden afectar el nivel de conflicto de una sociedad incluyen: la provisión de rentas a los líderes políticos que les permite estar en el poder al establecer un régimen de premios para sus seguidores y castigo para los opositores. Así puede surgir arreglos institucionales que y redes clientelares vinculadas a quienes controlan los recursos. Finalmente, este autor nota que la naturaleza de la violencia depende de si los recursos requieren algún tipo de producción (procesamiento) o sólo extracción. Los recursos que son extraídos pueden producir violencia física y el control territorial. En cambio, si hay algún tipo de producción requerido antes de la venta la violencia puede tener una forma más sutil y estructurada como mercados laborales coercitivos y control sobre el comercio. Todos estos mecanismo contribuyen para la degradación del sistema político (hacia el patrimonialismo y el clientelismo) dónde el objetivo primario de quienes compiten por el poder es el auto enriquecimiento.

La maldición política de los recursos naturales, ha encontrado soporte en estudios de caso. En el estudio de McSherry (2006), se realiza un análisis histórico y político de uno de los países que más recientemente ha descubierto sus recursos petrolíferos: Guinea Ecuatorial. Este país se ha convertido en uno de los productores de petróleo más grandes en el mundo, la dimensión del tamaño de su boom de recursos y su pequeña población ubica su PIB per-cápita en USD 50240, el segundo en el mundo luego de Luxemburgo. Pero los beneficios del petróleo no se han traducido en el beneficio de la mayoría. La pobreza y la inequidad tienen niveles iguales al estado previo a la bonanza petrolera, la esperanza de vida se ha estancado en 49 años y el desempleo ronda el 30 %. Simultáneamente, el poder del dictador Obiang Nguema se ha consolidado, la tensiones étnicas se han profundizado y se ha incrementado la inestabilidad política. El autor de este estudio afirma que el boom de recursos naturales favoreció al régimen autoritario implantado y al mismo tiempo afectó las posibilidades de desarrollo económico y democratización, debido a que el dictador actual ha podido movilizar los recursos naturales de tipo enclave para potenciar su poder de represión y poder generar redes clientelistas para reducir las posibilidades de revolución y presiones democráticas. También, se afirma que la presencia de recursos naturales ha favorecido el conflicto al incrementar los incentivos (la codicia) de los diferentes grupos con capacidad organizativa para capturar las nuevas y ricas rentas. En el caso de Guinea Ecuatorial, se tiene además una segmentación racial marcada,<sup>15</sup> que por el favoritismo de los gastos de la dictadura hacia la etnia Fang, ha creado un descontento creciente en los Bubi.

Bulte y Damania (2008) en un modelo político-económico, identifican a la ausencia de competencia política efectiva como el componente clave que hace que los recursos sean una maldición, en el sentido que alejan a la economía de su trayectoria óptima. En su investigación, relacionan la presencia de recursos naturales con la corrupción y su relación con la democracia, finalmente por esta vía identifican los efectos sobre la economía. Particularmente, la presencia de un opositor político puede forzar a los gobernantes a incluir el bienestar de la mayoría en sus decisiones. Sin ese incentivo, los reguladores intercambian cierto tipo de políticas favoritistas a cambio de sobornos, lo que aleja al resultado político de las preferencias de la mayoría. A pesar, de no

---

<sup>15</sup>Los dos grupos étnicos principales son los Fang y los Bubi que representan el 90 % de la población. Cabe notar que el dictador es Fang.

modelizar el cambio de régimen, los autores interpretan su modelo para afirmar que las autocracias tienen más probabilidad de sufrir de la maldición de los recursos naturales que las democracias. La razón es que bajo un régimen autocrático, previo a un boom de los recursos naturales, una asignación suóptima de políticas está en efecto. El boom de recursos, agrava las ineficiencias previas ya que aumenta el valor (marginal) de soportar el gobierno por el sector de los recursos naturales, y por ende aumenta también la cantidad de sobornos ofrecidos al gobernante. Así, se sobre asigna políticas en favor del sector de recursos mientras se abandona el sector manufacturero, el cuál al tener retornos crecientes a escala se ve muy afecta y reduce su tamaño de manera importante. De esta manera, la economía está en una peor situación respecto al mejor mundo posible que es una sociedad con un sector manufacturero predominante que se beneficia de los derramamientos positivos de este sector. En otros términos, los recursos naturales favorecen la corrupción y afectan la eficiencia en la asignación en los bienes públicos que tiene consecuencias negativas en el desempeño económico de la sociedad. En este caso, el tipo de régimen implantado es exógeno. No obstante, este trabajo completa el cuadro, en el sentido que conecta el tipo de régimen implantado con el desempeño económico de una sociedad rica en recursos.

Cómo se vio en la presente subsección, existe evidencia que soporta una relación negativa entre abundancia de recursos, gobiernos autocráticos o corrupción en los gobiernos democráticos. También, se observó cómo la corrupción y los gobiernos autocráticos tienen efectos negativos sobre el desempeño económico. Finalmente, se pudo entender que la elección de instituciones se encuentran anidada en un sistema político-económico complejo y que la eficiencia de las mismas no es un criterio para su selección sino más bien consideraciones estratégicas que maximizan los pagos esperados de los diferentes grupos de agentes dado las estrategias de los demás.

## Parte III

# El modelo.

### 3. Un modelo de selección de equilibrios múltiples bajo mercados laborales triádicos.

Se presenta un modelo estático simple que ilustra los principales puntos y la estructura de la interacción de las élites y los trabajadores, así como sus consecuencias políticas y económicas. Considerese una sociedad compuesta de tres grupos de agentes, un factor y dos bienes de consumo. Los agentes son un grupo de terratenientes ( $O$ ) con medida  $n_o > 0$ , un grupo de emprendedores con medida  $n_e > 0$ , y un grupo de trabajadores  $n_l > n_o + n_e$ . El factor de producción es el trabajo,  $L$ . Los dos bienes de consumo son maíz,  $Y_a$ , y un bien manufacturado  $Y_n$ . Los terratenientes producen el primero mediante la siguiente función de producción:<sup>16</sup>

<sup>16</sup>Se asume que todas las firmas son idénticas por lo que la producción total del sector puede expresarse utilizando a una firma agrícola representativa.

$$Y_a = A_a L_a^\phi, \quad (1)$$

dónde  $0 < \phi < 1$ , y  $A_a$  es el factor tecnológico exógeno utilizado en el sector agrícola. Cada empresario  $j$  produce:

$$Y_{nj} = A_n L_{nj}^\gamma L_n^\lambda, \quad (2)$$

dónde  $0 < \gamma < 1$ ,  $A_n$  es el factor exógeno tecnológico no agrícola y  $\lambda > 1$ , es un parámetro que captura los rendimientos crecientes a escala del sector.

Los trabajadores tienen una dotación exógena de una unidad de trabajo igual a 1 que se ofrece inelásticamente, por lo tanto el total de trabajo,  $n_l = L$ , y está distribuido entre los dos sectores:

$$L = L_a + L_n.$$

Cada trabajador recibe un salario  $w_s$ , con  $s = a, n$ . Esto da el problema del beneficio genérico de los dos sectores como:

$$\pi_s = Y_s - w_s L_s, \quad (3)$$

con los precios del sector agrícola,  $p_a$ , normalizado a 1, y se puede escoger las unidades de  $Y_n$  y hacer supuestos sobre el comercio de tal manera que su precio también se normalice a 1 (Graham y Temple, 2006). Este arreglo sobre los precios permite concentrarse en el caso de especialización incompleta y además permitir que se consuma una porción de los dos bienes. Alternativamente se puede pensar en dos formas de producir un mismo bien.

La función de utilidad de cada trabajador  $i$  es lineal:<sup>17</sup>

$$u_i = w_s - c, \quad (4)$$

dónde,  $c > 0$  es el desgaste físico, que es común a todos los trabajadores.

Se asume un mercado competitivo del trabajo, así para derivar la demanda sectorial de trabajo, es suficiente obtener las condiciones de primer orden de (3) respecto a  $L_s$ :

$$\max_{L_s} Y_s - w_s L_s,$$

las ecuaciones de demanda de trabajo para el sector agrícola es:

$$\phi A_a L_a^{\phi-1} = w_a. \quad (5)$$

En el caso del sector no agrícola,

$$A_n \gamma L_n^{\lambda+\gamma-1} n_e^{1-\gamma} = w_n. \quad (6)$$

---

<sup>17</sup>La función de utilidad del trabajador es  $u_i(\cdot) = y_{a,i} + y_{n,i} - c$ , sujeto a su restricción presupuestaria  $y_{a,i} + y_{n,i} = w_s$ . Reemplazando la restricción en la función de utilidad se obtiene la ecuación que se va a utilizar en el documento. Las funciones de utilidad de las élites también son lineales, por ende:  $u_s(\cdot) = \pi_s$ , con  $s \in \{o, e\}$  cuándo se hace referencia a las élites como consumidores y  $s \in \{a, n\}$  cuándo el interés está en las élites como productores, es decir  $s \in \{a, n\}$ .

Nótese que cada empresario  $j \in \{1, \dots, J\}$  maximiza su función de beneficio sin tomar en cuenta las externalidades positivas del sector, por este motivo cada demanda de trabajo individual tiene pendiente negativa mientras que la demanda sectorial de trabajo tiene pendiente negativa.<sup>18</sup>

Bajo competencia perfecta, los salarios de los dos sectores se igualan  $w_a = w_n$  y dado que  $a = \frac{L_a}{L}$ , se tiene el sistema:

$$\begin{aligned} A_n \gamma (L - L_a)^{\lambda + \gamma - 1} n_e^{1 - \gamma} &= \phi A_a L_a^{\phi - 1}, \\ (L - L_a)^{\lambda + \gamma - 1} L_a^{1 - \phi} &= \frac{\phi}{\gamma} \left( \frac{A_a}{A_n} \right) n_e^{\gamma - 1}, \\ (1 - a)^{\lambda + \gamma - 1} a^{1 - \phi} &= \frac{\phi}{\gamma} \left( \frac{A_a}{A_n} \right) n_e^{\gamma - 1} L^{\phi - \lambda - \gamma}, \end{aligned} \quad (7)$$

La ecuación (7) admite dos soluciones con  $0 < a < 1$ . Se tiene un caso de equilibrios múltiples.<sup>19</sup>

Este modelo ligeramente modificado, es el de Graham y Temple (2006). Estos autores calibran el modelo (una versión extendida) para determinar en cuál de los dos equilibrios se encuentra un conjunto de países. No obstante, para el caso en el cuál no existen diferenciales salariales sectoriales (se supone que no hay costos de migración) los autores analizan brevemente un mecanismo de ajuste marshalliano, que encuentra que el equilibrio con un  $L_a$  bajo es estable, mientras que aquel que tiene un  $L_a$  alto es inestable.<sup>20</sup> El mecanismo de tanteo marshalliano se puede observar en la figura (1). Considérese que las condiciones iniciales de esta economía corresponden a una situación en la que  $\bar{a} < \tilde{a} < a^*$ . En esta situación  $\tilde{w}_n > \tilde{w}_a$ , por tal motivo los trabajadores en busca de maximizar su utilidad buscan emplearse en el sector no agrícola. Para una pequeña perturbación  $\tilde{a} + \epsilon$ , con  $\epsilon > 0$  se cumple que  $\tilde{w}_n > \tilde{w}_a$  y esto ocurrirá hasta que se alcance  $a^*$ . El siguiente paso consiste en pensar en una situación en la cuál las condiciones iniciales tienen la siguiente estructura:  $\bar{a} < a^* < \tilde{a}$ . En este caso, el salario del sector agrícola es mayor al manufacturero, entonces se tiene un  $\tilde{a} + \epsilon$  lo que causa que el diferencial salarial se reduzca hasta que se alcance  $a^*$ . El equilibrio estable con un sector manufacturero predominante  $a^*$  ( $a$  pequeño) bajo este tipo de ajuste se denominará, equilibrio de mercado (EM). En contraste, el equilibrio  $\bar{a}$  no es estable pues si en las condiciones iniciales se tiene  $\bar{a} < \tilde{a}$  se observó que  $a \rightarrow a^*$ . En

<sup>18</sup>Esto significa que la demanda de trabajo no agrícola se deriva de  $\max_{L_{nj}} A_n L_{nj}^\gamma L_n^\lambda - w_n L_{nj}$ . La demanda de trabajo del empresario  $j$  es:  $A_n \gamma L_{nj}^{\gamma-1} L_n^\lambda = w_n$ . Se puede despejar  $L_{nj}$  y agregar respecto a  $j$ :  $\sum_j L_{nj} = \sum_j \left( \frac{L_n^{-\lambda} w_n}{A_n \gamma} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$ . Dado que la parte derecha de la ecuación es el total de empleo en el sector no agrícola, se tiene que:  $L_n = n_e \left( \frac{L_n^{-\lambda} w_n}{A_n \gamma} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$ . Nótese que no se utilizó el hecho que al ser las firmas de este sector homogéneas el nivel de empleo es el mismo para cada empresa.

<sup>19</sup>Cabe notar que si el número de empresarios tiende al infinito  $n_e \rightarrow \infty$ , la ecuación tiene aparentemente dos soluciones degeneradas  $a = 0, 1$ . Pero dado, que  $a = 0$ , no satisface la ecuación de equilibrio (7). Es decir, sólo uno el sector manufacturero sobrevive. Nótese que este no es otro equilibrio sino el caso límite de uno de los tres ya definidos. La atención se centrará en el caso de que  $n_e < \infty$ .

<sup>20</sup>Según sus autores, la selección del equilibrio no fue suficientemente tratada, y esgrimen argumentos que explicarían la estabilidad de los dos. No obstante argumentan que la selección del equilibrio merecería un artículo propio. Por tal motivo, en el presente documento se ensayará una respuesta.

cambio, si  $\bar{a} > \tilde{a}$ , se tiene  $\tilde{w}_n < \tilde{w}_a$ , y por lo tanto  $a \rightarrow \hat{a} = 1$ . El equilibrio  $\hat{a} = 1$ , es decir, el equilibrio con total especialización en el sector agrícola es estable también. Este equilibrio se denomina trampa de pobreza. Este último equilibrio no está en el dominio funcional escogido en este documento y se asume que siempre existe un número suficientemente grande de empresarios tal que se garantice que  $\bar{a} < \tilde{a}$ , por lo que el único equilibrio estable es  $a^*$ . La razón para imponer este supuesto es que en este caso no existe situación estratégica ni posibilidad de alianza. Una élite de terratenientes predomina en una sociedad pre-industrial y el resultado es completamente dependiente de las condiciones históricas iniciales. Un argumento empírico, es que ninguna sociedad actual es totalmente agrícola o especializada, razón por la cuál este equilibrio puede tener menor interés. Este tipo de razonamiento, es decir, el tanteo marshalliano ha sido utilizado por Panagariya (1981), Krugman (1981), Matsuyama (1991), Graham y Temple (2006).<sup>21</sup>

### 3.1. Instituciones

En esta sección se realiza una extensión al modelo de Graham y Temple (2006) y Matsuyama (1991), en la cuál se describe un mecanismo para que se escoga el equilibrio con  $L_a$  alto, es decir un economía con un sector agrícola predominante. En apariencia, la estructura del modelo anterior es idéntica pero existe una diferencia importante: en esta sociedad es posible formar alianzas. Ahora, se supone que en esta sociedad existe una institución informal que vincula a los agentes en una forma de no mercado. Particularmente, existe un compromiso entre los terratenientes y los empresarios para no permitir movilidad laboral intra sectorial. Tal compromiso es del interés de los terratenientes pero podría no serlo para los empresarios.<sup>22</sup> Adicionalmente, se introduce la presencia de un stock de recurso natural. Entonces, la alianza entre las dos élites puede fundarse en el objetivo común de repartirse este stock y excluir a los trabajadores del usufructo del recurso natural. Formalmente, el grupo de terratenientes y de empresarios están inmersos en una situación estratégica, un juego, dónde pueden cooperar o no cooperar. Se supone que en este juego la distribución del recurso dentro de la élite es uniforme. Ahora, el compromiso para inmovilizar a los trabajadores podría mantenerse ya que los empresarios pueden compensar las pérdidas en rendimientos a escala de su sector por una renta neta mayor de los recursos naturales.

Formalmente, si las élites mantienen el compromiso, las proporciones de trabajo de cada sector se vuelven fijas:

$$L = \bar{L}_a + \bar{L}_n,$$

por este motivo  $a$ , se convierte en un parámetro fijo  $\bar{a} = \bar{L}_a/L$ , y dado que existe pleno empleo en cada sector se puede reemplazar  $\bar{L}_s = L_s$  en las ecuaciones (5) y (6) de demanda de trabajo de cada sector. El acuerdo sólo tiene sentido si  $\bar{L}_a > \bar{L}_n$ . Entonces, se puede escoger  $\bar{L}_a = L_a^{alto}$ , que implica que la economía es mayoritariamente agrícola.

<sup>21</sup>Cabe notar que las intersecciones de las dos curvas se llaman equilibrio pues los mercados se vacían.

<sup>22</sup>El acuerdo es de interés para los terratenientes ya que el sector no agrícola tiene rendimientos crecientes y empujará los salarios de todo el mercado hacia arriba, como ocurre en el equilibrio de mercado.

Este equilibrio bajo no puede obtenerse analíticamente pero existe para parámetros plausibles (Graham y Temple, 2006).

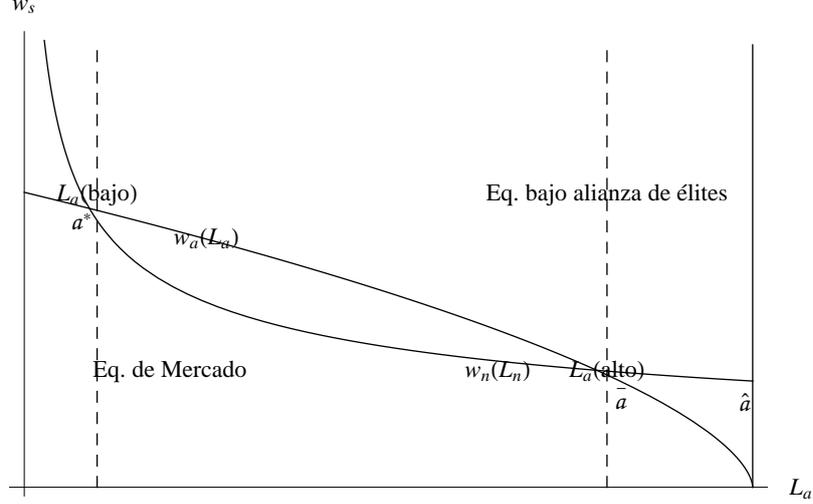


Figura 1: El equilibrio bajo el acuerdo entre élites.

Se deja que el recurso natural sea oro, y es extraído por los terratenientes y por los empresarios. El mineral puede ser explotado sin costo a partes iguales (cooperar C), pero exista la posibilidad de que uno de los grupos ataque al otro (atacar D) y obtenga todo el recurso para sí mismo.<sup>23</sup> Si los dos atacan, se destruye una parte de los recursos o sufren un costo que reduce su pago. El juego entre estos dos agentes se describe en la matriz de pagos descrita en el cuadro (1).

		Empresario	
		C	D
Terrateniente	C	$x, x$	$0, z$
	D	$z, 0$	$y, y$

Cuadro 1: Matriz de pagos (juego del oro)

En el juego del oro,  $x > z > y > 0$ . Existen dos equilibrios de Nash (NE):  $(C, C)$  y  $(D, D)$ . En el equilibrio de cooperación  $(C, C)$  los dos grupos están mejor.

Existe una condición bajo la cual el compromiso funciona entre las élites. Asuma que:

$$(x + \bar{\pi}_s)n_s > (\pi_s^* + y)/n_s \quad (8)$$

Para  $s = a$ , es decir para los terratenientes:

$$x - y > A_a L_a^{*\phi} - w^* L_a^* - (A_a \bar{L}_a^\phi - \bar{w} \bar{L}_a),$$

Para  $s = n, e$ , es decir para caja  $j$  empresario:

<sup>23</sup>Se supone implícitamente que la dotación del recurso es tan grande que los agentes consideran que se puede extraer una cantidad infinita de rentas, siendo  $2x$  la renta total en un período.

$$\frac{x-y}{n_e} > A_n L_{nj}^{*\gamma} L_n^{*\lambda} - w^* L_{nj}^* - (A_n \bar{L}_{nj}^\gamma \bar{L}_n^\lambda - \bar{w} \bar{L}_{nj})$$

dónde  $(w^*, L_n^*)$  es la cantidad óptima de trabajo contratada por los empresarios bajo el equilibrio de mercado. Mientras que  $(\bar{w}, \bar{L}_n)$  es la cantidad contratada en el equilibrio bajo la alianza de las élites. Los beneficios de las élites pueden obtenerse en el caso de que se mantenga el compromiso:

Para  $s = n$ , es decir para los terratenientes la condición se puede reescribir así,<sup>24</sup>

$$x - y > A_a(1 - \phi)(L_a^{*\phi} - \bar{L}_a^\phi).$$

Se sabe que  $L_a^* < \bar{L}_a$ , por lo que la parte derecha de la inecuación es siempre negativa, mientras que la parte izquierda es siempre positiva. Por este, motivo para los terratenientes siempre está en su interés mantener el compromiso.

Para los empresarios, el salario óptimo se puede escribir como  $w^* = A_n \gamma L_{nj}^{*\gamma-1} L_n^{*\lambda}$ , por ende la condición de cooperación queda reformulada como:

$$\frac{x-y}{n_e} > A_n L_{nj}^{*\gamma} L_n^{*\lambda} - (A_n \gamma L_{nj}^{*\gamma-1} L_n^{*\lambda}) L_{nj}^* - (A_n \bar{L}_{nj}^\gamma \bar{L}_n^\lambda - \bar{w} \bar{L}_{nj})$$

$$\frac{x-y}{n_e} > A_n L_{nj}^{*\gamma} L_n^{*\lambda} (1 - \gamma) - (A_n \bar{L}_{nj}^\gamma \bar{L}_n^\lambda) (1 - \gamma)$$

$$\frac{x-y}{n_e} > (1 - \gamma)(Y_{nj}^* - \bar{Y}_{nj})$$

$$x - y > n_e(1 - \gamma)(Y_{nj}^* - \bar{Y}_{nj}). \quad (9)$$

En este caso los empresarios mantendrán el compromiso siempre y cuándo sean pocos. Esto se da por dos razones, (i) la participación de cada empresario de las rentas del recurso natural es mayor (ii) y los rendimientos a escala del sector no son tan importantes<sup>25</sup> reduciendo los beneficios relativos del equilibrio de mercado. Por este motivo, bajo un arreglo particular de parámetros estructurales  $\theta = (n_e, \gamma, A_n, L)$  el equilibrio de cooperación entre las élites es equilibrio de Nash perfecto en sub juegos (ENPS).

Es importante notar que sin la presencia del recurso natural la condición que permite que las élites escogan el equilibrio bajo, se convierte en:

$$\bar{\pi}_s > \pi_s^*$$

que para el caso de los empresarios no se va a cumplir para cualquier  $L_n$ , razón por la cuál el compromiso no es ENPS. Entonces, la presencia de un recurso natural como el oro, crea incentivos para que una institución laboral que imposibilita la movilidad entre sectores se mantenga. Esto tiene como consecuencia la selección de un equilibrio

<sup>24</sup>Se reemplaza el salario del equilibrio malo en la condición para obtener:  $x - y > A_a L_a^{*\phi} - w^* L_a^* - ((1 - \phi) A_a \bar{L}_a^\phi)$ . Luego se reemplaza la condición del equilibrio bueno:  $x - y > A_a L_a^{*\phi} - \phi(A_a L_a^{*\phi-1} L_a^*) - ((1 - \phi) A_a \bar{L}_a^\phi)$ .

<sup>25</sup>Por el tamaño del sector no agrícola, menor debido a un menor nivel de inversión inicial.

bajo, el equilibrio de alianza de élites (EA): con un sector agrícola predominante, bajos salarios, distribución concentrada en las élites y baja producción.

Las relaciones entre los diferentes equilibrios, para unos parámetros estructurales y pagos que garanticen el equilibrio de alianza de élites se presenta en la tabla (2).

Eq./Agentes	Terrateniente	Empresario	Trabajador	Producción
Eq. de mercado	$\pi_a^* + y$	$\pi_n^* + y$	$w^* - c$	$Y^* = Y_a^* + Y_n^*$
Eq. de alianza	$\bar{\pi}_a + x$	$\bar{\pi}_n + x$	$\bar{w} - c$	$\bar{Y} = \bar{Y}_a + \bar{Y}_n$
Relaciones	$\bar{\pi}_a + x > \pi_a^* + y$	$\bar{\pi}_n + x > \pi_n^* + y$	$\bar{u} < u^*$	$\bar{Y} < Y^*$

Cuadro 2: Pagos totales del juego.

Las principales enseñanzas de este modelo simple son: (i) En presencia de múltiples equilibrios debido a rendimientos crecientes a escala en uno de los sectores,<sup>26</sup> La presencia de un recurso natural, puede ayudar a seleccionar uno de ellos. En este caso, bajo ciertas condiciones (ecuación 8). El único equilibrio perfecto en subjuegos de Nash (EPSN), es el equilibrio de alianza de las élites. (ii) En el caso del equilibrio de alianza de élites o equilibrio bajo, los trabajadores están peor que en el caso del equilibrio de mercado, así mismo la producción total es menor y la distribución es más inequitativa. En contraste, los terrateniente y empresarios están estrictamente mejor que respecto al otro equilibrio (EM).

### 3.2. La descripción del equilibrio político y económico.

El juego del oro completo o la secuencia que determina el equilibrio político y económico es: (i) Decisión de las élites o posibilidad de formación de la alianza: En la primera etapa del juego deciden simultáneamente si cooperan o no, utilizando inducción hacia atrás, según su pago en la segunda etapa de cada estrategia. Si las élites forman una alianza la economía se encuentra en el equilibrio  $EA$  y las élites ganan los beneficios económicos de este equilibrio ( $\bar{\pi}_s$ ) más la repartición del oro a partes iguales  $x$ . Si no cooperan las fuerzas del ajuste marshalliano llevan a la economía al equilibrio  $EM$  y ganan ( $\pi_s^*$ ) pero sólo reciben  $y$  ( $x - c_x$ ) de oro pues entran en conflicto entre ellos y este es costoso. (ii) Equilibrio Económico y Mercado Laboral: De acuerdo a la decisión de las élites se establecen las instituciones laborales y se determina el equilibrio económico. La economía tiene la configuración  $a^{eq}$  con  $eq \in \{EA, EM\}$ , se determinan los beneficios y los salarios. Los trabajadores reciben  $w^{eq}$ . (iii) Estructura Poblacional: La dinámica poblacional se ajusta en base a los salarios y se establece el nivel de concentración poblacional.

### 3.3. La relación entre los dos equilibrios

Se sabe que la ecuación (7) admite dos soluciones en el intervalo  $0 < a < 1$ , esta ecuación puede ser reformulada como:

$$g(\bar{a}) = \frac{\phi}{\gamma} \left( \frac{A_a}{A_n} \right) n_e^{\gamma-1}.$$

<sup>26</sup>Además, de los múltiples equilibrios en el juego del oro.

Ahora si se observa una solución a esta ecuación, como el equilibrio de alianza entre élites,  $\bar{a}$ , se sabe que existe otro  $a^*$  (EM) que también satisface la ecuación:

$$g(a^*) = \frac{\phi}{\gamma} \left( \frac{A_a}{A_n} \right) n_e^{\gamma-1}.$$

Al restar estas dos expresiones se tiene  $g(\bar{a}) = g(a^*)$ , por lo que se puede escribir:<sup>27</sup>

$$\left( \frac{L_n^*}{L_n} \right) = \left( \frac{L_a^*}{L_a} \right)^{\frac{1-\phi}{1-\lambda-\gamma}}.$$

Entonces el ratio entre la cantidad de trabajo empleado en equilibrio alto frente al bajo aumentará con un  $\phi$  menor o un  $\lambda$  y  $\gamma$  mayores. En otras palabras, las posibilidades de que los empresarios respeten el compromiso con los terratenientes decrece si las externalidades del sector son mayores y de acuerdo a la productividad sectorial de los trabajadores. Este ratio es importante pues determina si los empresarios escogen mantener el compromiso con los terratenientes. Si  $L_n^*/L_n$  es pequeño, las posibilidades de cooperar son mayores. Esta observación complementa a las anteriores subsecciones y dan un perfil de economías en las cuáles se escoge un equilibrio de alianza entre élites: (i) Existe un recurso natural que genera rentas y el costo de un conflicto entre élites por el control de un recurso es alto. (ii) El sector empresarial ( $n_e$  inicial) es pequeño. (iii) Las economías de escala externas ( $\lambda$ ) son moderadas. (iv) La productividad por trabajador en el sector manufacturero  $\gamma$  es grande respecto a la productividad en el sector agrícola  $\phi$ .

### 3.4. Migración y estructura de la población.

En esta parte se desarrolla un argumento sobre la ubicación espacial de los trabajadores en esta economía utilizando una extensión del argumento del ajuste marshalliano y una dinámica poblacional ad-hoc en el espíritu de Fujita et al. (2001). Se supone que la economía descrita en esta sección se encuentra ubicada en una línea recta. Se impone una partición espacial entera, en este país lineal dónde la posición de cada trabajador es  $i \in \{i | i \in \{0, \dots, n_l\}\}$ . Se asume además, que las unidades productivas del sector no agrícola están concentrados en una sólo partición  $i = 0$ . En cambio, las actividades agrícolas pueden realizarse ahí dónde el trabajador reside. Se asume también que en esta economía no existen costos de migración y que los trabajadores se movilizan a la ciudad en  $i = 0$ , siempre y cuándo  $\widetilde{w}_n > \widetilde{w}_a$ . Y además, como se consideró en el ajuste marshalliano que las condiciones iniciales dadas por la historia ubican a la economía en  $a(0) = \widetilde{a}$  tal que:  $\bar{a} < a(0) < a^*$ . Se asume además que antes de que se desarrolle la interacción económica cada trabajador se ubica en una y sólo una de las particiones del país lineal en posiciones consecutivas desde  $i = 1$  hasta  $i = n_l$ . Pero, en la condición inicial (los trabajadores ya se han empleado) la porción de trabajadores que ya ha migrado a la ciudad es  $\lambda_0 = \widetilde{L}_n$ . Se asume además que los trabajadores ubicados en las posiciones más cercanas a la ciudad son los primeros en hacerlo (ej.  $i = 1, 2$ ) y dejan sus espacios vacíos.<sup>28</sup>

<sup>27</sup>Que resulta en la ecuación:  $\left( \frac{1-\bar{a}}{1-a^*} \right)^{\lambda+\gamma-1} = \left( \frac{a^*}{\bar{a}} \right)^{1-\phi}$ .

<sup>28</sup>Ya que ningún otro trabajador tiene un incentivo para moverse a ese sitio.

La dinámica de migración de los trabajadores a la ciudad está dado por:<sup>29</sup>

$$\dot{\lambda}_0 = \zeta(w_n - w_a)\lambda_0.$$

En la configuración inicial  $a(0) = \tilde{a}$ , se tiene que  $\lambda_0 = \widetilde{L}_n$ . Además se sabe que:  $\widetilde{w}_n > \widetilde{w}_a$  razón por la cuál  $\dot{\lambda}_0 > 0$  hasta que  $w_n = w_a$ . Esto ocurre cuándo la economía alcanza  $a^*$  o equilibrio de mercado. En estado estacionario  $\dot{\lambda} = 0$ , la población de la ciudad ( $i = 0$ ) es  $\lambda_0 = L_n^*$ , las particiones  $i \in \{1, \dots, L_n\}$  están vacías ( $\lambda_{i \in \{1, \dots, L_n\}} = 0$ ) y las demás regiones tienen un trabajador cada uno  $\lambda_{i \in \{L_n^*, \dots, n_l\}} = 1$ . Entonces, se ha generado una estructura simple centro periferia. Esta estructura trata de capturar un proceso de urbanización y migración entre regiones guiado por la presencia de diferenciales salariales (y economías de escala).<sup>30</sup>

En el caso de que las élites mantengan su compromiso se asume que la población de la ciudad será  $\lambda_0 = \overline{L}_n$ . En sentido estricto, la población de la ciudad podría ser cualquier valor  $\overline{L}_n \leq \widetilde{L}_n < L_n^*$ , pero esta simplificación captura la esencia del compromiso y además asegura que se vacíen los mercados a los precios y salarios descritos en la anteriores subsecciones.

Ahora se define las nociones de distancia bilateral en la estructura impuesta y de dispersión total, que servirán como insumos de las secciones posteriores.

**Definición 1.** La distancia entre un trabajador ubicado en la posición o región  $i \in \{i | i \in \{0, \dots, n_l\}\}$  y otro ubicado en la región  $j \in \{j | j \in \{0, \dots, n_l\}\}$  es:

$$d_{i,j} = \text{mín}\{1, |i - j|\}. \quad (10)$$

En este país lineal la mínima distancia posible es 1 y la máxima distancia es  $n_l$ . Luego de definir la distancia bilateral en el país lineal, se debe determinar una medida de la concentración poblacional. Esto se logra con la distancia promedio del trabajador en la posición  $i$ , respecto a los demás trabajadores:  $d_{i,j}^T$ .

**Definición 2.** La suma de distancias relativa del trabajador en la posición  $i$  (interior) de la partición lineal  $i \in \{i | i \neq 0 \vee i \neq n_l\}$ , a los trabajadores  $j \in \{j | j \neq i\}$ , está determinada por:  $d_{i,j}^T = \sum_{j \neq i}^{n_l} |i - j|$ .

$$(n_l - 1)d_{i,j}^T = \begin{cases} \sum_{j=1}^i i - j & \text{si } i > j \\ \sum_{j=i+1}^{n_l} j - i & \text{si } i < j \end{cases}.$$

Y la distancia promedio del trabajador en la posición  $i$  de los demás trabajadores es  $d_{i,j}^T$ .<sup>31</sup>

Ahora se puede utiliza la definición anterior para calcular la concentración poblacional bajo la configuración de equilibrios sin especialización en el modelo expuesto en esta sección. Los resultados están en el apéndice (11.2) Se denota el superíndice  $eq \in \{EM, EA\}$ , para indicar bajo qué configuración se encuentra la economía. Ahora

<sup>29</sup>Al existir  $n_l$  particiones no existen posiciones vacías.

<sup>30</sup>Permítase el abuso de la notación. El  $\lambda$  con un subíndice es la población de una partición. Tal estructura, será la base para el estudio de la interacción cooperativa entre los trabajadores en las secciones posteriores, pero no será necesario utilizar esta notación de nuevo.

<sup>31</sup>Se debe dividir  $d_{i,j}^T$  para  $(n_l - 1)$  pero para valores grandes de  $n_l$  se puede despreciar a 1.

se reescribe  $a^{eq} = \frac{L_a^{eq}}{n_l}$ , con la condición de que  $a^{eq}, (1 - a)^{eq} \neq 0$ . En este caso, como se describió en el análisis previo sobre la migración se tiene una ciudad en la posición  $i = 0$  con  $\lambda_0 = L_n^{eq}$  trabajadores. Cómo era de esperarse, se tiene una mayor concentración cuándo la economía se encuentra en el equilibrio de mercado ( $eq = EM$ ).<sup>32</sup>

## 4. Autocracia y la posibilidad de revolución.

En el modelo presentado en la sección (3), la economía quedaba atrapada en un equilibrio con un sector agrícola predominante, bajos salarios, alta inequidad y menor producción, debido a un acuerdo entre élites, que sólo puede ser efectivo bajo la presencia de rentas de un recurso natural (y que se cumpla la condición de la ecuación 8). Sin embargo, los resultados dependen de la incapacidad de los trabajadores de organizarse e iniciar una revolución que pueda expropiar a las élites de sus beneficios y de las rentas del recurso natural. En esta sección, se modeliza la posibilidad de un triunfo revolucionario. Se considera explícitamente el problema colectivo de los trabajadores. Y también se introduce el rol de la distancia en la cooperación. Se reemplaza el juego del oro de la sección anterior por un juego más completo, el juego de la autocracia en el cuál intervienen: los trabajadores y las élites para el control del recurso natural y de la producción. Este juego tiene dos etapas: En la primera, las élites deben decidir si mantener o no el compromiso para implementar la institución de inmovilidad laboral y mantenerse en el equilibrio bajo  $\bar{a}$ . Si lo hacen, se reparten pacíficamente el recurso natural y cooperan para la provisión de poder bélico que les sirve para defenderse de las acciones revolucionarias de los trabajadores. Si no mantienen el compromiso, se enfrentan a los trabajadores (sin cooperar) y a la posibilidad de expropiación.<sup>33</sup> En la segunda etapa, los trabajadores y los miembros de las élites se enfrentan, se realiza el evento de triunfo o fracaso de la revolución y se realizan los pagos. Los trabajadores inician un proceso revolucionario cuyo éxito dependerá del poder bélico relativo de los grupos en conflicto. Si los trabajadores vencen, expropián completamente a las élites y se reparten uniformemente el producto de la economía y los recursos naturales. En las siguientes subsecciones se presentan: Los componentes de las dos etapas del juego para las élites y trabajadores. Las funciones de reacción de los trabajadores y empresarios en la segunda fase y una caracterización del equilibrio de Nash. El principal hallazgo es que el equilibrio bajo de alianza entre élites se puede mantener debido a la presencia de recursos naturales. Esto ocurre por el interés común creado por la presencia de recursos naturales que incentiva la cooperación entre élites para repartirse estas rentas mientras excluyen a los trabajadores.<sup>34</sup>

---

<sup>32</sup>Cómo se supuso que los primeros trabajadores desde la posición  $i = 1$  hasta  $i = L_n^{eq}$  son los que migran a la ciudad en  $i = 0$ , estas posiciones estarán vacías. En contraste, los trabajadores agrícolas, se mantienen en sus posiciones iniciales, es decir, un trabajador por cada una de las particiones que se extienden desde  $i = L_n^{eq} + 1$ , hasta  $i = L_a^{eq} + L_n^{eq} = n_l$ .

<sup>33</sup> Además, las élites se enfrentan por el recurso natural y obtienen  $y = x - c_x$  cada uno

<sup>34</sup> Se supone también implícitamente que no hay libre entrada, se puede pensar en capacidad instalada, por lo que el número de fábricas manufactureras y unidades de producción agrícola cuándo más se mantienen fijas. Este supuesto funciona bien en el corto plazo, a largo plazo si se deja que exista libre entrada,  $\tilde{n}_e \rightarrow \infty$ , siendo en este caso el número de fábricas  $\tilde{n}_e$ , se puede tener una sociedad completamente manufacturera que está en continua expansión. Pero este proceso no se modeliza explícitamente.

## 4.1. La primera etapa: El juego del oro extendido.

En la primera etapa las élites de terratenientes y empresarios deciden si escogen mantener el compromiso para inmovilizar la mano de obra en cuyo caso la economía se encuentra en el equilibrio de alianza entre élites ( $EA$ ) o romper el acuerdo en cuyo caso la economía se encuentra en el equilibrio de mercado ( $EM$ ).<sup>35</sup> Dependiendo del resultado de esta primera etapa, los trabajadores y las élites se enfrentan en una segunda etapa, dónde los dos grupos deciden estratégicamente cuánto aportan para acumular el poder bélico. Se utilizará el superíndice  $eq \in \{EA, EM\}$  para hacer referencia a que subjuego se hace referencia. Se recuerda que a la configuración  $EA$ , le corresponde un sector agrícola predominante  $\bar{a}$ , mientras que al equilibrio  $EM$ , le corresponde un sector no agrícola mayoritario ( $1 - a^*$ ). Se procede a describir la segunda etapa del juego o el juego del conflicto.

## 4.2. La probabilidad de triunfo de la revolución.

Se asume que en la primera etapa del juego las élites tienen el poder político. La sociedad es una autocracia. No obstante en la segunda etapa los trabajadores pueden realizar actividades revolucionarias ( $C_l^R$ ) para desafiar el poder de las élites. Así mismo, las élites invierten en poder bélico ( $\Omega_s$ ) o en actividades contrarrevolucionarias.<sup>36</sup> Bajo este marco, las élites triunfan con una probabilidad  $\rho$ . Formalmente:  $Pr(\text{triunfo de élites}) = \rho$ . Esta probabilidad es endógena, pues depende del poder bélico relativo entre las élites y los trabajadores ( $\rho(C_l^R, \Omega_s)$ ). Tal probabilidad debe ser creciente en el gasto bélico total de las dos élites ( $\delta\rho/\delta\Omega_s > 0$ ), decreciente en el gasto en armas de los trabajadores ( $\delta\rho/\delta C_l^R < 0$ ) y además su rango debe ser  $\rho \in [0, 1]$ . Para mantener la tratabilidad analítica se parametriza la probabilidad así:<sup>37</sup>

$$\rho = \frac{\Omega_s}{C_l^R + \Omega_s}. \quad (11)$$

## 4.3. El problema de las élites.

El juego del oro de la sección anterior es reemplazado por el juego de la autocracia. En este caso dependiendo de la decisión de cooperar o no en la primera etapa, se tiene las siguientes situaciones:

### 4.3.1. Cooperación:

Las élites maximizan su utilidad:

---

<sup>35</sup>Debe quedar claro, que el acuerdo puede ser roto unilateralmente mientras que el equilibrio  $EA$ , sólo puede ser implementado si los dos grupos de élites escogen mantener su compromiso.

<sup>36</sup>Se supone que sólo existe un tipo de armas a precio 1 y que tales armas son compradas en el mercado exterior, razón por la cuál ningún agente dentro de la sociedad recibe un ingreso por su fabricación o comercialización. Este supuesto es necesario para mantener la consistencia bajo el marco de equilibrio general, pero es creíble.

<sup>37</sup>Se puede observar el gráfico de esta función de probabilidad y una justificación de la forma funcional en el apéndice (11.1).

$$u_s = y_{a,s} + y_{n,s}$$

sujeto a:  $y_{a,s} + y_{n,s} \leq (\bar{\pi}_s + x)/n_s - \omega_s$ , si mantienen el poder. Dónde,  $\sum_{s \in \{o,e\}} n_s \omega_s = \Omega_s$ . Es decir,  $\omega_s$  es la contribución de cada miembro de la élite  $s$  al total de poder bélico  $\Omega_s$ . En cambio, si la revolución triunfa, las élites son expropiadas totalmente y no tienen ningún ingreso. Luego, los pagos para cada miembro de la élite  $s$  bajo cada estado  $\xi \in \{A, R\}$ , dónde  $A$  es el triunfo de las élites y  $R$  es el triunfo revolucionario, son:

$$V_s^A = (\bar{\pi}_s + x)/n_s - \omega_s$$

$$V_s^R = 0.$$

Sin embargo, si cooperan se tiene que  $\omega_s = \omega_{-s}$  y se soluciona el problema de manera conjunta, de tal manera que:

$$V_s^A = \sum_{s \in \{o,e\}} \bar{\pi}_s + 2x - \Omega_s.$$

Entonces, la utilidad esperada de la élite en su conjunto bajo cooperación puede escribir como:

$$E(V_{s,cop}) = \rho \left[ \sum_{s \in \{o,e\}} \bar{\pi}_s + 2x - \Omega_s \right] \quad (12)$$

con  $\rho = \frac{\Omega_s}{C_t^R + \Omega_s}$ . En este caso, las élites deciden de manera cooperativa el gasto en poder bélico para enfrentar las actividades revolucionarias, tomando como dado el nivel de gasto en armas de los trabajadores.<sup>38</sup>

Se asume implícitamente, que cada élite  $s$  puede solucionar, en su interior el problema común de manera óptima, razón por la cuál siempre hay completa cooperación dentro de las élites. Este supuesto no es trivial, pero en la presente investigación nos enfocamos en la cooperación entre élites heterogéneas en sus intereses económicos. Se puede justificar este supuesto ya que las élites tienen redes sociales con mayor densidad, con mecanismos de control más eficientes entre ellos que pueden eliminar la presencia de un polizón; también es importante la homogeneidad en preferencias, una identidad común y relaciones familiares que incrementan la confianza y comunicación entre ellos.

### La función de reacción de las élites bajo cooperación:

La función de reacción de las élites se obtiene de la maximización de (12) respecto a  $\omega_s$ :

$$\max_{\omega_s \geq 0} E(V_{s,cop}).$$

---

<sup>38</sup>Cabe notar que según el planteamiento del juego el acuerdo de cooperación implica que las élites ganan  $\bar{\pi}_s$  y no  $\pi_s^*$ , este acuerdo es el único tipo de cooperación que puede funcionar. En el apéndice, se analiza porqué un acuerdo con la configuración  $EM$  y cooperación entre élites no es favorable para los terratenientes y no se puede implementar.

Se obtiene la condiciones de primer orden de Kuhn-Tucker y se despeja  $\Omega_s$ , dado que hay completa cooperación no es necesario ninguna manipulación adicional.<sup>39</sup> La función de reacción (solución interior) para la élite en su conjunto bajo cooperación es:

$$\Omega_{s,cop}(C_l^R) = \sqrt{C_l^R (\bar{\pi}_e + \bar{\pi}_o + C_l^R + 2x)} - C_l^R \quad (13)$$

Cabe notar, que bajo cooperación la función de reacción de la élite en su conjunto no depende del tamaño poblacional de la élite y es creciente en sus beneficios. Esta función es cuasicóncava.<sup>40</sup>

#### 4.3.2. No Cooperación:

Si en la primera etapa las élites deciden no cooperar, las élites maximizan su utilidad:

$$u_s = y_{a,s} + y_{n,s}$$

sujeto a:  $y_{a,s} + y_{n,s} \leq (\pi_s^* + y)/n_s - \omega_s$ , con  $y = x - c_x$ , si mantienen el poder. En cambio, si la revolución triunfa, las élites son expropiadas totalmente. Entonces los pagos para un miembro de la élite  $s$  bajo cada estado  $\xi \in \{A, R\}$ , son:

$$V_s^A = (\pi_s^* + y)/n_s - \omega_s,$$

$$V_s^R = 0.$$

Entonces, la utilidad esperada de un miembro la élite  $s$ , bajo no cooperación se puede escribir como:

$$E(V_{s,nc}) = (\pi_s^* + y)/n_s - \omega_s \quad (14)$$

con  $\rho = \frac{n_s w_s + n_{-s} \omega_{-s}}{C_l^R + n_s w_s + n_{-s} \omega_{-s}}$ . En este caso, cada miembro de la élite  $s$  toma como dada la contribución total de los miembros de la otra élite ( $n_{-s} \omega_{-s}$ ), y el gasto en armas de los trabajadores  $C_l^R$ .<sup>41</sup>

#### La función de reacción de las élites bajo no cooperación:

La función de reacción de las élites se obtiene de la maximización de (14) respecto a  $\omega_s$ :

$$\max_{\omega_s \geq 0} E(V_{s,nc}).$$

<sup>39</sup>La derivación paso a paso, se presenta en el anexo técnico A1, desarrollado en el software Mathematica.

<sup>40</sup>Cuándo la restricción de no negatividad es activa, se tiene otra solución  $\Omega_s = 0$ , con  $\omega_s = 0$ . Pero, en este trabajo el interés está en la solución interior. Se puede argumentar, que esta solución no es un equilibrio estable ya los trabajadores con cualquier monto de gasto en actividades revolucionarias ganan el poder con  $\rho = 1$ .

<sup>41</sup>Se recuerda que  $y = x - c_x$ , dónde  $c_x$  es el costo de combatir entre élites o el monto de recurso destruido en el conflicto. Este parámetro es exógeno, simétrico y se asume que siempre:  $x > c_x$ .

Se obtiene la condiciones de primer orden de Kuhn-Tucker para cada élite y luego se obtiene el equilibrio de Nash, para el juego de provisión conjunta de  $\Omega_s$  sin cooperación. La función de reacción de los terratenientes es:

$$\omega_o(\omega_e, C_l^R) = \frac{\sqrt{n_o^2 C_l^R (-c_x + C_l^R + n_e \omega_e + \pi_o^* + x)} - n_o (C_l^R + n_e \omega_e)}{n_o^2}. \quad (15)$$

Cuándo no existe cooperación el gasto en poder bélico de los terratenientes es influenciado por el gasto de los empresarios, el segundo término de la parte derecha muestra el efecto del polizón. Es decir, que los terratenientes tratan de aprovecharse del gasto en actividades contrarrevolucionarias de los empresarios ya que sus beneficios no son excluibles. Lo mismo ocurre con los empresarios, y su función de reacción es:

$$\omega_e(\omega_o, C_l^R) = \frac{\sqrt{n_e^2 C_l^R (-c_x + C_l^R + \pi_e^* + n_o \omega_o + x)} - n_e (C_l^R + n_o \omega_o)}{n_e^2}. \quad (16)$$

En este caso, se debe encontrar el equilibrio de Nash, para determinar la función de reacción de las élites en su conjunto.<sup>42</sup> Las ecuaciones (15) y (16) forman un sistema con solución unica en  $\mathbb{R}_+$ . La función de reacción de la élite en su conjunto bajo no cooperación es:

$$\Omega_s(C_l^R) = -C_l^R +$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} \sqrt{C_l^R \left( \sqrt{C_l^R (8(2(x - c_x) + \pi_e^* + \pi_o^*) + 9C_l^R)} + 4(2(x - c_x) + \pi_e^* + \pi_o^*) + 5C_l^R \right)}. \quad (17)$$

Bajo, no cooperación la función de reacción de las élites en su conjunto es independiente del tamaño población de las élites. Esta función es cuasicóncava.

#### 4.4. El problema de los trabajadores.

El trabajador  $l^{\text{ésimo}}$  maximiza su utilidad:

$$u_l = y_{a,l} + y_{n,l} - c$$

sujeto a:  $y_{a,l} + y_{n,l} \leq w^{ea} - c_l^R$ , si la revolución fracasa. En cambio, si la revolución triunfa su ingreso es el resultado del reparto uniforme entre trabajadores de lo que queda de la producción y de los recursos naturales luego de los gastos de guerra:

$$y_{a,l} + y_{n,l} \leq (Y^* + 2x)/n_l - c_r - \Omega_s$$

Nótese que,  $C_l^R = \sum_l c_l^R$ , o en el caso simétrico<sup>43</sup> la contribución total a las actividades revolucionarias es  $C_l^R = n_l c_l^R$ . Entonces, el pago esperado de los trabajadores es:<sup>44</sup>

<sup>42</sup>Se encuentra el aporte individual  $\omega_s$ , para cada  $s$  que corresponde al equilibrio de Nash entre este juego de élites. Por este motivo, se debe agregar multiplicando por  $n_s$  y sumando:  $\Omega_s = \sum_{s \in \{o,e\}} n_s \omega_s^{Nash}$ .

<sup>43</sup>Los trabajadores son homogéneos.

<sup>44</sup>Se trabaja con las utilidades indirectas del fracaso y el triunfo de la revolución multiplicado por las probabilidades de cada evento.

$$E(V_l) = \rho(w^{eq} - c_l^R - c) + (1 - \rho)((Y^* + 2x - \Omega_s)/n_l - c_l^R - c). \quad (18)$$

Cabe notar que el  $l^{\text{ésimo}}$  trabajador toma como dado el nivel de contribución de los demás trabajadores ( $C_{-l}^{Rs}$ ) y también el nivel de poder bélico de las élites  $\Omega_s$ . Por este motivo se tiene:  $\rho = \frac{\Omega_s}{c_l^R + C_{-l}^{Rs} + \Omega_s}$ . En este punto, se estudia la creencia del trabajador  $l^{\text{ésimo}}$  sobre la contribución de los demás trabajadores, componente crucial de este juego.

#### 4.4.1. El juego de cooperación en el espacio.

El juego de provisión de  $C_l^R$  es en esencia un juego del polizón, el problema en el caso continuo es que cada trabajador supone (de manera incorrecta) que los demás aportarán una cantidad suficiente de recursos a la revolución. Por este motivo, tienen el incentivo de contribuir menos y así ganar los beneficios del triunfo revolucionario sin incurrir en sus costos. La tragedia de los comunes surge naturalmente de este marco, ya que todos los trabajadores hacen lo mismo, es decir, sobreestiman la cantidad que los demás trabajadores colaboran con el resultado de que la provisión total es inferior a la cantidad óptima. Ahora, al introducir, el espacio (aún en esta forma simple y ad-hoc) se captura el hecho que el trabajador  $l^{\text{ésimo}}$ , puede ajustar su expectativa sesgada. La razón es que observa, aunque de manera distorsionada, la parte que los demás trabajadores realmente planean contribuir. Entonces, se puede plantear la expectativa del trabajador en la posición  $i$ , con corrección de sesgo:<sup>45</sup>

$$C_{-l}^{Rs} = (1 - D(d_{i,j}^T)) C_{-l}^R. \quad (19)$$

Dónde, la expectativa de contribución de un trabajador  $l_i$ ,  $C_{-l}^{Rs}(d)$ , depende de la creencia (tradicional de Nash)  $C_{-l}^R$  y de la información que tenga de sus vecinos. La función,  $D(d_{i,j}^T)$  es una función con rango máximo posible de  $[0, \infty)$  y estrictamente decreciente.<sup>46</sup> La distorsión con la cuál el trabajador observa las señales o conoce las conjeturas de los demás trabajadores, toma la forma de  $D(d_{i,j}^T) = \frac{1}{d_{i,j}^T}$ , que cumple con las características requeridas. Esta forma funcional, implica que mientras exista mayor dispersión entre los trabajadores la conjetura es más sesgada. En cambio, si hay mayor concentración poblacional, las conjeturas mejoran pues los trabajadores tienen más información sobre los demás agentes. Este forma trata de capturar el hecho estilizado que la urbanización puede aumentar la contribución a actividades revolucionarias (en general el activismo de los trabajadores), esto es consistente con evidencia empírica, como Alesina y Perotti (1996), que encuentra una correlación positiva entre urbanización y

<sup>45</sup>Se puede pensar que la estimación de la contribución de los trabajadores por parte del trabajador ubicado en la posición  $i$ , ahora tiene más información. Esta información es decreciente en la distancia pues esta información es un dato o una observación y este trabajador tendrá mas información de sus vecinos que de las personas en posiciones muy lejanas. Intuitivamente, el trabajador puede conversar o reunirse con los trabajadores cercanos y conocer sus conjeturas mejorando así su estimación sobre la verdadera contribución de los demás a la causa revolucionaria. De la literatura empírica, la presencia de un rezago espacial sugiere la posibilidad de eventos de difusión, esto es, que las acciones que ocurren en un lugar incrementan la probabilidad de un evento en los lugares considerados como vecindarios.

<sup>46</sup>Cabe notar que en el caso de dos trabajadores ubicados en dos posiciones adjuntas, la distancia es 1 cada trabajador escoge  $c_l^R$ , en un problema que es igual al promedio de la provisión en cooperación. Esto se ve claramente si se divide el problema de cooperación entre dos trabajadores.

una medida de descontento social. Así, también DiPasquale y Glaeser(1998), encuentran una correlación positiva entre el grado de urbanización y el número de revueltas en un estudio de corte transversal de países. Estos autores argumentan que el rol de las ciudades es aumentar los flujos de información y facilitar la coordinación entre los participantes de la revuelta.

Cabe notar que en un juego de Nash tradicional, el trabajador  $l^{\text{ésimo}}$  tiene una creencia sobre la estrategia de los demás trabajadores que es la fuente de la ineficiencia en el polizón. Pero, en el presente documento esta expectativa es un caso límite de la situación descrita en este modelo. Específicamente, la expectativa del trabajador  $l$  ubicado en la partición  $i$ :  $l_i$ ; en el caso que la distancia sea infinita es igual a la creencia del jugador tradicional. Formalmente, la creencia espacial converge a la creencia tradicional cuándo  $d_{i,j}^T \rightarrow \infty$ :

$$\lim_{d_{i,j}^T \rightarrow \infty} C_{-l}^{Rs}(d) = C_{-l}^R.$$

#### 4.4.2. La función de reacción de los trabajadores:

La función de reacción de los trabajadores es el resultado de maximizar (18) respecto a  $c_l^R$ :

$$\max_{c_l^R \geq 0} E(V_l).$$

En este caso, luego de obtener las condiciones de primer orden de Kuhn-Tucker se tiene la función de reacción del trabajador  $l^{\text{ésimo}}$ :<sup>47</sup>

$$c_l^R(C_{-l}^{Rs}, \Omega_s) = \frac{\sqrt{n_l \Omega_s (Y^* + 2x - w^{eq} n_l - \Omega_s)}}{n_l} + - \left(1 - \frac{1}{d_{ij}^T}\right) C_{-l}^R - \Omega_s \quad (20)$$

Esta función depende de la contribución de los demás trabajadores y de la medida de concentración poblacional. Ahora, se restringe al caso simétrico bajo el cuál:  $C_{-l}^R = (n_l - 1)c_l^R$ . Reemplazando esta expresión en la ecuación, se despeja  $c_l^R$  y se multiplica por  $n_l$  para obtener la función de reacción de todos los trabajadores:

$$C_l^R(\Omega_s) = \frac{d_{ijT} \left( \sqrt{n_l \Omega_s (Y^* + 2x - n_l w^{eq} - \Omega_s)} - n_l \Omega_s \right)}{(d_{ijT} - 1) n_l + 1} \quad (21)$$

Con  $w^{eq}$ , el salario bajo cada configuración de la economía  $eq \in \{EA, EM\}$ . Esta función es cuasicóncava.

### 4.5. Equilibrio de Nash: bajo alianza entre élites (EA).

El equilibrio de Nash en el juego de la autocracia bajo alianza entre élites ( $eq = EA$ ) es un par  $(\tilde{C}_l^R, \tilde{\Omega}_s) \in \mathbb{R}_+^2$  que satisface simultáneamente las función de reacción de las

<sup>47</sup>Cuándo la restricción de no negatividad es activa, se tiene la solución trivial  $C_l^R = 0$ , que no se considera en este estudio.

élites  $\Omega_{s,cop}(C_{l,EA}^R)$  y de los trabajadores  $C_{l,EA}^R(\Omega_{s,cop})$ . Geométricamente es el punto de intersección entre las curvas de reacción de los dos adversarios cómo se puede visualizar en la figura (2). Tal equilibrio no se puede obtener analíticamente pero se puede analizar algunas de sus características.

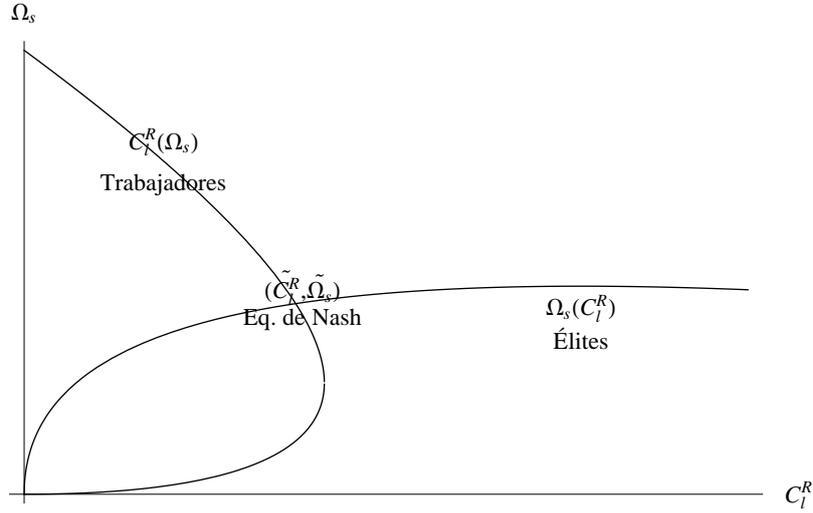


Figura 2: Juego de Autocracia: Funciones de reacción de trabajadores y élite.

**Proposición 1.** *En equilibrio, el monto de la renta natural  $x$  afecta positivamente el nivel de gasto total de armas y disminuye en bienestar de la economía.*

**Demostración 1.** La demostración de la proposición anterior utiliza las derivadas parciales de las funciones de reacción tanto de las élites como de los trabajadores, que son siempre estrictamente positivas. Y además, la característica del gasto en armas que no es consumido, no puede ser revendido y que por ende este monto podría ser reasignado al consumo para obtener una distribución Pareto Superior.

La derivada parcial del gasto en poder bélico de las élites bajo cooperación respecto a  $x$  es:

$$\frac{\delta\Omega_{s,cop}(\cdot)}{\delta x} = \sqrt{\frac{C_l^R}{\bar{\pi}_e + \bar{\pi}_o + C_l^R + 2x}} > 0$$

Esta derivada es estrictamente positiva para todos los parámetros (dado sus intervalos).

La derivada parcial del gasto en actividades revolucionarias por todos los trabajadores respecto a  $x$  es:

$$\frac{\delta C_{l,EA}^R(\cdot)}{\delta x} = \frac{d_{ijT} n_l \Omega_s}{((d_{ijT} - 1) n_l + 1) \sqrt{n_l \Omega_s (Y^* + 2x - n_l \bar{w} - \Omega_s)}} > 0$$

Esta derivada también es estrictamente positiva. Ahora, dado que  $\Omega_{s,cop}$  y  $C_{l,EA}^R$  son funciones con rango en los reales positivos y cuasiconcavas. El par  $(\tilde{C}_l^R, \tilde{\Omega}_s) \in \mathbb{R}_+^2$  que satisface simultáneamente las funciones de reacción con  $x = \bar{x}$  es estrictamente

mayor al par  $(\check{C}_l^R, \check{\Omega}_s) \in \mathbb{R}_+^2$  que satisface las funciones de reacción con  $x = \underline{x}$ . Bajo la condición de que  $\bar{x} > \underline{x}$ .

Para finalizar la prueba, se debe notar que la pérdida de peso muerto en esta economía es la suma de gastos militares por los dos bandos en el equilibrio de Nash. La razón es que se asume implícitamente que las armas se destruyen o deprecian luego de cada enfrentamiento. Alternativamente, el monto gastado en estas armas puede ser consumido por cualquiera de los dos bandos, con resultados preferidos en términos del criterio de Pareto. Formalmente, se puede observar que es cierto, ya que:

$$\tilde{C}_l^R + \tilde{\Omega}_s > \check{C}_l^R, \check{\Omega}_s.$$

En esta proposición, se describe un mecanismo bajo el cuál la abundancia de recursos naturales afecta negativamente el bienestar de una economía al aumentar el peso muerto por gastos en poder bélico. También, un  $x$  mayor afecta el nivel de conflictividad de una sociedad. No obstante, estos resultados no son suficientes para determinar si la abundancia de recursos favorece al dominio de las élites o si al contrario implica una ventaja para los trabajadores. La razón es que en los dos casos los aportes a las actividades bélicas son mayores. Es útil reescribir la probabilidad de triunfo de las élites descrita en la ecuación (11) con los valores del equilibrio:

$$\rho = \frac{\tilde{\Omega}_s(x)}{\tilde{C}_l^R(x) + \tilde{\Omega}_s(x)}.$$

**Proposición 2.** *La probabilidad de triunfo de las élites aumenta cuándo se tiene una renta natural mayor ( $x$ ) siempre y cuándo  $\tilde{\Omega}_s'(x)/\tilde{\Omega}_s(x) \geq \tilde{C}_l^R(x)'/\tilde{C}_l^R(x)$ , con  $\tilde{\Omega}_s'(x)$  la primera derivada parcial de  $\tilde{\Omega}_s(x)$  respecto a  $x$ .*

**Demostración 2.** Se obtiene la derivada parcial de  $\rho(\tilde{C}_l^R, \tilde{\Omega}_s)$  respecto a  $x$  y se plantea la inecuación pertinente:

$$\frac{\delta\rho(\cdot)}{\delta x} = \frac{\tilde{C}_l^R(x)\tilde{\Omega}_s'(x) - \tilde{\Omega}_s(x)\tilde{C}_l^R(x)'}{(\tilde{C}_l^R(x) + \tilde{\Omega}_s(x))^2} \geq 0$$

Tomando los resultados de la proposición (1) se sabe que  $\tilde{\Omega}_s'(x) > 0$  y  $\tilde{C}_l^R(x)' > 0$ . Por lo que se puede concluir que  $\frac{\delta\rho(\cdot)}{\delta x} > 0$ , siempre y cuándo:

$$\tilde{\Omega}_s'(x)/\tilde{\Omega}_s(x) \geq \tilde{C}_l^R(x)'/\tilde{C}_l^R(x).$$

Entonces, las élites incrementan su probabilidad de triunfo con una renta natural mayor cuándo: la elasticidad del gasto militar respecto a la renta natural de las élites es superior a la elasticidad de los gastos revolucionarios respecto a  $x$  de los trabajadores. Esta condición es intuitiva y permite observar que bajo cooperación:  $\tilde{\Omega}_{s,cop}(x) \geq \tilde{\Omega}_{s,nc}(x)$  y  $\tilde{C}_{l,EA}^R(x) \leq \tilde{C}_{l,EM}^R(x)$ . Por tanto, se puede pensar (informalmente) que la presencia de recursos naturales puede crear un incentivo para la cooperación entre las élites ya que al aumentar su probabilidad de triunfo puede también incrementar su pago esperado.

#### 4.6. Equilibrio de Nash: bajo no cooperación entre élites (EM).

En el caso que las élites no cooperan tampoco se puede obtener solución analítica. Pero se puede, al igual que en el caso de alianza entre élites caracterizar el equilibrio.

**Proposición 3.** *En equilibrio (bajo no cooperación de élites), una mayor cantidad de renta natural  $x$  causa un mayor grado de gasto bélico y un menor nivel de bienestar.*

**Demostración 3.** El procedimiento, de esta prueba es análogo a la proposición (1), dado que las dos funciones de reacción son funciones cuasiconcavas se tiene que si las dos aumentan por un aumento de  $x$ , entonces se tiene un par  $(\tilde{C}_l^R, \tilde{\Omega}_s) \in \mathbb{R}_+^2$  mayor.

La derivada parcial de la función de reacción de las élites bajo no cooperación entre ellas es:

$$\frac{\delta\Omega_{s,nc}(\cdot)}{\delta x} = \frac{8}{\sqrt{[9C_l^R + 8(\pi_e^* + \pi_o^* + 2x - 2c_x)]/C_l^R}} + 8$$

$$4\sqrt{2}\sqrt{\left[\sqrt{C_l^R(9C_l^R + 8(\pi_e^* + \pi_o^* + 2x - 2c_x))} + 5C_l^R + 4(+\pi_e^* + \pi_o^* + 2x - 2c_x)\right]/C_l^R}.$$

Esta derivada es estrictamente positiva ( $c_x < x$ ) para los intervalos factibles de los parámetros. Nótese que es más pequeña que la derivada del caso de completa cooperación o alianza entre élites. Esto se deriva del hecho del problema del polizón que ocurre al escoger estratégicamente el gasto en poder bélico.

La derivada parcial de la función de reacción de los trabajadores respecto a  $x$  bajo *EM*, es:

$$\frac{\delta C_{l,EM}^R(\cdot)}{\delta x} = \frac{d_{ijU}n_l\Omega_s}{((d_{ijU} - 1)n_l + 1)\sqrt{n_l\Omega_s(Y^* + 2x - n_lw^* - \Omega_s)}}.$$

Esta derivada es estrictamente positiva dado que  $d_{ijU} > 1$ . Esta derivada es muy similar al caso de  $C_{l,EA}^R(\cdot)$  pero dos cambios proporcionan una nueva interpretación de la derivada. En especial, se sabe que  $w^* > \bar{w}$  que implica una menor variación marginal. Además que  $d_{ijU} > d_{ijT}$ , donde el subíndice  $U$  denota la mayor concentración poblacional (debido al proceso migratorio descrito en la sección 3) que facilita la cooperación entre los trabajadores. No obstante, en el caso de los recursos naturales la segunda derivada cruzada respecto a  $d_{ijU}$  es negativa:

$$\frac{\delta^2 C_{l,EM}^R(\cdot)}{\delta x \delta d_{ijU}} = -\frac{(n_l - 1)n_l\Omega_s}{((d_{ijU} - 1)n_l + 1)^2\sqrt{n_l\Omega_s(Y^* + 2x - n_l(w^* + \Omega_s))}}.$$

Por lo que la variación marginal del gasto en actividades revolucionarias bajo *EM* es siempre menor que la variación bajo *EA*. La parte final de la prueba es idéntica al la proposición (1). La razón es que dado estas características de las derivadas de la función de reacción, su cuasiconcavidad (y por ende la unicidad del equilibrio de Nash), se tiene que el gasto militar de los dos bandos (trabajadores y élites) es mayor cuando  $x$  es mayor. Además, se sabe que la pérdida de peso muerto es mayor también. Esto completa la prueba.

Se prueba entonces que aún en el caso de que las élites no cooperen y la economía se encuentre en el equilibrio de mercado y con un mayor nivel de urbanización los recursos naturales siguen afectando de manera positiva al gasto bélico.

**Hecho 1.** La probabilidad de triunfo de las élites aumenta en menor medida por un mayor  $x$  cuándo las élites no cooperan que en el caso cuándo el compromiso entre las élites se mantiene (alianza de élites).

Este hecho es directamente observable de la condición de la proposición (2), ya que de las proposiciones (1) y (3) se tiene que la condición:

$$\widetilde{\Omega}'_s(x)/\widetilde{\Omega}_s(x) \geq \widetilde{C}'_l^R(x)/\widetilde{C}_l^R(x),$$

tiene menos posibilidades de cumplirse sin cooperación dado que:  $\Omega_{s,cop}(x) > \Omega_{s,np}(x)$ ,  $\Omega'_{s,cop}(x) < \Omega'_{s,np}(x)$  y además  $C_{l,EA}^R(x) < C_{l,EM}^R(x)$  y  $C_{l,EA}^R(x) > C_{l,EM}^R(x)$ . Este hecho dice simplemente que la presencia de recursos naturales, para todos los parámetros posibles, aumenta en términos relativos la probabilidad de que las élites triunfen unidas o cooperando respecto al caso de no cooperación. No obstante este hecho no permite concluir sin ambigüedad que el pago esperado de las élites bajo cooperación es mayor debido a que tienen un mayor gasto bélico que afecta el pago de las élites de manera negativa. En este punto, se vuelve importante la heterogeneidad de las élites. Nótese que esta proposición no dice que la probabilidad de triunfo de las élites ( $\rho$ ) bajo no cooperación se incrementa con  $x$ , este valor bien puede ser negativo. Lo que dice, es que  $x$  favorece más relativamente a la probabilidad de triunfo de élites bajo cooperación que bajo no cooperación.

#### 4.7. El juego completo: las condiciones para la alianza entre élites.

En la ecuación (9) se tiene la condición de cooperación de los empresarios en el juego del oro para mantenerse en el equilibrio de alianza entre élites  $EA$ . En el modelo de la presente sección, se profundiza esta idea al introducir la posibilidad de revolución y expropiación por parte de los trabajadores y al modelizar de manera explícita la confrontación bélica y la probabilidad de éxito revolucionario. Las condiciones bajo las cuáles los empresarios cooperan son más complejas, pero la lógica subyacente es equivalente al juego del oro. Se debe recordar que las élites juegan primero, así por inducción hacia atrás escogen cooperar o no cooperar en la primera etapa dado que en la segunda etapa:

$$E(V_{s,cop}) \geq E(V_{s,nc})$$

$$\rho_{cop}(C_{l,EA}^{\widetilde{R}}, \widetilde{\Omega}_{s,cop})(\overline{\pi}_s + x - \widetilde{\Omega}_{s,cop})/n_s \geq \rho_{np}(C_{l,EM}^{\widetilde{R}}, \widetilde{\Omega}_{s,np})((\pi_s^* + x - c_x)/n_s - \widetilde{\omega}_{s,nc}). \quad (22)$$

**Proposición 4.** Una renta natural mayor  $x$  (abundancia de recursos naturales) incentiva la estrategia de cooperación para los terratenientes siempre y cuándo:

$$x > \frac{\rho_{np}\pi_o^* - \rho_{cop}\overline{\pi}_o - \rho_{np}c_x - (\rho_{np}n_o\widetilde{\omega}_{o,nc} - \rho_{cop}\widetilde{\Omega}_{s,cop})}{(\rho_{cop} - \rho_{np})}.$$

**Demostración 4.** La idea principal de la prueba es similar al argumento utilizado en el juego del oro. Para el caso de los terratenientes se reescribe la condición de cooperación (ecuación 22) como:<sup>48</sup>

$$\rho_{cop}x - \rho_{np}(x - c_x) > \rho_{np}(\pi_o^* - n_o\tilde{\omega}_{o,nc}) - \rho_{cop}(\bar{\pi}_o - \tilde{\Omega}_{s,cop})$$

$$x(\rho_{cop} - \rho_{np}) + \rho_{np}c_x + (\rho_{np}n_o\tilde{\omega}_{o,nc} - \rho_{cop}\tilde{\Omega}_{s,cop}) > \rho_{np}\pi_o^* - \rho_{cop}\bar{\pi}_o.$$

Dónde:  $\bar{\pi}_o > \pi_o^*$ ,  $\rho_{cop} > \rho_{nc}$  y  $x > x - c_x$ . Entonces, la única fuente de ambigüedad se debe al monto del aporte individual para la protección armada de su poder ( $\rho_{nc}\tilde{\omega}_{o,nc} < \rho_{cop}\tilde{\Omega}_{s,cop}/n_o$ ). Pero esta desigualdad es atenuada ya que:  $\delta\tilde{\omega}_{o,nc}/\delta x > \delta\tilde{\Omega}_{s,cop}/\delta x$  (según la proposición 3). Además, se sabe por la proposición (2) y el hecho (1) que  $\delta\rho_{cop}/\delta x > \delta\rho_{nc}/\delta x$ . Así, se concluye que un aumento de  $x$  siempre incrementa las probabilidades de cooperación de los terratenientes siempre y cuándo  $c_x$  sea suficientemente grande. Cabe notar que esta proposición no dice que para cualquier  $x$  los terratenientes siempre cooperarán sino que a un mayor  $x$  es más probable que los terratenientes cooperen. La condición de cooperación es:

$$x > \frac{\rho_{np}\pi_o^* - \rho_{cop}\bar{\pi}_o - \rho_{np}c_x - (\rho_{np}n_o\tilde{\omega}_{o,nc} - \rho_{cop}\tilde{\Omega}_{s,cop})}{(\rho_{cop} - \rho_{np})}.$$

**Proposición 5.** Una renta natural mayor  $x$  (abundancia de recursos naturales) incentiva la estrategia de cooperación para los empresarios siempre y cuándo: .

En el caso de los empresarios, se procede de manera análoga a la proposición anterior. Para observar este hecho se reescribe la condición para los terratenientes:<sup>49</sup>

$$\rho_{cop}x/n_e - \rho_{np}(x - c_x)/n_e > \rho_{np}(\pi_e^*/n_e - \tilde{\omega}_{e,nc}) - \rho_{cop}(\bar{\pi}_e/n_e - \tilde{\Omega}_{s,cop}/(n_e + n_o))$$

$$x > \frac{\rho_{np}(\pi_e^* - \tilde{\omega}_{e,nc})/n_e - \rho_{cop}(\bar{\pi}_e/n_e - \tilde{\Omega}_{s,cop}/(n_e + n_o))}{(\rho_{cop} - \rho_{np})}$$

$$x > \frac{\rho_{np}\pi_e^* - \rho_{cop}\bar{\pi}_e - \rho_{np}c_x - \rho_{np}n_e\tilde{\omega}_{e,nc} + n_e\tilde{\Omega}_{s,cop}/(n_e + n_o)}{(\rho_{cop} - \rho_{np})}$$

Dado que:  $\bar{\pi}_o > \pi_o^*$ ,  $\rho_{cop} > \rho_{nc}$  y  $x > x - c_x$ . Dónde de la única fuente de ambigüedad se debe al monto del aporte individual para la protección armada de su poder ( $\rho_{nc}\tilde{\omega}_{o,nc} < \rho_{cop}\tilde{\Omega}_{s,cop}/n_o$ ). En cambio, los empresarios deciden cooperar siempre y cuándo:

$$\rho_{cop}(\cdot)(\bar{\pi}_e + x - \tilde{\Omega}_{s,cop})/n_e \geq \rho_{np}(\cdot)((\pi_e^* + x - c_x)/n_e - \tilde{\omega}_{e,nc}).$$

<sup>48</sup>La condición de cooperación para los trabajadores puede ser reescrita como:  $\rho_{cop}(\cdot)(\bar{\pi}_o + x - \tilde{\Omega}_{s,cop})/n_o \geq \rho_{np}(\cdot)((\pi_o^* + x - c_x)/n_o - \tilde{\omega}_{o,nc})$ .

<sup>49</sup>La condición de cooperación para los trabajadores puede ser reescrita como:  $\rho_{cop}(\cdot)(\bar{\pi}_o + x - \tilde{\Omega}_{s,cop})/n_o \geq \rho_{np}(\cdot)((\pi_o^* + x - c_x)/n_o - \tilde{\omega}_{o,nc})$ .

Aquí, los factores que afectan negativamente la decisión de cooperar son las potenciales ganancias en el equilibrio de mercado:  $\rho_{cop}\pi_e^* \lesssim \rho_{nc}\bar{\pi}_e$ . Cabe notar que  $x$ , afecta (positivamente) en mayor medida a la probabilidad de triunfo de las élites  $\delta\rho_{cop}/\delta x > \delta\rho_{nc}/\delta x$ , mientras que no afecta el nivel de ganancias  $\pi_e^*$ . De esta manera, se puede fortalecer la hipótesis sobre el rol de los recursos naturales para que una economía se encuentre en el equilibrio de alianza entre élites. Por último, el monto aportado es la segunda fuente de ambigüedad ya que al igual que los terratenientes

Para analizar el efecto de  $x$  sobre el pago esperado de la élite  $s$ , se debe realizar el análisis sobre el efecto de  $x$  sobre la utilidad esperada de las élites para lo cuál se utiliza el hecho que se conoce el signo de las derivadas parciales del gasto bélico respecto a la renta natural. Se puede escribir la utilidad esperada bajo el equilibrio de Nash, así:

$$\frac{\widetilde{\Omega}_s(x)}{\widetilde{C}_l^R(x) + \widetilde{\Omega}_s(x)}(\bar{\pi}_s + x - \widetilde{\Omega}_s(x))/n_s \quad (23)$$

Y la condición para que  $x$  aumente el pago esperado de la cooperación entre élites y la estabilidad de la configuración  $eq = EA$  es:

$$\widetilde{\Omega}_s(x) \left( C_l(x) + \widetilde{\Omega}_s(x) + \widetilde{\Omega}_s(x) (C_l)'(x) - (\bar{\pi}_s + x) (C_l)'(x) \right) \geq -\widetilde{\Omega}_s'(x) \left( C_l(x) (\bar{\pi}_s + x) - \widetilde{\Omega}_s(x)^2 - 2\widetilde{\Omega}_s(x) \right)$$

Esta condición se obtiene de la derivación implícita del pago esperado de la élite  $s$  respecto a  $x$ . Esta condición no permite asegurar sin ambigüedad el efecto de  $x$ , pero se puede expresar como:<sup>50</sup>

$$\widetilde{\Omega}_s(x) \left( 1 + \frac{\widetilde{C}_l^R'(x)}{\widetilde{C}_l^R(x)\widetilde{\Omega}_s'(x)} \right) + \frac{1}{\widetilde{\Omega}_s'(x)} + \left( \widetilde{\Omega}_s(x) + 2 \right) \geq (\bar{\pi}_s + x) \left( \frac{\widetilde{C}_l^R'(x)}{\widetilde{C}_l^R(x)\widetilde{\Omega}_s'(x)} - 1 \right) \quad (24)$$

Esta expresión, deja ver algunas características del equilibrio: (i) Para el caso especial en el cuál:

$$\frac{\widetilde{C}_l^R'(x)}{\widetilde{C}_l^R(x)\widetilde{\Omega}_s'(x)} \leq 1.$$

Existirá cooperación entre élites. Esta inecuación requiere que la elasticidad de los gastos revolucionarios de los trabajadores en equilibrio sean pequeños y que el cambio marginal de los gastos bélicos de las élites sea grande, tal que la expresión sea menor a 1. Intuitivamente, se sabe que bajo cooperación las élites podrían mejorar la canalización de recursos hacia la autoprotección, mientras que los trabajadores tendrán problemas debido a su menor nivel de organización consecuencia de su dispersión (espacial) bajo una economía predominantemente rural. Además, se sabe que por la presencia del término  $\widetilde{C}_l^R(x)$  en el denominador que cuando  $x \rightarrow \infty$ ,  $\widetilde{C}_l^R(x) \rightarrow \infty$  razón por la cuál altos niveles de la renta natural o un boom hace más probable la alianza entre élites. Esta conjetura, como se ve en los experimentos numéricos se soporta en los casos estudiados.

<sup>50</sup>Se puede ver la manipulación en el apéndice (11.3).

## 4.8. El equilibrio económico y político: descripción.

La secuencia de los eventos y las ecuaciones que determinan el equilibrio económico y político son:

### Decisión de las élites: la formación de la alianza.

En la primera etapa las élites deciden si cooperan o no, utilizando inducción hacia atrás y según su pago esperado de la segunda etapa. Cooperan siempre y cuándo se cumpla la condición (inecuación 22):

$$E(V_{s,cop}) \geq E(V_{s,nc}).$$

Si las élites cooperan la economía se encontrará bajo la configuración  $eq = EA$  o equilibrio de alianza entre élites, si no cooperan las fuerzas del ajuste marshalliano llevarán a la economía a la configuración  $eq = EM$ .

### Equilibrio Económico:

El sistema económico admite dos equilibrios, que corresponden a la las dos soluciones de:

$$(1 - a)^{\lambda + \gamma - 1} a^{1 - \phi} = \frac{\phi}{\gamma} \left( \frac{A_a}{A_n} \right) n_e^{\gamma - 1} n_l^{\phi - \lambda - \gamma}. \quad (25)$$

En el intervalo  $0 < a < 1$ . Si  $eq = EA$ , la economía se encuentra en  $\bar{a}$  y si  $eq = EM$ , la economía se encuentra en  $a^*$ .

### Mercado Laboral:

Bajo la configuración  $eq = EA$ , la economía se encuentra en el equilibrio  $\bar{a}$ . Los salarios se determinan como:

$$w^{eq} = \phi A_a (L_a^{eq})^{\phi - 1}. \quad (26)$$

Los beneficios de los terratenientes se determinan como:

$$\pi_o^{eq} = A_a (L_a^{eq})^\phi - w^{eq} L_a^{eq} \quad (27)$$

Los beneficios de los empresarios se determinan como:<sup>51</sup>

$$\pi_e^{eq} = n_e^{1 - \gamma} A_n (L_n^{eq})^{\gamma + \lambda} - w^{eq} L_n^{eq} \quad (28)$$

La condición de limpieza del mercado laboral es:

$$n_l = L_a^{eq} + L_n^{eq}. \quad (29)$$

---

<sup>51</sup>Se tiene que el beneficio de una firma individual es:  $\pi_{e,j}^{eq} = A_n (L_n^{eq}/n_e)^\gamma (L_n^{eq})^\lambda - w^{eq} L_n^{eq}$ . Dónde, se aprovecha que todas las firmas son idénticas por lo que  $L_{n,j}^{eq}$  es la misma para todas las firmas. Luego se agrega el beneficio de estas firmas homogéneas multiplicando para el número de empresarios:  $\pi_e^{eq} = n_e (\pi_{e,j}^{eq})$ .

**La estructura poblacional:**

Bajo la configuración  $EA$ :

$$d_{ij}^T = d_{ij}^{EA}.$$

Dónde  $d_{ij}^T$  es una medida de dispersión poblacional.

Bajo la configuración  $EM$ :

$$d_{ij}^U = d_{ij}^{EM}.$$

Dónde,  $d_{ij}^U$  es la dispersión poblacional luego de que hay un proceso de migración poblacional hacia la ciudad.

**El conflicto: bajo la configuración  $EA$ :**

Los trabajadores escogen los niveles de gasto en armas simultáneamente. Dónde  $(\tilde{C}_{l,EA}^R, \tilde{\Omega}_{s,EA})$  es la solución única y positiva del sistema formado por dos ecuaciones:

$$\Omega_s(C_l^R) = \sqrt{C_l^R (\bar{\pi}_e + \bar{\pi}_o + C_l^R + 2x) - C_l^R} \quad (30)$$

$$C_l^R(\Omega_s) = \frac{d_{ijT} \left( \sqrt{n_l \Omega_s (Y^* + 2x - n_l \bar{w} - \Omega_s)} - n_l \Omega_s \right)}{(d_{ijT} - 1) n_l + 1} \quad (31)$$

**El conflicto: bajo la configuración  $EM$ :**

Los trabajadores escogen los niveles de gasto en armas simultáneamente. Dónde  $(\tilde{C}_{l,EM}^R, \tilde{\Omega}_{s,EM})$  es la solución única y positiva del sistema formado por dos ecuaciones:

$$\Omega_s(C_l^R) = -C_l^R +$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} \sqrt{C_l^R \left( \sqrt{C_l^R (8(2(x - c_x) + \pi_e^* + \pi_o^*) + 9C_l^R) + 4(2(x - c_x) + \pi_e^* + \pi_o^*) + 5C_l^R)} \right)}. \quad (32)$$

$$C_l^R(\Omega_s) = \frac{d_{ij}^U \left( \sqrt{n_l \Omega_s (Y^* + 2x + -n_l (w^* + \Omega_s) +)} - n_l \Omega_s \right)}{(d_{ij}^U - 1) n_l + 1} \quad (33)$$

En este caso, se tiene también el gasto individual de cada élite en armas. Para los terratenientes:

$$n_o \tilde{\omega}_o = \frac{1}{8n_o} [$$

$$2\sqrt{2} \sqrt{n_o^2 C_l^R \left( \sqrt{C_l^R (8(-2c_x + \pi_e^* + \pi_o^* + 2x) + 9C_l^R)} - 8c_x + 5C_l^R + 4(\pi_e^* + \pi_o^* + 2x) \right)}$$

$$-n_o \left( \sqrt{C_l^R (8(-2c_x + \pi_e^* + \pi_o^* + 2x) + 9C_l^R) + 5C_l^R + 4\pi_e^* - 4\pi_o^*} \right)].$$

Par los empresarios:

$$n_e \tilde{\omega}_e = \frac{1}{8} \left( \sqrt{C_l^R (8(-2c_x + \pi_e^* + \pi_o^* + 2x) + 9C_l^R) - 3C_l^R + 4\pi_e^* - 4\pi_o^*} \right).$$

### La probabilidad de triunfo de las élites:

De acuerdo a las decisiones de los trabajadores y élites y a la configuración de la economía se determina la probabilidad de triunfo de las élites:

$$\rho = \frac{\tilde{\Omega}_{s,eq}}{\tilde{C}_{l,eq}^R + \tilde{\Omega}_{s,eq}}, \quad (34)$$

con  $eq \in \{EA, EM\}$ .

### El consumo y bienestar:

La utilidad esperada de cada miembro representativo de los terratenientes, empresarios y trabajadores está determinado por las siguientes ecuaciones:

Los trabajadores tienen un pago esperado de:

$$E(V_l) = \rho(w^{eq} - \tilde{C}_l^R/n_l - c) + (1 - \rho)((Y^* + 2x - \tilde{C}_l^R - \tilde{\Omega}_s - n_l c)/n_l) \quad (35)$$

con  $eq \in \{EA, EM\}$ .

Bajo la configuración  $EA$ :

Los terratenientes tienen un pago esperado de:

$$E(V_{o,EA}) = \rho(\bar{\pi}_o + x - \tilde{\Omega}_s)/n_o. \quad (36)$$

Los empresarios tienen un pago de:

$$E(V_{e,EA}) = \rho(\bar{\pi}_e + x - \tilde{\Omega}_s)/n_e. \quad (37)$$

Bajo la configuración  $EM$ :

Los terratenientes tienen un pago de:

$$E(V_{o,EM}) = \rho(\pi_o^* + x - c_x)/n_o - \tilde{\omega}_o. \quad (38)$$

Los empresarios:

$$E(V_{e,EM}) = \rho(\pi_e^* + x - c_x)/n_e - \tilde{\omega}_e. \quad (39)$$

**Las condiciones de equilibrio de bienes:**

$$\sum_{s \in \{o, e\}} \pi_s^{eq} + w^{eq} = Y^{eq}.$$

Con  $Y^*$ , cuándo  $eq = EM$ .

Además, todo el ingreso es gastado en bienes de consumo del sector agrícola o del sector no agrícola y en armas.

$$Y^* + 2(x - c_x) = Y_a^* + Y_n^* + \tilde{\Omega}_{s,EM} + \tilde{C}_{l,EM}^R$$

$$\bar{Y} + 2x = \bar{Y}_a + \bar{Y}_n + \tilde{\Omega}_s + \tilde{C}_l^R.$$

## 5. Experimentos numéricos: el juego de la autocracia.

El modelo desarrollado en la sección (4) tiene una meta ambiciosa: determinar el equilibrio político y económico en un cuadro de múltiples equilibrios, agentes heterogéneos e incertidumbre (endógena). El costo de la complejidad es que no tiene solución analítica. Por este motivo, se dedica esta sección a la simulación del modelo de equilibrio general económico y político desarrollado en la sección anterior.

### 5.1. Modelo Base: simulación.

El modelo desarrollado tiene tres tipos de parámetros: (i) Parámetros poblacionales  $\theta_{pob} = [n_l, n_e, n_o]$ . (ii) Parámetros económicos primarios (tecnología)  $\theta_{econ} = [\phi, \gamma, \lambda, A_a, A_n]$ . (iii) Parámetros de dotación de recursos  $\theta_{rec} = [x, c_x]$ . Nótese que todos estos parámetros son observables y tienen intervalos definidos creíbles. Así, aunque el modelo no ha sido diseñado para ser calibrado para una economía en particular, tiene un mecanismo que tiene todas las piezas fundamentales de una economía. El afán de endogenizar el régimen político y la posibilidad de triunfo de una revolución ha tenido como consecuencia la imposibilidad de obtener soluciones analíticas para el equilibrio político y económico pero proporciona un marco dónde los experimentos numéricos son tratables. Esto ocurre, debido a que los parámetros son pocos (ya que la mayoría de componentes son endógenos) y a una secuencia de eventos clara. De esta manera, es posible aprender con mayor facilidad del modelo, mediante simulaciones numéricas, que permiten mejorar la comprensión de los mecanismos por los cuáles los recursos naturales afectan al poder político y al desempeño económico. Cabe resaltar las diferencias con el modelo simple expuesto en la sección (3), que con un mecanismo simple captura el hecho estilizado que se quiere explicar: las sociedades ricas en recursos naturales tienen un peor desempeño económico, instituciones ineficientes y alta concentración del poder y del ingreso. Este modelo, puede ser entendido analíticamente en casi su totalidad. Pero la parsimonia y claridad del argumento tiene un costo alto, la potencial fragilidad a algunos de sus supuestos. Entonces, el modelo de la sección (4) puede ser visto como una prueba de la robustez del mecanismo expuesto en el juego del oro. En este segundo modelo, se relaja el supuesto de que los trabajadores no pueden cooperar efectivamente

para iniciar una revolución. Así, se plantea un modelo que considera de manera explícita la posibilidad de triunfo de una élite en un conflicto. El objetivo de este modelo, no es predictivo en el sentido de proveer hipótesis que puedan ser probadas empíricamente (aunque se puede analizar casos y se puede reformular para hacerlo) sino que su foco está en proveer una explicación de un hecho observado en el mundo real.<sup>52</sup> En este sentido, la simulación numérica se justifica plenamente, ya que se puede entender el vínculo causal entre los elementos estudiados sin pérdida de generalidad.

### 5.1.1. La configuración base

#### Parámetros

Los parámetros escogidos para el presente trabajo se basan (cuándo es posible) en el trabajo de Graham y Temple (2006), especialmente el vector  $\theta_{econ}$ . En el caso de  $\theta_{pob}$  se escogen de tal manera que se tiene soluciones al sistema para encontrar el  $a^{eq}$  que se alejen de la especialización completa. Finalmente, para el parámetro de recursos naturales  $\theta_{rec}$ , se considera: para la renta natural  $x$ , un intervalo tal que  $x$  sea cuándo más  $8/9$  (aproximadamente 90%) del ingreso total de la economía en la configuración  $EM$ , es decir,  $2x = 8Y^* = \frac{8}{9}Y_{tot}^{EM}$ . Se define al ingreso total de la economía bajo  $EM$  como:  $Y_{tot}^{EM} = Y^* + 2x$ . Para el parámetro  $c_x$  o el costo del enfrentamiento entre las dos élites se considera tres escenarios de destrucción: bajo, con 10% de  $x$  destruido; medio con 50% de destrucción; y alto con 90% de daño del recurso natural. El cuadro (3) muestra la configuración base del modelo.

$\theta_{econ}$	$\phi = 0.40$	$\gamma = 0.35$	$\lambda = 1$	$A_a = 1$	$A_n = 2$
$\theta_{pob}$	$n = 10$	$n_l = 8$	$n_e = 1$	$n_i = 1$	
$\theta_{rec}$	$x \in [0, 4Y^*]$	$c_x \in \{dest * x\}$	$dest \in \{.1, .5, .9\}$		

Cuadro 3: Parámetros Configuración Base

## 5.2. Hallazgos:

### 5.2.1. Gasto bélico y pérdida de peso muerto:

En la figura (3) se puede observar los gastos militares totales de élites ( $\tilde{\Omega}_s$ ) y los esfuerzos revolucionarios de todos los trabajadores ( $\tilde{C}_l^R$ ), bajo el equilibrio de Nash en el juego de la autocracia. Se presentan los resultados bajo cuatro escenarios posibles: la configuración  $EA$  con cooperación entre las élites, la configuración  $EM$  con  $c_x = 0.10x$ , la configuración  $EM2$  con  $c_x = 0.5x$  y la configuración  $EM3$  con  $c_x = 0.90x$ .

Las simulaciones numéricas bajo la configuración base muestran: (i) Que los gastos bélicos totales de los dos bandos bajo el equilibrio de Nash en las diferentes configuraciones son crecientes en  $x$ . (ii) Además, la pendiente de  $\tilde{\Omega}_s$  es superior a  $\tilde{C}_l^R$  para todo  $x$ . (iii) El gasto bélico de las élites es siempre superior (en el rango establecido) lo que

<sup>52</sup>En términos metodológicos, el modelo propuesto puede considerarse como intermedio entre un modelo con fines universalistas que pone antes a la abstracción que a la evidencia como el de crecimiento de Solow y un modelo que busca una explicación creíble a un fenómeno observado como el de segregación racial en vecindarios de Schelling.

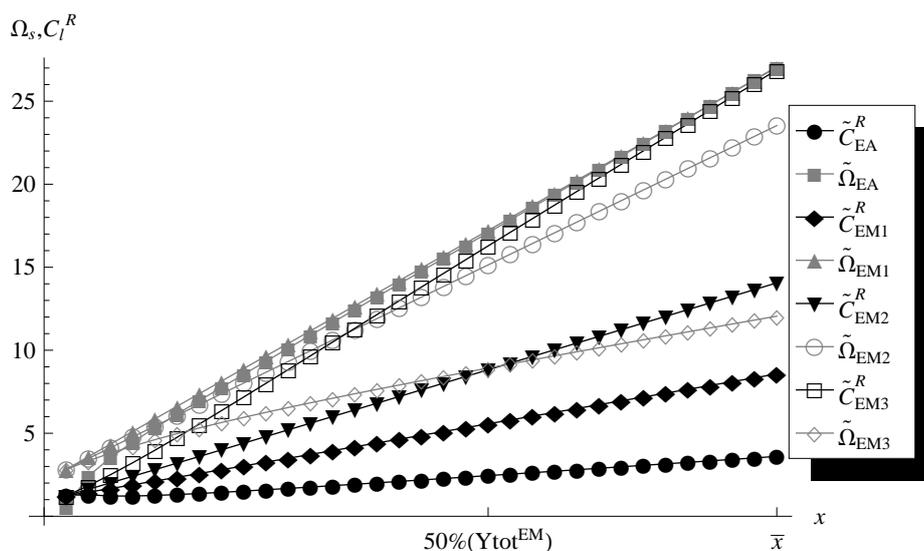


Figura 3: Gasto bélico en equilibrio (juego de la autocracia) bajo las configuraciones  $EA$  y tres escenarios de  $EM$ . Esto es:  $EM1$  con  $c_x = (0.1)x$  o un 10 % de destrucción del recurso natural bajo el enfrentamiento de élites,  $EM2$  con  $c_x = (0.5)x$  y  $EM3$  con  $c_x = (0.9)x$ . El rango de  $x$  es  $x \in [0, 4Y^*]$ , esto significa que las rentas naturales pueden ser cuándo más  $\frac{8}{9}$  del ingreso total de la economía  $Y_{tot}^{EM}$ .

refleja que sufren en menor medida el problema del polizón respecto a los trabajadores y que tienen más ingresos. (iv) La sensibilidad al parámetro  $c_x$  o nivel de destrucción del recurso es preponderante y sube de manera no lineal cuándo crece  $c_x$ . Esto resalta la importancia de la capacidad de las élites para hacerse daño mutuamente que no sólo reduce los ingresos e incentivos para gastar en armamento de las élites sino que incentiva a los trabajadores a armarse debido a que tienen una mayor probabilidad de triunfo. (v) Finalmente, la suma de estos dos gastos conforman el peso muerto de la economía debido al conflicto y como se ve siempre creciente en  $x \in [0, 4Y^*]$ , confirmando los resultados analíticos de la anterior sección. Esta simulación muestra una vía por la cuál los recursos naturales puede afectar el bienestar total de la economía, aumentando el nivel de peso muerto por gastos en armas. La simulación numérica indica que esta pérdida de bienestar crece de manera casi lineal con  $x$ .

### 5.2.2. La probabilidad del triunfo de la revolución.

La probabilidad de que las élites mantengan el poder político bajo las diferentes configuraciones se presenta en la figura (4). La probabilidad de cambio de régimen o que la revolución de los trabajadores tenga éxito es  $(1 - \rho)$ .

Se puede observar que: (i) Bajo la configuración base, el aumento del monto de la renta natural  $x$  siempre aumenta la probabilidad de triunfo de las élites en la configuración  $EA$ . Es decir, que la presencia del recurso natural afecta más que proporcionalmente la capacidad de cooperar de las élites que en el caso de los trabajadores. (ii) El aumento de  $x$ , puede afectar positivamente el triunfo de la revolución  $(1 - \rho)$  bajo la configuración  $EM$ . Es decir, el recurso natural  $x$  aumenta más que proporcionalmente el incentivo para el gasto revolucionario en los trabajadores respecto a las élites.

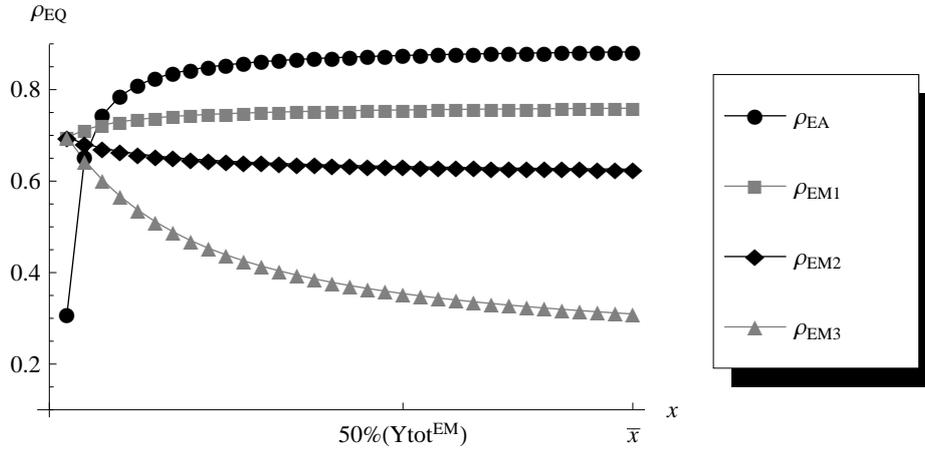


Figura 4: Probabilidad de triunfo de las élites ( $\rho \in [0, 1]$ ) en equilibrio (juego de la autocracia) bajo las configuraciones  $EA$  y tres escenarios de  $EM$ . Esto es:  $EM1$  con  $c_x = (0.1)x$  o un 10% de destrucción del recurso natural bajo el enfrentamiento de élites,  $EM2$  con  $c_x = (0.5)x$  y  $EM3$  con  $c_x = (0.9)x$ . El rango de  $x$  es  $x \in [0, 4Y^*]$ . Origen ubicado en  $(0, 0.5)$ .

(iii) El parámetro  $c_x$  afecta positivamente la probabilidad de triunfo revolucionario. Se observa que mientras mayor es  $c_x$  (escenario  $EM3$ ) este efecto es más importante. Esta simulación numérica refleja otra vía por la cuál los recursos naturales afectan el desarrollo de un país. En este caso, mayores recursos naturales bajo una alianza entre élites pueden fortalecer su hegemonía y por ende favorecer la concentración de poder político. En otros términos, una mayor dotación de recursos naturales está relacionado con regímenes autocráticos u oligárquicos.

### 5.2.3. Distribución del ingreso

La distribución del ingreso ex-post, es decir luego de la realización del evento de triunfo o fracaso de la revolución de los trabajadores, se mide por comparación directa de los ingresos promedio (que es el ingreso real de cada trabajador homogéneo) de cada grupo. En el cuadro (4) se presenta sólo la distribución del ingreso económico en el caso de que la revolución fracase<sup>53</sup>. Si la revolución tiene éxito el producto total de la economía se distribuye entre los trabajadores y los empresarios y terratenientes no tienen ningún ingreso.

Eq./Agentes	Terrateniente	Empresario	Trabajador	Producción
Eq. de mercado	$\pi_o^*/n_o = 0.26.$	$\pi_e^*/n_e = 21.11$	$w^* = 1.44$	$Y^* = 32.9$
Eq. de alianza	$\bar{\pi}_o/n_o = 1.38$	$\bar{\pi}_e/n_e = 0.001.$	$\bar{w} = 0.11$	$\bar{Y} = 2.3$
Relaciones	$\bar{\pi}_o > \pi_o^*$	$\bar{\pi}_e > \pi_e^* + y$	$\bar{u}_l < u_l^*$	$Y^*/\bar{Y} = 14.31$

Cuadro 4: Distribución del ingreso económico ex-post. En caso de fracaso de la revolución.

<sup>53</sup>O simplemente no se inicie, en el caso del equilibrio de gasto bélico de esquina o  $C_l^R = 0$ .

Esta comparación permite analizar, la distribución de los ingresos económicos. Para analizar la equidad se presenta la curva de Lorenz ( $L(Y^{eq})$ ) para la economía bajo las dos configuraciones  $eq \in \{EA, EM\}$ . Se puede observar que la inequidad es mayor bajo la configuración  $EM$  que bajo  $EA$ . Se debe notar además que la polarización puede ser mayor en el equilibrio de mercado ya que debido a los rendimientos crecientes los beneficios de los empresarios pueden crecer mucho en proporción a los terratenientes y trabajadores. La desviación estándar del vector de ingresos bajo  $EM$  es 6.27, en el caso de la configuración  $EA$ , la desviación estándar es 0.4.<sup>54</sup>

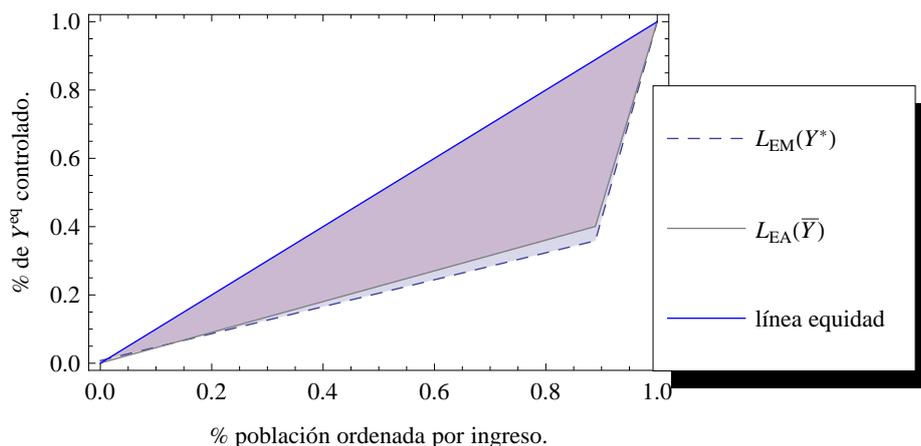


Figura 5: Curva de Lorenz: comparativa entre distribución del ingreso económico con  $EA$  y  $EM$ . Con 10 habitantes la curva es irregular.

En términos de bienestar las comparaciones dependen del criterio utilizado. La configuración  $EM$  tiene un mayor nivel de bienestar agregado que la configuración  $EA$ , nótese que este juicio de valor se hace en un marco utilitarista benthamiano (el mayor bienestar para la mayor cantidad de personas) y permitiendo la comparación interpersonal de bienestar (que es además cardinal). En general, en este caso es necesario un criterio de bienestar distinto al paretiano pues en un juego de conflicto, se tiene además de desperdicio (gastos bélicos), pagos de suma cero, dónde lo que gana uno lo pierde el otro. Por ejemplo, el caso de expropiación por parte de los trabajadores si la revolución triunfa. Nótese, que los dos equilibrios económicos  $EA$  y  $EM$  son óptimo de Pareto, lo que muestra la insuficiencia del análisis paretiano en esta situación, que debe ser completado por otro como el utilitarismo benthamiano o un análisis de equidad como el de Atkinson.<sup>55</sup> Finalmente, se debe notar que este análisis distributivo, ha ignorado el papel de los gastos bélicos y de los recursos naturales que no harán otra cosa que incrementar la inequidad bajo las dos configuraciones. Esto se ha hecho con el fin de aclarar las implicaciones de las dos configuraciones del equilibrio económico. Dado, la naturaleza estocástica del modelo, se abandona este análisis por el estudio de los pagos esperados del juego de la autocracia que permite tener una idea de la situación relativa de los agentes en las distintas realizaciones y configuraciones del sistema político y

<sup>54</sup>No se analiza el caso en el cuál los trabajadores triunfan ya que en este caso para el 20% de la población (las élites) no controlan ningún ingreso y luego la curva de Lorenz se pega a la línea de la equidad. Este caso es el más equitativo de todos los presentados.

<sup>55</sup>Dónde la función de bienestar social es una medida de desigualdad del ingreso.

económico.

### 5.3. Pagos y equilibrio.

El pago esperado de cada uno de los agentes bajo las dos configuraciones posibles respecto a  $x$ , determina el nivel de bienestar en la sociedad y además la configuración bajo la cuál la economía se encuentra. Por la estructura de este modelo, las élites son las que deciden en la primera etapa si forman una alianza o no lo hacen. Se sabe que la alianza sólo se mantiene en el caso que las dos élite cooperen caso contrario elegirán estratégicamente su nivel de gasto militar. La cooperación será un equilibrio de Nash perfecto en subjuegos solamente si  $E(V_{s,EA}) \geq E(V_{s,EM})$  para  $s \in \{o, e\}$ .

#### 5.3.1. Terratenientes:

En el caso de los terratenientes, las simulaciones numéricas presentadas en la figura (6), reflejan la proposición (4), en la cuál a diferencia de la condición de cooperación en el juego del oro (ecuación 8) no siempre es del interés de los terratenientes cooperar. Sin embargo, este caso ocurre, cuándo el total de la renta natural  $x$  es muy pequeña y el costo del conflicto o el daño entre las élites es de  $c_x = 0.10x$ . Si el daño entre las élites es mínimo, las pérdidas en beneficios  $\rho_{EA}\bar{\pi}_o - \rho_{EM}\pi_o^*$ , son más que compensadas por los ahorros generados por su condición de polizontes.<sup>56</sup> En este caso, los empresarios son quienes terminan protegiendo a las dos élites ya que la defensa es un bien no excluible y la probabilidad  $\rho_{EM1}$  se mantiene alta debido a la mayor renta de los empresarios (mayores beneficios y mayor renta natural neta debido a la baja destrucción del recurso). Se debe pensar, en  $c_x$  no como en ataque de los terratenientes a los empresarios sino como un reflejo de la confrontación por un recurso común, en este sentido no puede ser fijado por los miembros de las élites sino que está dado por la naturaleza. Cabe notar también, que para los restantes escenarios ( $EM2, EM3$ ), con  $c_x = 0.5x$  y  $c_x = 0.90x$  respectivamente, el pago esperado de la alianza entre élites es estrictamente mayor a no cooperar y la diferencia es creciente en  $x$ . En la figura (7) se observa la diferencia entre el pago esperado de la configuración  $EA$  frente a los tres escenarios bajo  $EM$ . Dónde,  $D(EV_{s,EMesc}) = E(V_{s,EA}) - E(V_{s,EMi})$  con  $esc \in \{1, 2, 3\}$ . Se puede observar también que, cuándo el costo de la confrontación con los empresarios es alto, los terratenientes siempre están interesados en cooperar.

#### 5.3.2. Empresarios:

El caso de los empresarios es el más interesante, ya que el sector no agrícola del que son propietarios tiene rendimientos crecientes a escala en bajo  $EM$ , por que podría parecer imposible que estén interesados en cooperar para mantenerse en la configuración  $EA$ . No obstante, como se muestra en las simulaciones numéricas presentadas en la figura (8), la presencia del recurso natural hace posible que el pago esperado si coopera sea superior a no cooperar con los terratenientes bajo ciertas condiciones.

Este caso, es uno de los resultados principales del modelo. La simulación numérica muestra como la abundancia de recursos naturales puede incentivar a una élite con ventaja tecnológica a mantenerse en un equilibrio bajo, con menores beneficios económicos,

<sup>56</sup>Para la mayoría de valores de  $x$ , su contribución es cero, por las condiciones de no negatividad.

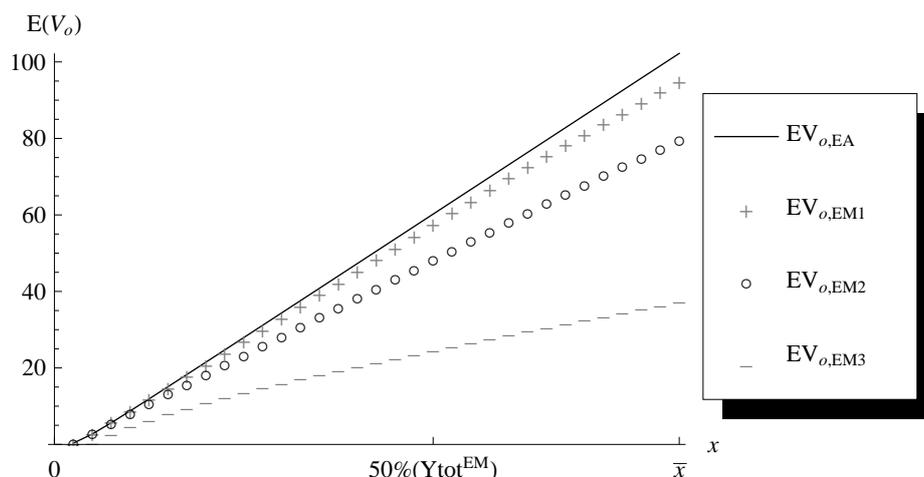


Figura 6: Pago esperado: terratenientes.

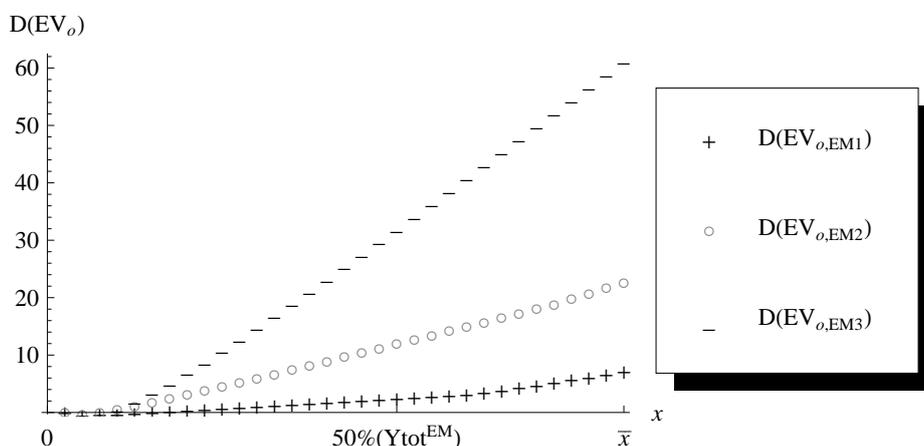


Figura 7: Diferencia del pago esperado entre la configuración  $EA$  y tres escenarios de la configuración  $EM$ .

si las ganancias de la cooperación con la otra élite y las rentas naturales fruto de esta alianza superan los costos de esta decisión. De hecho, se puede observar que el pago esperado para los empresarios de la cooperación es superior al de la no cooperación: (i) Cuando el daño de enfrentarse a la élite de terratenientes es bajo, y la renta natural total representa el 50% de los ingresos del país (bajo  $EM$ ). (ii) Cuando  $c_x = 0.5x$ , es decir, cuando la mitad de los recursos se destruye en la confrontación y la renta natural ( $2x$ ) representa alrededor 25% del total de ingresos. (iii) Cuando, el daño del enfrentamiento es alto (90%) y  $2x$  representa sólo un 15% del ingreso total de la sociedad descrita. Se debe aclarar, que lo importante de estas simulaciones numéricas no son las proporciones predichas sino el mecanismo subyacente y la consecuencia lógica del mismo. En este caso, los empresarios pueden apoyar una institución laboral opresiva y no contratar ningún trabajador del sector agrícola para lograr la cooperación de las élites terratenientes logrando maximizar su pago esperado mientras se logra excluir del usufructo del recurso natural a la mayoría mediante el uso de la fuerza.

En este punto, el lector puede pensar que otra forma de cooperación podría consistir

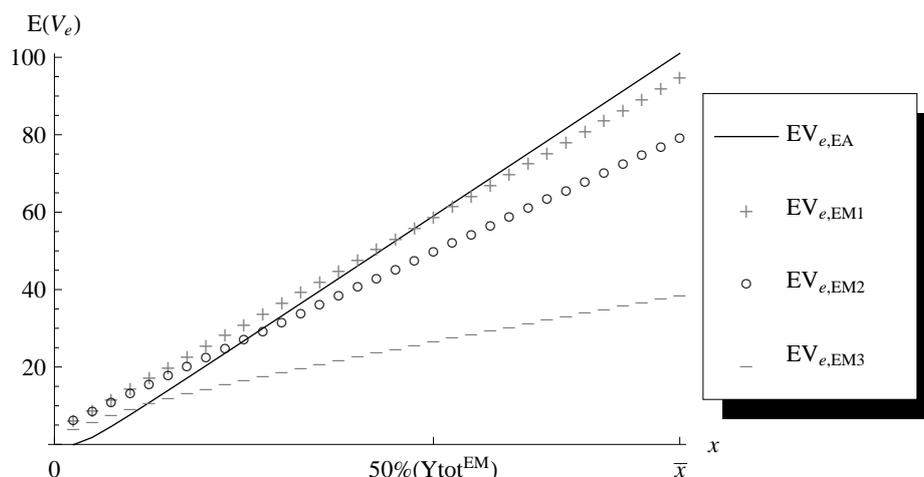


Figura 8: Pago esperado: empresarios.

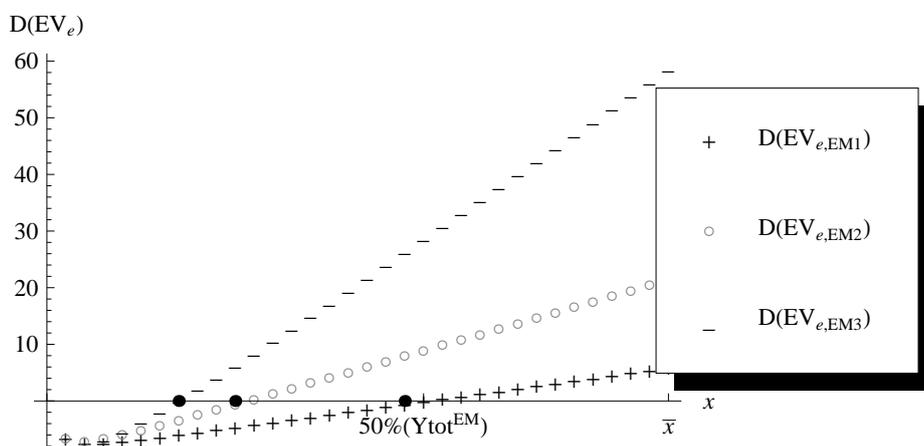


Figura 9: Diferencia del pago esperado para los empresarios: entre la configuración  $EA$  y tres escenarios de la configuración  $EM$ . El origen está ubicado en  $(0,0)$ . Cuando, las líneas sobrepasan el eje horizontal los terratenientes tienen un mayor pago esperado bajo  $EA$  que bajo  $EM$ .

en la cooperación bajo la configuración  $EM$ , pero en este caso el beneficio de los agrícolas sólo consiste en  $x$  ya que  $\bar{\pi}_o \cong 0$ , razón por la cuál los terratenientes nunca aceptarían ya que no pueden aprovecharse de las rentas del polizón. Esto quiere decir, que los terratenientes no sólo tendrán un menor beneficio sino que deberían aportar más para protegerse de los trabajadores, lo que no es conveniente. En términos prácticos, esta estrategia es dominada por la no cooperación con  $EM3$ , dónde los terratenientes actúan como polizones del bien común de control de los trabajadores alzados en armas por parte de los terratenientes. Finalmente, este tipo de cooperación no es de interés del presente trabajo que busca encontrar un mecanismo causal por el cuál los recursos naturales incentivan seleccionar el equilibrio bajo en un entorno de múltiples equilibrios.

## Trabajadores:

El caso de los trabajadores, la simulación muestra que su pago esperado mejora con la presencia de recursos naturales. Pero tal incremento tienen algunas peculiaridades: en la figura (10) se observa que su pago esperado bajo la configuración  $EA$ , tiene una pendiente casi horizontal respecto a  $x$ . Esto cambia respecto al caso del equilibrio de mercado  $EM$ , donde los mayores salarios (empujados por una economía predominantemente no agrícola) incrementan la capacidad de gastar en actividades revolucionarias y por ende su probabilidad de triunfo. Pero el efecto más importante sobre el pago esperado viene de  $c_x$  y de la falta de cooperación de las élites que incrementan la probabilidad de triunfo de una revolución aumentando el pago esperado a través de la mayor cantidad de  $x$ .

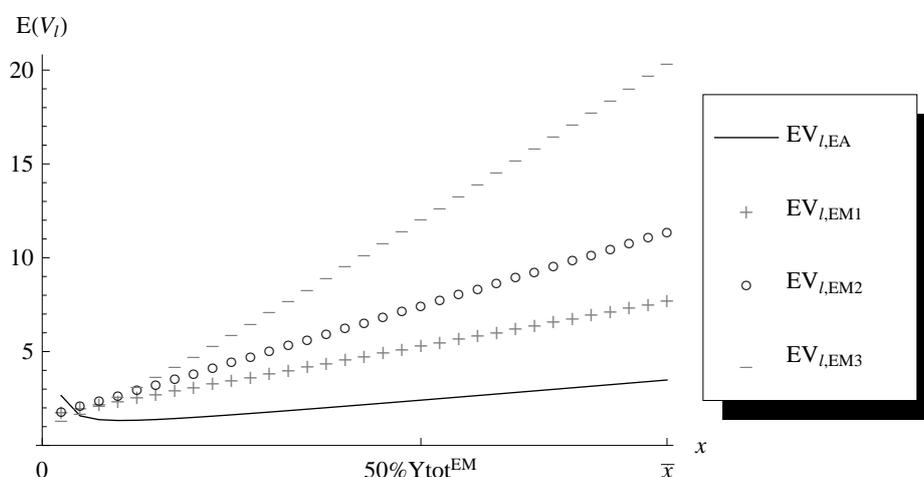


Figura 10: Pago Esperado de los Trabajadores: autocracia.

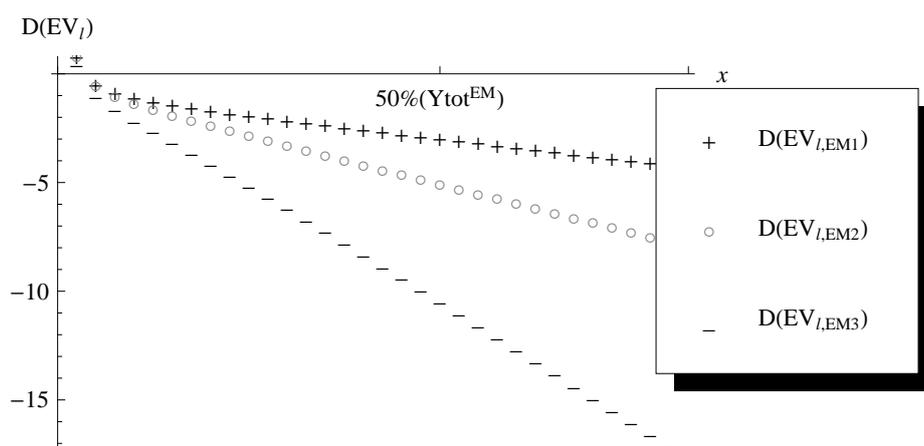


Figura 11: Diferencia del pago esperado de los trabajadores respecto a la configuración  $EA$ , de los tres escenarios  $EM$ . El origen está en  $(0,0)$  y las líneas debajo del eje horizontal implica una diferencia negativa, o que el pago esperado bajo  $EM$  es superior a  $EA$ .

Al observar, las diferencias del pago esperado bajo  $EA$  frente a los tres escenarios de  $EM_i$  con  $i \in \{1, 2, 3\}$  (figura 11), se puede observar que siempre es negativo, lo que muestra los efectos negativos de la alianza entre élites y la configuración  $EA$  sobre el bienestar de los trabajadores.

### 5.3.3. Consideraciones distributivas y de bienestar.

El análisis distributivo bajo este marco estocástico y el análisis de bienestar bajo esta estructura de conflicto es complejo y la literatura no ha proporcionado una opción clara al respecto. Existen problemas respecto a la comparabilidad, al significado cardinal, y a la anonimidad de los agentes cuándo se considera grupos sociales. Por este motivo, nos limitamos a realizar un análisis benthamiano puro, en un entorno estocástico ex-ante (antes que se realicen los pagos). En este caso, se puede observar dos cosas: (i) Que la presencia de recursos naturales tiene un efecto positivo sobre el pago esperado de los tres tipos de agentes, hasta cuándo se alcanza el umbral que permite una alianza entre élites, en este caso los pagos esperados de los trabajadores son casi insensibles a los aumentos de  $x$ , mientras que los pagos de las élites crecen rápidamente. (ii) Cabe notar además que la diferencia del pago esperado bajo  $EA$  respecto a los otros casos, para los trabajadores es negativa, lo que indica cómo se ven afectados los trabajadores por el acuerdo de las élites. (iii) Para niveles bajos de  $x$  en los tres escenarios posibles se tienen pagos esperados mucho más cercanos o similares (más equitativos). En cambio al incrementarse  $x$ , el pago esperado de las élites crece más que proporcionalmente respecto a los trabajadores, indicando una forma en la que  $x$  afecta el nivel de equidad en la sociedad.

Si se toma en cuenta el criterio tradicional paretiano, se sabe que los gastos bélicos causan una pérdida de peso muerto a la sociedad, y cómo se analizó en las subsecciones anteriores el gasto total es creciente con el tamaño de la renta natural  $x$ , razón por la cuál se puede observar un efecto negativo de la abundancia de recursos naturales sobre el bienestar social.

## 6. Democracia.

En la sección (4), se describe un juego de autocracia y revolución en el cuál existe un peso muerto en la economía debido al gasto total en armas. Este desperdicio (en términos de bienestar) ocurre debido a la posibilidad de revolución. Estas condiciones, son desfavorables para todos los agentes en la economía. En este contexto, las élites pueden tener una segunda opción. En África y Latinoamérica muchas dictaduras han negociado la transición a la democracia. En esta sección se busca formular un modelo simple que capture la posibilidad de ofrecer democracia y redistribución bajo un sistema impositivo proporcional combinado con un sistema de redistribución de transferencia uniforme. El juego del conflicto o autocracia es reemplazado por un juego de votación para fijar la tasa impositiva en la presencia de evasión por parte de las élites. La evasión, es una característica importante de las economías en desarrollo.

## 6.1. La fijación de la tasa impositiva bajo democracia.

Se asume que al implantar democracia se adopta un sistema de mayoría simple. Ya que en esta sociedad se supuso que los trabajadores son la mayoría y son homogéneos se tiene que la política ganadora ( $\tau^*$ ) es aquella preferida por el trabajador representativo.<sup>57</sup> Dada la forma de la utilidad de los trabajadores y la homogeneidad el impuesto escogido será  $\tau = 1$  en ausencia de fricciones. No obstante, se considera que la recaudación de impuestos es costosa como en Gupta y Ziramba (2008). Se supone también como ellos, que este costo es lineal en el ingreso recaudado y creciente en la tasa impositiva.<sup>58</sup> Puede pensarse en trámites legales, obtención de información y pago a trabajadores del gobierno. Se supone que en este costo es recibido por una fracción de los trabajadores que  $(\theta_\tau n_l)$  que cobran el impuesto, tal que  $(1 - \theta_\tau)n_l > \theta_\tau n_l + n_e + n_o$ , razón por la cuál el impuesto escogido será aquel preferido por los trabajadores que no trabajan para el gobierno.<sup>59</sup> Además, las élites pueden evadir y es conocimiento común que lo harán lo que crea una cota superior para el  $\tau$ . Así, el impuesto bajo democracia se fija bajo estas restricciones y los trabajadores escogen la política que maximice su pago.

## 6.2. El problema de las élites

Las élites escogen su nivel de evasión dada una probabilidad endógena de ser atrapados. El pago de un miembro de la élite  $s \in \{o, e\}$ , si es atrapado ( $a$ ) y bajo democracia ( $D$ ) es:

$$V_{s,a}^D = (1 - \tau)\pi_s^{eq}/n_s - (\alpha\pi_s^{eq}/n_s)^2 + \frac{2x + B}{n_l + n_e + n_o}.$$

Dónde,  $(\alpha\pi_s^{eq}/n_s)^2$  es la multa impuesta por evadir. En cambio, si no es atrapado ( $na$ ), su pago es:

$$V_{s,na}^D = \frac{(\alpha + (1 - \alpha)(1 - \tau))\pi_s^{eq}}{n_s} + \frac{B + 2x}{n_e + n_l + n_o}.$$

Entonces, el pago esperado de un miembro de la élite  $s$ , es:

$$E(V_s^D) = \mu_s V_{s,a}^D + (1 - \mu_s) V_{s,na}^D. \quad (40)$$

Entonces, se escoge el nivel óptimo de evasión que maximice su pago esperado:

$$\max_{\alpha_s \in [0,1]} E(V_s^D).$$

Las condición de primer orden del lagrangiano,<sup>60</sup>

<sup>57</sup>La función de utilidad lineal tiene funciones de utilidad indirecta de la forma de Gorman.

<sup>58</sup>Este supuesto fue originalmente utilizado en el artículo de trabajo de Agénor y Neanidis (2007). El supuesto es factible en una sociedad que acaba de adoptar la democracia, ya que la infraestructura legal y física para cobrar impuestos directos se puede conjeturar, es importante y así también los esfuerzos del gobierno para hacer cumplir las nuevas reglas de juego a los antiguos detentores del poder político: en este caso las élites.

<sup>59</sup>Este supuesto es necesario dentro del marco del equilibrio general.

<sup>60</sup>Que surge de las restricciones con desigualdad que limitan el rango de  $\alpha \in [0, 1]$ . Entonces:  $L = E(V_s^D) + v_1(\alpha - 1) - v_2\alpha$ ,  $\alpha \leq 1$  y  $-\alpha \leq 0$ .

entregan la función de reacción:

$$\alpha_s(\tau) = \frac{\sqrt{\tau^4 n_s^2 + 3\pi_s^{eq} \tau n_s} - \tau^2 n_s}{3\pi_s^{eq} \tau}, \quad (41)$$

cuándo,  $\alpha_s(\tau^*) \in [0, 1]$ . Caso contrario el nivel de evasión es  $\alpha = 1$  si  $\alpha_s(\tau^*) > 1$  y  $\tau = 0$  si  $\alpha_s(\tau^*) < 0$ .

**Hecho 2.** El nivel de evasión es decreciente en el nivel de gasto del gobierno para recaudar impuestos.

Este hecho se observa si se obtiene la derivada parcial  $\delta\alpha_s(\tau)/\delta\tau^2$ :

$$\frac{\delta\alpha_s(\tau)}{\delta\tau^2} = \frac{n_s \left( 2\tau \left( \tau^2 n_s - \sqrt{\tau^4 n_s^2 + 3\pi_s^{eq} \tau n_s} \right) - 3\pi_s^{eq} \right)}{12\pi_s^{eq} \tau^2 \sqrt{\tau^4 n_s^2 + 3\pi_s^{eq} \tau n_s}} < 0.$$

De manera análoga la derivada se tiene que  $\delta\alpha_s(\tau)/\delta\tau < 0$ .

### 6.3. El gobierno:

Se supone que el gobierno tiene un presupuesto equilibrado:

$$G_{gov} = I_{gov}.$$

El ingreso del gobierno proviene de los impuestos recaudados, de las multas cobradas a los evasores atrapados ( $B$ ) y de la renta total natural  $2x$ :

$$I_{gov} = 2x + B.$$

Se asume también que este gobierno realiza una transferencia de su ingreso total de manera uniforme a toda la población. De tal manera que cada poblador recibe:  $(B + 2x)/n$ .

El ingreso tributario del gobierno es igual al ingreso obtenido de aquellos que evaden y no son atrapados más aquellos que evaden y son atrapados. Se asume, que los trabajadores no pueden evadir.<sup>61</sup> Además, existe un costo asociado a recaudar los impuestos, que en la línea de Gupta y Ziramba (2008) es lineal en el ingreso y creciente en la tasa impositiva:

$$c_\tau = \psi\tau^2 I_\tau.$$

Dónde,  $0 \leq \psi \leq 1$  es un parámetro exógeno que indica la capacidad estatal para hacer cumplir la ley,  $I_\tau$  es el ingreso tributario y  $c_\tau$  es el salario recibido por la fracción de trabajadores que están encargados de cobrar los impuestos. Tal fracción es exógena y como se explicó anteriormente es tal que  $(1 - \theta_\tau)n_l > n_e + n_o + \theta_\tau n_l$ .

Se supone que la probabilidad de que un evasor sea atrapado depende del dinero gastado por el gobierno en cobrar ese monto:  $\delta\mu(\cdot)/\delta c_\tau > 0$ ; y también depende positivamente del nivel de evasión del contribuyente  $\delta\mu(\cdot)/\delta\alpha_s > 0$ . Se parametriza tal probabilidad como:

<sup>61</sup>Se puede pensar que su impuesto es descontado al momento del pago.

$$\mu_s = \frac{\alpha_s \tau^2 \psi I_\tau}{\psi I_\tau} = \alpha_s \tau^2. \quad (42)$$

Dónde,  $0 \leq \mu_s \leq 1$ . Se tiene además, que si  $\alpha = 0$ , el contribuyente nunca será atrapado; en cambio, si  $\tau = 1$  y  $\alpha = 1$  será atrapado con certeza. Entonces, el ingreso recaudado de la fracción de miembros de las élites que son atrapados evadiendo es:<sup>62</sup>

$$B_a = (1 - \psi \tau^2)(\mu_o(\tau \pi^{eq} + (\alpha_o \pi^{eq})^2) + \mu_e(\tau \pi_e^{eq} + (\alpha_e \pi_e^{eq})^2)).$$

El ingreso recaudado de la fracción de miembros de las élites que no son atrapados es:

$$B_{na} = (1 - \psi \tau^2)(\mu_o(\tau \alpha_o \pi_o^{eq}) + \mu_e(\tau \alpha_e \pi_e^{eq})).$$

Entonces se tiene que el ingreso total tributario del gobierno es:

$$B = (1 - \psi \tau^2)(B_a + B_{na}) + \tau w^{eq} n_l.$$

#### 6.4. La elección del impuesto óptimo.

Se supuso, que los trabajadores que no recaudan impuestos son la mayoría en esta sociedad. Bajo este marco, aún cuándo no se consideró un continuo de agentes (en el sentido de Aunmann), y no se puede utilizar el teorema del votante mediano, se puede aprovechar el hecho de que la mayoría está compuesta por trabajadores homogéneos. Así, se puede obtener el ganador de Condorcet de la maximización de la utilidad indirecta o pago de los trabajadores (que no perteneces al gobierno). El problema del trabajador representativo (que se supone que es el mediano en términos de los ingresos antes de la distribución) consiste en encontrar el  $\tau^*$  que maximice su pago:

$$\max_{\tau \in [0,1]} V_l^D.$$

Dónde,  $V_l^D$  es el pago de los trabajadores bajo democracia y se puede escribir así:

$$V_l^D = (1 - \tau)w^{eq} + \frac{B(\tau) + 2x}{n_l + n_e + n_o} - c. \quad (43)$$

Ahora, se tiene que el  $\tau^* \in [0, 1]$ , escogido en democracia es aquel que satisface las restricciones de su rango y/o la condición de primer orden:

$$-w^{eq} + B'(\tau) = 0.$$

El impuesto óptimo no tiene solución analítica, pero se puede caracterizar antes de proceder con las simulaciones numéricas.

**Proposición 6.** *El impuesto escogido bajo democracia  $\tau^*$  es creciente con el nivel de desigualdad  $(\pi_o^{eq} + \pi_e^{eq} - w^{eq} n_l)$ .*

---

<sup>62</sup>La probabilidad binomial debido a la ley de los grandes números garantiza que la fracción de evasores atrapados sea  $\mu_s$ .

**Demostración 5.** La prueba consiste en probar que el impuesto escogido es mayor cuando  $\pi_s^{eq}$  es más grande respecto a  $w^{eq}$ .

Es útil escribir la condición de primer orden como:

$$\frac{B'(\tau)}{w^{eq}} = 1.$$

Ahora, del presupuesto del gobierno se obtiene una expresión para  $B'(\tau)$ , con  $\mu_s = \tau^2 \alpha_s[\tau]$ , dónde se escribe la evasión fiscal como función de la tasa impositiva. Temporalmente se elimina el superíndice de  $\pi_s$  y  $w$ , ya que esta prueba sirve para cualquier  $\pi_s^{eq}$  y  $w^{eq}$ , con  $eq \in \{EA, EM\}$ :

$$\begin{aligned} B'(\tau) = & \pi_e^2 \tau \alpha_e(\tau)^2 \left( (2 - 4\tau^2 \psi) \alpha_e(\tau) - 3\tau (\tau^2 \psi - 1) (\alpha_e)'(\tau) \right) \\ & + \pi_e \left( +\alpha_e(\tau) (\tau^2 (5\tau^2 \psi - 3) \alpha_e(\tau) + \tau^2 (-5\tau^2 \psi - 3\psi + 3) + 1) \right) \\ & + \pi_o (\alpha_o(\tau) (\tau \alpha_o(\tau) (2\pi_o (1 - 2\tau^2 \psi) \alpha_o(\tau) + \tau (5\tau^2 \psi - 3)) + \tau^2 (3 - (5\tau^2 + 3) \psi) + 1) \\ & - \tau (\tau^2 \psi - 1) (\tau \alpha_o(\tau) (3\pi_o \alpha_o(\tau) - 2\tau) + \tau^2 + 1) (\alpha_o)'(\tau)) + w n_l. \end{aligned}$$

Ahora se debe notar que al dividir  $B'(\tau)$  para  $w$ , se tiene que  $w$  desaparece del numerador, ya que el último sumando de la expresión anterior se transforma en  $n_l$ . La expresión restante está dividida para  $w$  y se sabe que, si se deja los demás componentes de la expresión constante un aumento en  $w$  implica necesariamente un  $\tau$  menor que reduzca el valor de  $B'(\tau)$ , para que el ratio  $B'(\tau)/w = 1$  sea satisfecho. En el caso, de los beneficios se puede obtener las derivadas parciales de la expresión  $B'(\tau)$  respecto a  $\pi_e$  y  $\pi_o$ :

$$\begin{aligned} \frac{\delta B'(\tau)}{\delta \pi_e} = & \tau (\tau^2 \psi - 1) (2\tau \alpha_e(\tau) (\tau - 3\pi_e \alpha_e(\tau)) - \tau^2 - 1) (\alpha_e)'(\tau) \\ & + \alpha_e(\tau) (\tau \alpha_e(\tau) (4\pi_e (1 - 2\tau^2 \psi) \alpha_e(\tau) + \tau (5\tau^2 \psi - 3)) - 5\tau^4 \psi - 3\tau^2 (\psi - 1) + 1). \end{aligned}$$

Resta determinar cuál es el signo de esta derivada, se deja que:

$$\frac{\delta B'(\tau)}{\delta \pi_e} \leq 0,$$

que resulta en la condición:

$$\pi_e \geq -\frac{\Pi(\cdot)}{\Gamma(\cdot)},$$

con  $\Pi(\cdot)$ :

$$\begin{aligned} \Pi(\cdot) = & \tau^5 \psi(\alpha_e)'(\tau) - 2\tau^5 \psi \alpha_e(\tau) (\alpha_e)'(\tau) + \tau^3 \psi(\alpha_e)'(\tau) + 2\tau^3 \alpha_e(\tau) (\alpha_e)'(\tau) - \tau^3 (\alpha_e)'(\tau) \\ & - \tau (\alpha_e)'(\tau) - 5\tau^4 \psi \alpha_e(\tau)^2 + 5\tau^4 \psi \alpha_e(\tau) + 3\tau^2 \psi \alpha_e(\tau) + 3\tau^2 \alpha_e(\tau)^2 - 3\tau^2 \alpha_e(\tau) - \alpha_e(\tau); \end{aligned}$$

y con  $\Gamma(\cdot)$ :

$$\Gamma(\cdot) = 2(3\tau^4 \psi \alpha_e(\tau)^2 (\alpha_e)'(\tau) - 3\tau^2 \alpha_e(\tau)^2 (\alpha_e)'(\tau) + 4\tau^3 \psi \alpha_e(\tau)^3 - 2\tau \alpha_e(\tau)^3).$$

Por el hecho (2), se sabe que  $\alpha'_s(\tau) < 0$ , por lo que se sabe que  $\Pi(\cdot) > 0$  y  $\Gamma(\cdot) > 0$ , razón por la cuál:

$$-\frac{\Pi(\cdot)}{\Gamma(\cdot)} \leq 0,$$

para todos los valores de los parámetros. Ahora se sabe que para que se satisfaga la condición de primer orden de los trabajadores se debe tener un  $\tau$  mayor. Con esto la prueba queda completada.

La proposición (6) muestra un resultado consistente con la literatura de cambio de régimen tanto empírica como teórica. En el presente modelo, la razón es bastante intuitiva, en el caso de los trabajadores un mayor  $w^{eq}$  significa que tienen más que perder bajo un  $\tau$  muy grande. Se recuerda que la recaudación tributaria es costosa. El papel de los recursos naturales sobre la fijación del  $\tau$  óptimo no existe, pero su efecto sobre el cambio de régimen son muy importantes, pues afecta a los pagos en democracia. Así, una menor desigualdad significa un menor  $\tau^*$ , lo que aumenta los pagos esperados de las élites bajo democracia respecto a la autocracia y revolución. La razón de esta estructura es que bajo democracia los recursos naturales tienden a ser considerados como un bien común y sus beneficios son repartidos uniformemente, así esta forma de modelizar la elección de  $\tau$  responde a un hecho estilizado. La privatización de los recursos se considera una característica propia de un régimen autocrático u oligárquico.

## 7. El cambio de régimen:

Se explora la posibilidad de la adopción de la democracia impulsado por los empresarios y por los trabajadores y que puede ser bloqueado por los terratenientes. La condición para un cambio a la democracia es que al menos una élite (los empresarios) y los trabajadores tengan un pago mayor bajo  $D$ , que en el régimen de autocracia  $A$  bajo la configuración  $(EM)$ . Y que el pago esperado por bloquear tal acuerdo por parte de la élite perdedora sea menor que el pago bajo democracia. Este juego también consiste en dos etapas, en la primera los empresarios deciden si aceptar o no la democracia y los terratenientes tienen que escoger entre bloquear o conformarse bajo el nuevo régimen.

Formalmente, la sociedad cambia a democracia siempre y cuándo bajo la configuración  $EM$ , para los trabajadores se cumple que:

$$V_i^D > E(V_i^A).$$

Además que para las élites, se cumpla que:

$$E(V_e^D) > E(V_e^A).$$

Y para los terratenientes se tenga:

$$E(V_o^{DB}) < E(V_o^D).$$

Dónde el régimen se denota con  $\xi \in \{A, D, DB\}$  que significa: Autocracia, Democracia o Democracia Bloqueada. La razón de estas condiciones es que si a los empresarios y trabajadores les conviene implementar democracia cualquier intento de desestabilizar el régimen por parte de la élite perjudicada será bloqueada por los dos grupos restantes. Ahora la élite perdedora tiene dos opciones conformarse o intentar bloquear el cambio.

## 7.1. La primera etapa: la transición a la democracia.

En la primera etapa los terratenientes deciden entre aceptar la democracia o no hacerlo. Si no lo hacen, la sociedad se enfrenta al juego de la autocracia estudiado en la sección (4). En el caso de que se acepte la democracia, los terratenientes deben decidir si se conforman ( $D$ ) o si intentan bloquear la democracia ( $DB$ ). En el caso de conformarse se está en el caso de democracia, estudiado en la sección (6). Si deciden intentar bloquear la democracia, se encuentran en conflicto contra los empresarios y los trabajadores al mismo tiempo. Es importante remarcar, que dado que es imposible para los terratenientes forzar la inmovilidad laboral unilateralmente, cuándo a los terratenientes les conviene la democracia la economía estará siempre bajo el equilibrio de mercado ( $EM$ ). En las siguientes subsecciones se estudia la segunda etapa, que modeliza el intento de bloqueo de la democracia por parte de los terratenientes.

## 7.2. El gobierno.

El presupuesto del gobierno cambia, respecto a la sección (6). La razón, es que si los terratenientes fracasan en su intento de derrocar el gobierno, son expropiados totalmente. Sus ingresos tributarios correspondientes a la fracción de los empresarios que son atrapados evadiendo es:

$$B_a^{DB} = (1 - \psi\tau^2)(\mu_e(\tau\pi_e^{eq} + (\alpha_e\pi_e^{eq})^2)).$$

El ingreso recaudado de la fracción de miembros de los empresarios que no son atrapados es:

$$B_{na}^{DB} = (1 - \psi\tau^2)(\mu_e(\tau\alpha_e\pi_e^{eq})).$$

Entonces se tiene que el ingreso total tributario del gobierno es:

$$B^{DB} = (1 - \psi\tau^2)(B_a^{DB} + B_{na}^{DB}) + \tau w^{eq} n_l.$$

Pero además tiene un ingreso proveniente de la expropiación de los terratenientes y de los recursos naturales igual a:

$$\pi_o^* - \omega_o^{DB} + 2(x - c_x).$$

Tales ingresos son uniformemente distribuidos entre los empresarios y los trabajadores de tal manera que cada uno recibe:

$$\frac{B^{DB} + \pi_o^* - \omega_o^{DB} + 2(x - c_x)}{n_l + n_o}.$$

### 7.3. El problema de los terratenientes

En el caso de la élite de terratenientes el pago de bloquear la democracia es:

$$V_o^{DB} = \rho_o^{DB}((\pi_o^* + x - c_x)/n_o - \omega_o^{DB}),$$

con  $\rho_o^{DB} = \frac{n_o \omega_o^{BD}}{n_o \omega_o^{BD} + C_l^{BD}}$ . Cabe notar que en caso de perder, los terratenientes son totalmente expropiado por el gobierno y no reciben ningún ingreso. Además, se mantiene el supuesto de que al estar en conflicto con la otra élite incurre en un costo de  $c_x$ . La función de reacción de los terratenientes es:

$$\omega_o^{DB}(C_l^{DB}) = \frac{\sqrt{C_l^{DB}(C_l^{DB} + \pi_o^* + x - c_x)} - C_l^{DB}}{n_o}. \quad (44)$$

Con la usual restricción de no negatividad  $w_o^{DB} \geq 0$ .

### 7.4. El problema de los trabajadores

Si los terratenientes triunfan el pago de los trabajadores es:

$$V_l^{DB,A} = w^* - c_l^{DB} - c,$$

dónde no reciben ningún ingreso adicional a su salario  $w^*$ , además del gasto en actividades bélicas ( $c_l^{DB}$ ). En cambio, si los trabajadores vencen se implanta la democracia y la mayoría escoge la tasa impositiva. En este caso, el pago de los trabajadores es:

$$V_l^{DB,D} = (1 - \tau)w^* - c_l^{DB} + \frac{2(x - c_x) + B^{DB}[\tau] + \pi_o^* - \omega_o^{DB}}{n_l + n_e} - c,$$

dónde el  $\tau^* \in [0, 1]$  que maximiza este pago es la solución a la condición de primer orden:

$$w^* + B^{DB}[\tau] = 0.$$

El pago de los trabajadores bajo este esquema es:

$$E(V_l^{DB}) = \rho_o(V_l^{DB,A}) + (1 - \rho_o)(V_l^{DB,D}),$$

con  $\rho_o = \frac{n_o \omega_o^{BD}}{n_o \omega_o^{BD} + c_l^{BD} + C_{-l}^{BD}}$ . Se debe recordar, que los terratenientes no pueden unilateralmente forzar la configuración  $EA$ , por lo que el salario de pérdida para los trabajadores es  $w^*$  y se debe notar además que  $\tau^*$  se determina por los mecanismos descritos en la sección de democracia (mayoría simple) por lo que en este juego la tasa impositiva se toma como exógena.<sup>63</sup>

La función de reacción del trabajador  $l^{\text{ésimo}}$ , es la respuesta a:

$$\max_{c_l^{BD} \geq 0} E(V_l^{DB}),$$

dónde se toma como exógenos al nivel de gasto bélico de los demás trabajadores ( $C_{-l}^{DB}$ ) y de los terratenientes  $\omega_o^{DB}$ , se reemplaza  $C_{-l}^{DB}$  por  $(n_l - 1)c_l^{BD}$  y se despeja  $c_l^{BD}$ . Finalmente, se agrega multiplicando por  $n_l$ .<sup>64</sup> La función de reacción de los trabajadores en su conjunto en el caso simétrico es:

$$C_l^{DB}(\omega_o^{DB}) = \frac{d_{ijU} n_l (G(\omega_o^{DB}) - (n_e + n_l) n_o \omega_o^{DB})}{(n_e + n_l) ((d_{ijU} - 1) n_l + 1)}, \quad (45)$$

con:

$$G(\omega_o^{DB}) =$$

$$\sqrt{(n_e + n_l) n_o \omega_o^{DB} (-\omega_o^{DB} + B^{DB} + \pi_o^* + 2x - 2c_x - w^* \tau^* (n_e + n_l))}.$$

Bajo esta estructura, el aporte de los empresarios en el conflicto contra los terratenientes sólo una consecuencia, el costo  $c_x$  que representa una fracción de la renta natural pero que en este caso es asumido tanto por los trabajadores como por los empresarios. Este supuesto, aunque es restrictivo, permite mantener el modelo tratable sin perder la característica principal, que el conflicto entre élites es costoso. Además que mejora su comparabilidad con el modelo de autocracia.

## 7.5. Problema de los empresarios

Los empresarios, en el caso de que los terratenientes fallan en su intento de bloquear la democracia escogen su nivel de evasión dada una probabilidad endógena de ser atrapados. El pago, si de un empresario si es atrapado ( $a$ ) es:

$$V_{e,a}^{DB,D} = (1 - \tau) \pi_e^* / n_s - (\alpha \pi_e^* / n_e)^2 + \frac{2(x - c_x) + B^{DB} + \pi_o^* - \omega_o^{DB}}{n_l + n_e}.$$

Dónde, la renta natural restante luego de asumir el costo del conflicto con la otra élite es  $2(x - c_x)$  y el presupuesto de gobierno también se ve alterado. En cambio, si no es atrapado ( $na$ ), su pago es:

<sup>63</sup>Se puede observar, que el pago bajo democracia bloqueada ( $DB$ ) es superior al pago bajo los esquemas de autocracia, ya que es razonable pensar que  $c_l^{BD} < c_l^R$  y además que la redistribución bajo democracia más que compensa los beneficios de la expropiación a las élites menos los costos bélicos (en este caso contra las dos élites)

<sup>64</sup>La derivación paso a paso está en el anexo técnico 2, con el modelo de democracia.

$$V_{e,na}^{DB,D} = \frac{(\alpha + (1 - \alpha)(1 - \tau))\pi_e^{eq}}{n_e} + \frac{2(x - c_x) + B^{DB} + \pi_o^* - \omega_o^{DB}}{n_l + n_e}.$$

Entonces, el pago esperado de un miembro de la élite  $e$ , en el caso de que los terratenientes fracasen en su intento de bloquear es:

$$E(V_e^{DB,D}) = \mu_e V_{e,a}^{DB,D} + (1 - \mu_e) V_{e,na}^{DB,D}. \quad (46)$$

Finalmente, si los terratenientes logran bloquear la democracia reciben como pago:

$$E(V_e^{DB,A}) = (\pi_e^* + x - c_x)/n_e,$$

dónde, los empresarios asumen el costo del conflicto con los terratenientes  $c_x$  pero ningún gasto bélico para controlar la revolución debido a su acuerdo con los trabajadores. En este caso, simplemente se aprovechan como polizones de los gastos de la otra élites para vencer a los trabajadores quienes no pueden cobrar ningún impuesto. El pago esperado de los empresarios en el juego de la democracia, si los terratenientes intentan bloquearla es:

$$E(V_e^{DB}) = \rho_o(E(V_e^{DB,A}) + (1 - \rho_o)E(V_e^{DB,D})).$$

En el caso, de los empresarios  $\rho_o$  es exógena y la única decisión que deben tomar es el nivel de evasión dado  $\tau$ . La función de evasión es:<sup>65</sup>

$$\alpha_e(\tau) = \frac{\sqrt{\tau^4 n_e^2 + 3\pi_e^* \tau n_e} - \tau^2 n_e}{3\pi_e^* \tau}. \quad (47)$$

## 7.6. Equilibrio de Nash: el conflicto de los terratenientes contra los empresarios y trabajadores.

En el caso del conflicto bélico entre los terratenientes y el resto de la sociedad, se toma como exógeno  $\tau^*$ . Este se escoge en la forma determinada por mayoría simple. Entonces, el equilibrio de Nash en el conflicto de los terratenientes y los demás, es un par  $(\tilde{C}_l^{DB}, \tilde{\omega}_o^{DB})$ , que satisface las ecuaciones (45) y (44). Luego se determina la probabilidad de triunfo de los terratenientes y los pagos esperados de los grupos de agentes en esta sociedad. La solución analítica no puede ser obtenida, pero se puede caracterizar este equilibrio.

**Hecho 3.** El gasto bélico total tanto para trabajadores y terratenientes es decreciente en  $c_x$ .

De las ecuaciones de reacción se puede observar que  $c_x$  entra con signo negativo una sola vez en las dos expresiones, de esta manera se tiene que  $\delta\omega_o^{DB}(\cdot)/\delta c_x < 0$  y también  $\delta C_l^{DB}(\cdot)/\delta c_x < 0$ . Este hecho, indica que si el daño infringido por la confrontación con los empresarios es grande, los terratenientes tienen menos incentivos para intentar bloquear la democracia.

<sup>65</sup>Se debe notar que este pago puede ser mayor al caso de democracia  $E(V_e^D)$ , para alguna combinación de parámetros especialmente cuándo  $c_x$  y  $\omega_o^{DB}$  son pequeños.

## 7.7. El equilibrio económico y político: bajo la opción democrática.

La secuencia de los eventos y las ecuaciones que determinan el equilibrio económico y político son:

### El acuerdo democrático:

En la primera etapa, los empresarios y trabajadores deciden implementar un acuerdo democrático siempre y cuándo:

$$V_l^\xi > E(V_l^A).$$

Además que para los empresarios, se cumpla que:

$$E(V_e^\xi) > E(V_e^A).$$

Dónde,  $\xi \in \{D, DB\}$ . Simultáneamente los terratenientes deciden si intentan bloquear el acuerdo democrático en cuyo caso la sociedad se encuentra en  $\xi = DB$  o democracia bloqueada. En cambio si deciden conformarse la sociedad se encuentra en  $\xi = D$ , dónde se implementa la democracia descrita en la sección (6). Si deciden intentar bloquear la democracia, entrarán en conflicto con los trabajadores y con los empresarios tal como se describe en esta sección. La decisión que toman todos los agentes involucrados utiliza la inducción hacia atrás. Escogerán su estrategia óptima, que les garantizará el mayor pago esperado de la segunda etapa. Los terratenientes deciden conformarse con la democracia siempre y cuándo:

$$E(V_e^D) > E(V_e^{DB}).$$

### El equilibrio económico:

En el caso, en el cuál existe un acuerdo democrático, la economía se encuentra en la configuración  $EM$  y el equilibrio se determina de las ecuaciones descritas en la subsección (4.8), cuándo  $eq = EM$ . En la siguiente sección, se procede a solucionar numéricamente el modelo y mostrar algunos ejemplos en los cuáles el acuerdo democrático puede surgir y ser implementado.

### Implantación de democracia:

Se escoge la tasa impositiva por mayoría simple y los empresarios escogen su tasa de evasión. Además, se redistribuye uniformemente los ingresos del gobierno.

### Intento de bloqueo de la democracia:

Si los terratenientes se conforman, reciben su pago bajo democracia y el juego termina. Si deciden intentar bloquear la democracia, la sociedad entra en conflicto. Se deciden los niveles de gasto bélico y se realiza el evento de triunfo o fracaso de los terratenientes. Se realizan los pagos y se termina el juego.

## 8. Experimentos numéricos: cambio de régimen.

Se revisita el modelo de equilibrio general económico y político para implementar las opciones  $D$  y  $DB$ , y poder observar bajo qué condiciones se puede implementar el acuerdo democrático. Se debe recordar que el único parámetro nuevo es el de la eficiencia de recaudación de impuestos  $\theta_{gov} = (\psi)$ , el cuál aparece como componente del costo de recaudación tributaria y será fijado en  $\psi = \frac{1}{2}$ . Los demás parámetros, son los mismos utilizados en los experimentos numéricos presentados en la sección (5).<sup>66</sup>

El objetivo de la presente sección, es analizar bajo qué condiciones (que tamaño relativo de la renta natural) puede surgir una democracia estable (en el sentido que no es amenazada por ninguna élite). Formalmente, cuándo la democracia es un equilibrio de Nash perfecto en subjugos (ENPS). Esto significa, según lo establecido en la sección (7) que los terratenientes y los trabajadores escogan implementar la democracia (D,D) y que los terratenientes se conformen o no intenten bloquearla (NB). Cabe notar, que ya no se estudiará el equilibrio económico, ya que en el juego de la democracia, la economía siempre se encuentra bajo la configuración  $EM$  y además se supuso la existencia de un gobierno no distorsionante con presupuesto equilibrado que redistribuye uniformemente todo su ingreso.

### 8.1. Las condiciones para que surja la democracia.

Bajo los parámetros estudiados, el único escenario bajo el cuál la sociedad alcanza la democracia en el sistema político y la configuración  $EM$  o equilibrio de mercado en el sistema económico ocurre para niveles bajos de  $x$ . Como se puede observar en la figura (12), esto ocurre en una zona específica del dominio de  $x$ . Aproximadamente, cuándo  $x$  es menor al 25% de  $Y_{tot}^{EM}$ . Y para un nivel  $c_x = 0.9x$ , es decir, cuándo hay un equilibrio de fuerzas entre los empresarios y terratenientes. En resumen, la democracia estable surge cuándo la cantidad de recursos naturales es moderada, pero también cuándo existe un equilibrio de fuerzas entre las élites (un  $c_x$  alto). La segunda observación coincide con Olson (1993), quién menciona que la democracia surge cuándo ninguna élite tiene supremacía sobre otra. La primera observación, concuerda con la literatura de cambio de régimen, como Acemoglu, que presentan el surgimiento de la democracia como respuesta a la amenaza de revolución de los trabajadores. Claro, está que este modelo extiende este resultado para el caso de élites heterogéneas en términos económicos. Finalmente, el hallazgo original del presente modelo es la presencia de un umbral en el dominio de las rentas naturales  $x$  (25%  $Y_{tot}^{EM}$ ), sobre el cuál la democracia estable con un equilibrio económico alto ( $EM$ ) no es posible y es reemplazado con la autocracia, la revolución y con una economía en el equilibrio bajo ( $EA$ ). Este simulación numérica reproduce una observación empírica importante, la maldición de los recursos naturales política, en la cuál países con abundantes recursos naturales (*caeteris paribus*) tienen regímenes no democráticos.

La figura (12) merece una explicación, sobre cómo observar que la democracia surge como ENPS. Se analiza primero el caso de los terratenientes ya que su decisión de

---

<sup>66</sup>En el anexo técnico de los experimentos numéricos, se tiene realizó pruebas de sensibilidad al parámetro  $\psi$  con los valores extremos de  $\psi = 0$  y  $\psi = 1$ , los resultados cambian muy poco. Por esta razón sólo se presenta los resultados con  $\psi = \frac{1}{2}$ .

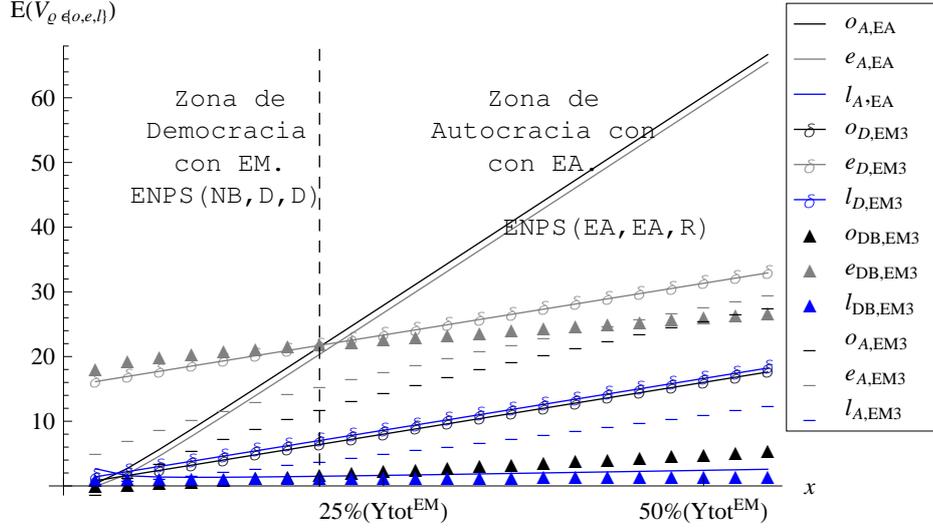


Figura 12: Escenario 3 con  $c_x = 0.9x$ . La leyenda indica en su primer letra el grupo de agentes al cuál corresponde el pago esperado, y como subíndices la configuración del sistema político ( $\xi \in \{A, D, DB\}$ ), seguido de la configuración del sistema económico ( $e_q \in \{EA, EM\}$ ), y termina con el índice del escenario de  $c_x$  analizado ( $escenarios \in \{1, 2, 3\}$ ).

bloquear o conformarse con la democracia es clave para determinar en qué subjuego se encuentran los jugadores. Cuando  $c_x$  es alto, y los trabajadores y terratenientes escogen implementar la democracia; los terratenientes se conforman ya que su pago bajo democracia es mayor que su pago si decide bloquear la democracia en el intervalo  $x \in [0, 0.25Y_{tot}^{EM}]$ :  $E(V_{o,D,EM3}) > E(V_{o,DB,EM3})$ . En otras palabras, la amenaza de bloquear la democracia no es creíble por lo que no es ENPS. Ahora, en la primera etapa los empresarios deciden implementar la democracia ya que en este escenario (3) su pago esperado bajo este estado  $E(V_{e,D,EM3})$  en el intervalo de  $x$  indicado anteriormente, es superior al pago de la autocracia tanto bajo alianza de élites  $E(V_{e,A,EA})$  como si no decide aliarse  $E(V_{e,A,EM3})$ .<sup>67</sup> Finalmente, para los trabajadores, el pago bajo democracia y con la configuración de la economía  $EM$  siempre es mayor a los demás pagos, razón por la cuál siempre escogerán democracia.

Ahora, luego del umbral,  $x > 0.25Y_{tot}^{EM}$ , la democracia ya no es de interés de los empresarios. Esto ocurre, cuando los beneficios de excluir del usufructo del recurso natural a la mayoría de trabajadores superan los beneficios  $\pi_e^*$  de la configuración de mercado  $EM$  con libre movilidad de trabajadores y el ahorro del gasto bélico, que significa la paz democrática. En este caso, además los altos costos de la confrontación entre élites bajo este escenario ( $c_x = 0.9x$ ) hacen posible la alianza entre élites por lo que esta sociedad tiene un régimen político autocrático, con alianza entre élites y que se encuentra en un equilibrio bajo ( $EA$ ). Cabe notar que dos sociedades que difieran

<sup>67</sup>Adicionalmente, en el el intervalo de  $x$  de interés, su pago bajo democracia bloqueada, o cuando los terratenientes intentan bloquear la democracia es mayor a los pagos de autocracia:  $E(V_{e,DB,EM3}) > E(V_{e,A,eq \in \{EA, EM3\}})$ . Esto ocurre debido a que se encuentra en el equilibrio alto y se aprovecha como polizón de la destrucción del gobierno de trabajadores por parte de los terratenientes, razón por la cuál si estos triunfan no deben pagar ningún impuesto.

sólo en la cantidad de recurso natural y de poder relativo de las élites pueden tener niveles de desarrollo y regímenes políticos diametralmente opuestos. En resumen, para bajos niveles de renta natural y para un alto nivel de daño para las élites si se enfrentan (fuerzas comparables), la democracia estable con altos niveles de producción y distribución del ingreso más equitativa es posible. Luego de un umbral de  $x$ , se reproduce las dos observaciones sobre la presencia de recursos naturales: la abundancia de recursos está relacionada con la autocracia, la guerra civil y la revolución (maldición política). La segunda es la relación de abundante riqueza natural y un mal desempeño económico (producto interno no natural bajo, alta inequidad, bajos salarios, y bajo desarrollo del sector industrial o desindustrialización). La última observación importante es que la presencia de un umbral puede explicar porqué países similares y con diferencias pequeñas en el tamaño de las rentas naturales pueden tener realidades muy distintas. Este es el caso de países como Botswana y sus vecinos en el continente africano, ricos en recursos naturales. Es decir, la presencia de este umbral puede explicar la presencia de observaciones críticas o puntos extremos en los estudios econométricos de corte transversal. No obstante, cabe notar que esta no es la única forma que provee el modelo construido, para explicar el desempeño superior de algunos países ricos en recursos naturales a diferencia de la mayoría. Otros parámetros estructurales como un tamaño relativo mayor de los empresarios respecto a los terratenientes (una medida del nivel de industrialización de la economía), un mayor nivel de población absoluta de trabajadores junto a mayores rendimientos a escala del sector no agrícola pueden volver imposible, con un escenario bajo de  $c_x$ , la implantación del acuerdo de élites y en cambio, favorecer la implantación de la democracia estable. Este tema, no será perseguido más aquí debido a su dimensión, que requeriría un tratamiento separado y sobretodo debido a que el foco de la presente investigación es la formulación de una explicación causal de cómo se vincula la presencia de recursos naturales con el sistema político y económico de una sociedad y no las condiciones exactas sobre las cuáles ocurre un régimen u otro.<sup>68</sup>

## 8.2. Democracia inestable:

El modelo construido también puede generar democracia inestable, esto ocurre cuándo los trabajadores y los empresarios tienen interés en implantar la democracia aún cuándo los terratenientes deciden bloquearla. Esta democracia es inestable pues existe una probabilidad  $\rho_o^{DB}$  de que los terratenientes derroquen el gobierno. Esta situación surge en los dos escenarios restantes, es decir, tanto para  $c_x = 0.1x$  y  $c_x = 0.5x$ . Se estudia primero el escenario 2, cuándo  $c_x = 0.5x$ , ilustrado en la figura (13). Se puede observar que para niveles bajos de recurso natural los pagos de democracia bloqueada para los empresarios y trabajadores superan a sus pagos bajo autocracia. Esto cambia, luego del primer umbral alrededor de  $x = 0.1Y_{tot}^{EM}$ , cuándo los trabajadores tienen un pago esperado más alto de iniciar una revolución y no hay acuerdo democrático. En este caso, se puede observar un caso de otra observación empírica, esto es la relación de abundancia de los recursos naturales como incentivo para una revolución con

<sup>68</sup>No obstante este estudio no es trivial, pero se considera que puede ser más fructífero un análisis puramente empírico que busque relaciones causales en la presencia de interacciones, esta vez utilizando la econometría.

el fin de apropiarse de ellos. Cabe notar que aunque el pago bajo democracia es más alto para los trabajadores, el acuerdo democrático no es ENPS ya que los terratenientes siempre bloquean en la segunda etapa. La zona intermedia, tiene una autocracia con un buen desempeño económico pero un alto nivel de conflicto ya que no hay acuerdo entre élites y además hay un enfrentamiento con los trabajadores (un peso muerto de bienestar muy alto). Finalmente, luego del segundo umbral alrededor de  $x = 0.25Y_{tot}^{EM}$ , las élites pueden formar una alianza y la economía tendría la configuración  $EA$  con bajos niveles de industrialización y bajos salarios.

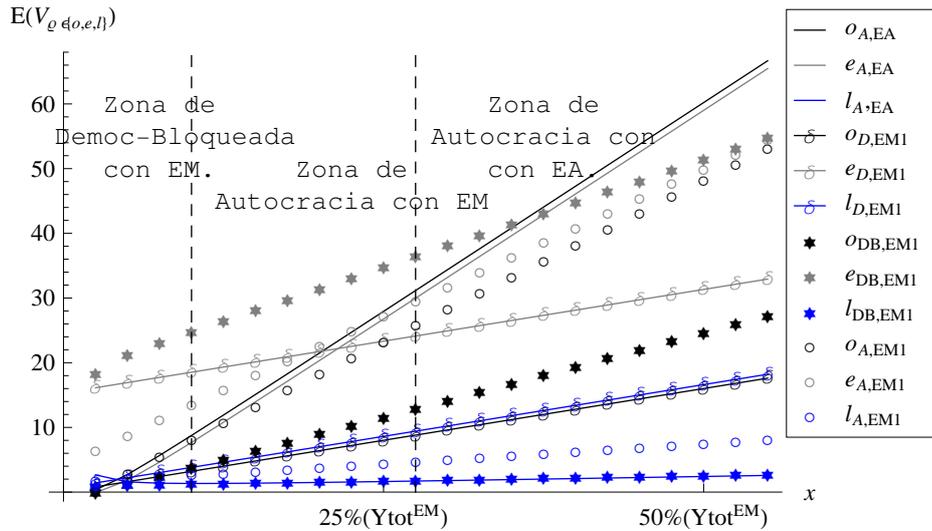


Figura 13: Escenario 2 con  $c_x = 0.5x$ . La leyenda indica en su primer letra el grupo de agentes al cuál corresponde el pago esperado, y como subíndices la configuración del sistema político ( $\xi \in \{A, D, DB\}$ ), seguido de la configuración del sistema económico ( $e\varrho \in \{EA, EM\}$ ), y termina con el índice del escenario de  $c_x$  analizado ( $esc = 2$ ).

Se puede ver que para valores de destrucción menores de  $c_x$ , las observaciones principales no cambian. Esto significa que la democracia sólo surge para niveles altos de destrucción mutua en caso de enfrentamiento entre élites o cuándo son comparables en poder bélico. En el caso del escenario 1 con  $c_x = 0.1x$ , representado en la figura (14), se observa la misma estructura que en el caso del escenario 2 con la diferencia de la ubicación de los umbrales. La democracia inestable subsiste hasta un nivel mayor del recurso natural mientras que la configuración de la economía  $EM$  es escogida hasta que la renta del recurso natural representa el 50% de los ingresos totales de la economía.

### 8.3. Extensiones: el caso de un mayor nivel de inversión en el sector no agrícola.

A pesar de que el modelo no incluye el capital de manera explícita, se puede considerar que el número de empresas en este sector reflejan una inversión inicial. Alternativamente se puede imaginar que todas los miembros de las élites son terratenientes al inicio de la historia y por un choque exógeno, mutación en preferencias o simplemente una inversión inicial (que no se considera explícitamente) se convierten en empresar-

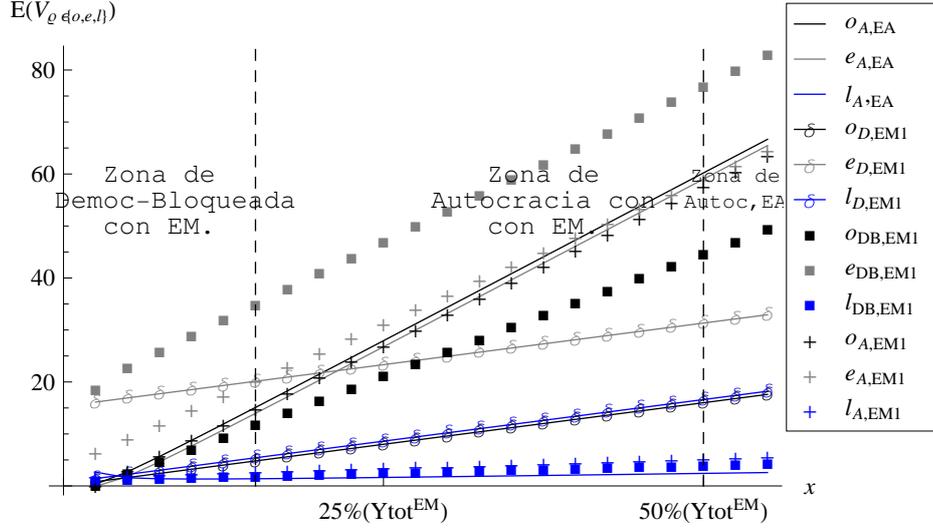


Figura 14: Escenario 1 con  $c_x = 0.1x$ . La leyenda indica en su primer letra el grupo de agentes al cuál corresponde el pago esperado, y como subíndices la configuración del sistema político ( $\xi \in \{A, D, DB\}$ ), seguido de la configuración del sistema económico ( $e\varrho \in \{EA, EM\}$ ), y termina con el índice del escenario de  $c_x$  analizado ( $esc = 1$ ).

ios. Por este motivo, se analiza los efectos en el modelo de un cambio de  $n_e$ . Así, se considera el caso de un mundo paralelo, dónde todos los parámetros y estructura de la economía son las mismas que en el modelo descrito en las subsecciones anteriores. La única diferencia es que esta sociedad tiene una diferente estructura poblacional, tanto en términos absolutos como relativos. Entonces el vector poblacional cambia así:  $\theta_{pob}^{pa} = \{n_l^{pa} = 24, n_e^{pa} = 5, n_o^{pa} = 2\}$ . La población total es 3 veces más grande en el mundo paralelo que en el mundo original. El grupo de empresarios en este mundo paralelo es  $n_e^{pa} = 5n_e$  que representa aproximadamente un 15% de la población total mientras que antes representaba un 10%. Los terratenientes ahora representan aproximadamente el 5% y antes eran el 10%. Los trabajadores mantienen su participación relativa en la composición poblacional aunque ahora son más en términos absolutos. Según, el planteamiento del modelo la mayor cantidad de  $n_e^{Wr}$  con  $Wr \in \{or, pa\}$ , es decir, tanto en el mundo original como en el mundo paralelo tiene un efecto positivo sobre la magnitud de los rendimientos crecientes a escala y por este motivo sobre los beneficios esperados de los terratenientes bajo la configuración  $EM$ . Así mismo, esto aumenta los beneficios de las élites terratenientes bajo la configuración  $EA$  (tienen más que perder). Estos dos efectos son contrarios, pero como se confirma en la simulaciones numéricas predomina el efecto sobre el pago esperado de los empresarios. En general, se puede esperar que esta estructura poblacional imposibilite, para una misma dotación absoluta de recursos naturales  $x^{pa} = x$ , que la economía caiga en la configuración  $EA$ , con un sector predominantemente agrícola y bajo nivel de producción.

Respecto al pago esperado y a las actividades revolucionarias de los trabajadores frente a la opción democrática, el mayor tamaño de  $n_e^{Wr}$  tiene dos efectos contrapuestos: por un lado aumenta la inequidad, bajo  $EM$  y autocracia, por lo que incentiva a los trabajadores a incurrir en mayores gastos revolucionarios; simultáneamente, al producir urbanización aumenta la capacidad de cooperar de los trabajadores afectando positiva-

mente a la probabilidad de triunfo de una revolución. Adicionalmente, al aumentar el botín de guerra o la producción total que puede ser expropiada, aumenta el pago esperado de la mayoría bajo revolución. Sin embargo, el mayor número empresarios debido al mayor nivel de inversión inicial, bajo esta nueva estructura poblacional también aumenta el pago bajo democracia (que tiene la configuración  $EM$ ), pues el mayor nivel de beneficios del sector no agrícola genera más ingresos tributarios que son redistribuidos a los trabajadores. En las simulaciones numéricas, para la configuración establecida, se puede observar que predomina el segundo efecto favoreciendo la implantación de democracia. De nuevo, el parámetro  $c_x$ , como proporción del recurso natural que se destruye por el conflicto entre las élites si estas no cooperan es fundamental para decidir en qué régimen política se encuentra la sociedad y en qué configuración económica. Los escenarios para  $c_x$  bajo y medio se presentan en la figura (15).

En la figura (16), se puede observar un caso en el cuál la democracia es un equilibrio de Nash perfecto en subjuegos (ENPS), para todo el intervalo de  $x$  considerado, es decir, desde  $x = 0$  hasta un monto, que representa el 50 % del ingreso total del mundo original ( $Y_{tot}^{EM}$ ). Esto ocurre sólo en el escenario de  $c_x$  alto. En términos del ingreso total del mundo paralelo esta cantidad es mucho menor. No obstante, debe notarse que el modelo se formuló en términos de abundancia de los recursos, es decir el monto absoluto de  $x$ , y la presentación en las figuras en términos relativos es puramente ilustrativa.

## Parte IV

# Discusión de los resultados y conclusión.

## 9. Discusión de los resultados

Este marco de análisis une tres importantes corrientes en la economía del desarrollo: (i) La teoría sobre múltiples equilibrio. (ii) La literatura sobre transición entre regímenes. (iii) Y la naciente literatura sobre poder triádico y su rol sobre la elección de múltiples equilibrios. A pesar de sus limitaciones por la complejidad estructural del modelo, se brinda una explicación que se basa en los fundamentales poblacionales y económicos para mostrar una vía por la cuál se forjan las instituciones y se determinan los niveles de desarrollo económico. Además, se logra encontrar un mecanismo mediante el cuál se relacionan la maldición del petróleo de la ciencia política sobre la democracia y la maldición de los recursos naturales sobre el desempeño económico tanto a nivel de producto, desigualdad y estructura sectorial. A pesar de los supuestos restrictivos propios de un tratamiento formal se ha vinculado causalmente a los recursos naturales de una manera no monotónica como sugieren los hechos estilizados sin recurrir a una explicación de dotación de instituciones, es decir, de buenas y malas instituciones a priori. En vez, de este tipo de determinismo institucional, se presenta un enfoque en el cuál el papel de los grupos sociales y sus decisiones estratégicas frente a la naturaleza y a la economía determinan las instituciones (movilidad o represión laboral y democracia o autocracia) y por esta vía el nivel de desarrollo de toda la sociedad.

El modelo desarrollado en las secciones previas, en un espíritu similar al de Sachs y Warner (1995), se propone una fuerza que aleja a un sistema económico con múltiples equilibrios (por la presencia de rendimientos crecientes a escala en el sector manufacturero como en Matsuyama (1991); Graham y Temple (2006)) de una configuración con un sector no agrícola predominante. No obstante, en este modelo a diferencia de la explicación tradicional de la enfermedad holandesa, la economía puede quedar atrapada en un bajo equilibrio debido a la alianza estratégica de las élites terratenientes y empresarias con el fin de evitar los costos de un confrontamiento entre ellas y sobretodo para poder excluir del usufructo de una renta natural a la mayoría de trabajadores. Esto se traduce en la elección de un sistema autoritario combinado con instituciones laborales que favorecen la inmovilidad laboral. Este régimen puede ser retado por los trabajadores, lo que resulta en un conflicto dentro de la sociedad y en una pérdida neta de bienestar o peso muerto causado por los gastos en armas y los esfuerzos bélicos de los dos bandos.

Nótese, que en este modelo no existe una relación monotónica de la abundancia de recursos naturales traducida en una mayor renta del recurso natural sobre un peor desempeño económico que es la principal falencia de la explicación de la enfermedad holandesa. En cambio, existe un umbral que varía de acuerdo a los fundamentales de la economía (sus parámetros y su estructura) sobre el cuál la sociedad queda atrapada en el equilibrio bajo con un régimen autocrático (Guinea Ecuatorial). Pero, otras configuraciones son posibles, puede existir sociedades que tienen un buen desempeño económico pero no son democráticas (Ecuador y Nigeria han tenido golpes de Estado relacionados con un boom de recursos acompañados de una expansión económica). Finalmente, también es posible el mejor de los mundos dónde se tiene democracia y una configuración económica con un sector no agrícola predominante, un buen desempeño económico y mayor equidad en la distribución (como es el caso de Noruega o Canadá).

Por último, se debe notar que a pesar, de que el modelo no tiene una modelización explícita de la dinámica de la economía, se puede notar que choques exógenos en la economía que cambian la estructura de la población, alteran la productividad relativa de los sectores y sobretodo alteran el tamaño absoluto de la renta natural pueden producir cambios de régimen con efectos sobre la economía: la distribución, la producción y la estructura poblacional.

## **9.1. Límites de las simulaciones numéricas.**

La complejidad estructural del modelo, la presencia de incertidumbre, la modelización con rendimientos crecientes a escala, y la coexistencia del sistema político y económico hacen inevitable la utilización de experimentos numéricos para lograr aprender del modelo. No obstante, se deben presentar los límites de las observaciones realizadas sobre los mismos y además se debe aclarar sus fines y su papel para generar conocimiento o comprensión. El primer punto es la dependencia de las formas funcionales y de la elección de parámetros, el segundo es la carencia de una modelización directa de las dinámicas de la economía, la tercera es la heterogeneidad limitada de los agentes y finalmente el tratamiento, en la modelización, de la renta del recurso natural como puramente exógena sin considerar las dinámicas propias de su explotación (o renovación).

Respecto al primer punto, se tienen algunos parámetros críticos, cuyo papel debe ser estudiado más a profundidad en el futuro, pero que en esta investigación no son el centro de atención. El más importante es el costo simétrico  $c_x$  de conflicto entre élites. Tal costo, es resultado de un conjunto de supuestos que son los más fuertes del presente tratamiento teórico: (i) No existe posibilidad de expropiación entre élites. (ii) El enfrentamiento entre élites sólo tiene como consecuencia la destrucción de una fracción de la renta natural. (iii) El costo es simétrico, es decir, es asumido de igual manera por los terratenientes y empresarios. Tales supuestos no son triviales, pero su relajación implicaría un modelo con un nivel de complejidad bastante más alto y que sería fructífero sólo en el caso de estudiar las condiciones de predominancia de una u otra élite. Para los fines actuales, el parámetro  $c_x$  se ha estudiado con 3 escenarios para estudiar la sensibilidad de los resultados a este parámetro crítico. Además, se considera que tal estructura captura el elemento fundamental de la relación de poder en una sociedad, que el conflicto entre élites es costoso, razón por la cuál pueden llegar a un acuerdo para evitarlo.<sup>69</sup> Otro parámetro crítico, es el número de empresarios  $n_e$ , que aumenta los beneficios de este sector por la vía de los rendimientos crecientes a escala. El parámetro  $n_e$  debe ser interpretada como el resultado de una inversión inicial importante que permite a los terratenientes convertirse en empresarios y por este motivo es una forma de esfuerzo industrializador en la sociedad. Para un tamaño relativo importante, el equilibrio de autocracia con alianza entre élites podría no ser posible para algunos valores de  $c_x$ , tal como se indica en el apéndice. Tal caso, se estudia en las extensiones de la simulación numérica. Lo mismo ocurre con el parámetro  $\lambda$ , que mide la intensidad de los derramamientos positivos entre la empresas del sector no agrícola y afecta la distribución de los ingresos. No obstante, para fines prácticos sus efectos son similares a un aumento de  $n_e$ .

Respecto al tratamiento dinámico ad-hoc del modelo, se puede argumentar al igual que Fujita et al. (2001) que estos mecanismos pueden ser reescritos en una lógica del replicador y por este medio interpretarse como juegos evolutivos. No obstante, tal característica es una carencia importante pero tiene un gran beneficio en un trabajo de la complejidad estructural como el presente, que es mantener el modelo suficientemente tratable para que pueda generar una mayor comprensión del fenómeno de interés. Sin embargo, se piensa que la extensión de esta lógica a un marco formal que incluya el componente intertemporal o una estructura de replicador explícita puede ser muy fructífero y se deja para futuras investigaciones.

El tercer punto, referente a la heterogeneidad limitada de los agentes en el modelo tiene tanto pros como contras técnicos. En primer lugar, la modelización de la tributación endógena ha sido realizada exitosamente desde los modelos de Persson y Tabellini (1994), con un continuo de agentes, pero tal estructura complica (aunque no imposibilita) el tratamiento del problema del polizón en la modelización del problema colectivo de los trabajadores. Por este motivo, la línea de investigación de transición de regímenes iniciada con Acemoglu y Robinson (2000b), al utilizar un continuo de agentes ha carecido del componente fundamental del problema de cooperación y organización de los trabajadores (y también de las élites). En contraste, la modelización de Rosendorff (2001), que incluye el problema de cooperación carece de un mecanismo creíble de elección de impuestos bajo democracia. En el modelo aquí presentado,

---

<sup>69</sup>Y se captura la intuición principal que la cooperación es superior a la no cooperación.

se sigue al segundo autor pero se evita que el impuesto elegido bajo democracia sea totalmente expropiativo al hacer dos suposiciones, que se conjetura son factibles en democracias jóvenes que surgen luego de una transición: (i) Costos asociados a la recaudación de tributos directos y (ii) la posibilidad de evasión por parte de las élites. Esta forma de modelizar tiene sus propias desventajas, pues es un marco de equilibrio general el costo que el gobierno incurre para cobrar sus tributos es recibido por un grupo de trabajadores. Por simplicidad se supuso que este grupo no altera el resultado de una votación en democracia por mayoría simple. No obstante, el crecimiento de un sector burocrático y una clase media relacionada a este sector es una característica importante de las democracias (ya maduras o estables) en los países ricos en recursos naturales. Finalmente, existe cierto nivel de imprecisión relacionado a la utilización del supuesto de competencia perfecta en los mercados a nivel de bienes (no ocurre esto en el mercado laboral), ya que el supuesto de perfecta cooperación dentro de cada élite (que hace pensar que son pocos) contrasta con el hecho de que las firmas que ellos controlan no tengan cierto poder de mercado que puede alterar los precios. La historia presentada en el presente documento reproduce los hechos estilizados principales de la maldición de los recursos naturales (en su faceta económica, política y de conflicto) excepto la apreciación de tipo de cambio (propia de la enfermedad holandesa) y los cambios de precios al interior del país. De nuevo, se puede pensar en extensiones no triviales en este sentido.

El último punto, se refiere al tratamiento de la renta natural que es en este caso un factor dado por la naturaleza. Dada la naturaleza abstracta del modelo este supuesto no afecta de manera substancial los resultados del modelo a nivel estático. Sin embargo, bajo un marco dinámico la característica de este recurso natural: su renovabilidad, su stock o acervo, sus precios entre otros; son factores no triviales que pueden ser estudiados en el marco del equilibrio simultáneo político-económico y en este caso ambiental con potenciales intuiciones y enseñanzas sobre la interacción de estas tres esferas de la existencia humana. Además, el estudio del conflicto en un entorno natural es un tema de interés que merece un tratamiento separado.

## 10. Conclusión

La aparente paradoja de la abundancia en recursos naturales con nefastas consecuencias sobre la economía y sobre la democracia no es inevitable. Tal maldición surge por las decisiones y elecciones estratégicas de los grupos sociales, especialmente las élites, que buscan maximizar sus beneficios económicos esperados manipulando las instituciones políticas (régimen) y las instituciones laborales. Los trabajadores, también tienen un rol importante en este entorno estratégico pues su capacidad de organización y la amenaza que planteen a la autocracia puede ayudar a un cambio a la democracia. En este contexto los recursos naturales, especialmente, los de tipo minero o de enclave crean incentivos en los diferentes grupos de agentes, para implementar un régimen autocrático que excluya a los demás de su usufructo. Pero tales incentivos son más grandes para las élites que por su reducido tamaño tienen un mayor pago individual de la repartición de tal recurso y además pueden solucionar su problema colectivo con mayor efectividad. En conclusión, los recursos naturales son una maldición cuándo el monto absoluto de las rentas naturales sobrepasan un umbral (que es propio de cada

sociedad y que depende de sus fundamentales económicos y de la interacción política) que se traduce en un cambio de régimen político que a su vez tiene consecuencias negativas sobre la economía. Se deja para trabajos futuros la falsación empírica de la predicción de este modelo, tanto con herramientas econométricas como con estudios de caso.

## Referencias

- Acemoglu, D. (2006). A simple model of inefficient institutions. *Scandinavian Journal of Economics*, 108(4), 515–546.
- Acemoglu, D. (2008). Oligarchic versus democratic societies. *Journal of the European Economic Association*, 6(1), 1–44.
- Acemoglu, D., Johnson, S., y Robinson, J. A. (2001). The colonial origins of comparative development: An empirical investigation. *The American Economic Review*, 91(5), 1369–1401. ArticleType: primary\_article / Full publication date: Dec., 2001 / Copyright © 2001 American Economic Association.
- Acemoglu, D., Johnson, S., y Robinson, J. A. (2002). An african success: Botswana. *Analytic Development Narratives*, Princeton University Press, Princeton.
- Acemoglu, D. y Robinson, J. A. (2000a). Political losers as a barrier to economic development. *American Economic Review*, (pp. 126–130).
- Acemoglu, D. y Robinson, J. A. (2000b). Why did the west extend the franchise? democracy, inequality, and growth in historical perspective. *The Quarterly Journal of Economics*, 115(4), 1167–1199. ArticleType: primary\_article / Full publication date: Nov., 2000 / Copyright © 2000 The MIT Press.
- Acemoglu, D. y Robinson, J. A. (2008). Persistence of power, elites, and institutions. *The American Economic Review*, 98, 267–293.
- Agénor, P. y Neanidis, K. C. (2007). Optimal taxation and growth with public goods and costly enforcement. *University of Manchester Discussion Paper*, Series Number 087.
- Alesina, A. y Perotti, R. (1996). Income distribution, political instability, and investment. *European Economic Review*, 40(6), 1203–1228.
- Angrist, J. D. y Kugler, A. D. (2008). Rural windfall or a new resource curse? coca, income, and civil conflict in colombia. *Review of Economics and Statistics*, 90(2), 191–215.
- Anselin, L. (1988). *Spatial econometrics: methods and models*. Springer.
- Aumann, R. J. (1966). Existence of competitive equilibria in markets with a continuum of traders. *Econometrica*, 34(1), 1–17. ArticleType: primary\_article / Full publication date: Jan., 1966 / Copyright © 1966 The Econometric Society.

- Basu, K. (1986). One kind of power. *Oxford Economic Papers*, 38(2), 259–282. ArticleType: primary\_article / Full publication date: Jul., 1986 / Copyright © 1986 Oxford University Press.
- Basu, K. (2000). *Prelude to political economy*. Oxford University Press Oxford.
- Billon, P. L. (2001). The political ecology of war: natural resources and armed conflicts. *Political Geography*, 20(5), 561–584.
- Bourguignon, F. y Verdier, T. (2000). Oligarchy, democracy, inequality and growth. *Journal of Development Economics*, 62(2), 285–313.
- Brunnschweiler, C. y Bulte, E. (2008). The resource curse revisited and revised: A tale of paradoxes and red herrings. *Journal of Environmental Economics and Management*, 55(3), 248–264.
- Bulte, E. y Damania, R. (2008). Resources for sale: Corruption, democracy and the natural resource curse. *The B.E. Journal of Economic Analysis & Policy*, 8(1).
- Diamond, J. M. (1997). *Guns, Germs, and Steel: The Fates of Human Societies*. New York, N.Y.: W.W. Norton & Co., 1 edition.
- DiPasquale, D. y Glaeser, E. L. (1998). The los angeles riot and the economics of urban unrest. *Journal of Urban Economics*, 43(1), 52–78.
- Easterly, W. y Levine, R. (2003). Tropics, germs, and crops: how endowments influence economic development. *Journal of Monetary Economics*, 50(1), 3–39.
- Frankel, J. A. y Romer, D. (1999). Does trade cause growth? *The American Economic Review*, 89(3), 379–399. ArticleType: primary\_article / Full publication date: Jun., 1999 / Copyright © 1999 American Economic Association.
- Fujita, M., Krugman, P. R., y Venables, A. J. (2001). *The spatial economy: cities, regions and international trade*. MIT Press.
- Graham, B. S. y Temple, J. R. W. (2006). Rich nations, poor nations: How much can multiple equilibria explain? *Journal of Economic Growth*, 11(1), 5–41.
- Gupta, R. y Ziramba, E. (2008). Costly tax enforcement and financial repression. *Economic Notes*, 37(2), 141–154.
- Guriev, S. y Sonin, K. (2009). Dictators and oligarchs: A dynamic theory of contested property rights. *Journal of Public Economics*, 93(1-2), 1–13.
- Gylfason, T. (2001). Natural resources, education, and economic development. *European Economic Review*, 45(4-6), 847–859.
- Hausmann, R. y Rigobon, R. (2003). An alternative interpretation of the ‘Resource Curse:’ Theory and policy implications. In *Fiscal Policy Formulation and Implementation in Oil-Producing Countries* (pp. 12–44).

- Krugman, P. (1981). Trade, accumulation, and uneven development. *Journal of Development Economics*, 8(2), 149–161.
- Leite, C. y Weidmann, J. (2002). Does mother nature corrupt? natural resources, corruption, and economic growth. In *Governance, corruption, and economic performance* (pp. 159–196).
- Llavador, H. y Oxoby, R. J. (2005). Partisan competition, growth, and the franchise\*. *Quarterly Journal of Economics*, 120(3), 1155–1189.
- Marshall, M. G. y Jagers, K. (2007). Political regime characteristics and transitions 1800-2007. *Polity IV Project, University of Maryland*.
- Matsuyama, K. (1991). Increasing returns, industrialization, and indeterminacy of equilibrium. *The Quarterly Journal of Economics*, 106(2), 617–650. ArticleType: primary\_article / Full publication date: May, 1991 / Copyright © 1991 The MIT Press.
- McSherry, B. (2006). The political economy of oil in equatorial guinea. *Africa Studies Quarterly*, 8(3).
- Mehlum, H., Moene, K., y Torvik, R. (2006). Institutions and the resource curse. *The Economic Journal*, 116(508), 1–20.
- North, D. (1989). Institutions and economic growth: An historical introduction. *World Development*, 17(9), 1319–1332.
- Olson, M. (1993). Dictatorship, democracy, and development. *The American Political Science Review*, 87(3), 567–576. ArticleType: primary\_article / Full publication date: Sep., 1993 / Copyright © 1993 American Political Science Association.
- Olsson, O. y Hibbs, D. A. (2005). Biogeography and long-run economic development. *European Economic Review*, 49(4), 909–938.
- Panagariya, A. (1981). Variable returns to scale in production and patterns of specialization. *The American Economic Review*, 71(1), 221–230. ArticleType: primary\_article / Full publication date: Mar., 1981 / Copyright © 1981 American Economic Association.
- Persson, T. y Tabellini, G. (1994). Representative democracy and capital taxation. *Journal of Public Economics*, 55(1), 53–70.
- Robinson, J. A., Torvik, R., y Verdier, T. (2006). Political foundations of the resource curse. *Journal of Development Economics*, 79(2), 447–468.
- Rosendorff, B. P. (2001). Choosing democracy. *Economics & Politics*, 13(1), 1–29.
- Ross, M. L. (2001). Does oil hinder democracy? *World Politics*, 53(3), 325–361. ArticleType: primary\_article / Full publication date: Apr., 2001 / Copyright © 2001 Trustees of Princeton University.

- Ross, M. L. (2004). What do we know about natural resources and civil war? *Journal of Peace Research*, 41(3), 337–356.
- Sachs, J. D. (2001). Tropical underdevelopment. *National Bureau of Economic Research Working Paper Series*, No. 8119.
- Sachs, J. D. y Warner, A. M. (1995). Natural resource abundance and economic growth. *National Bureau of Economic Research Working Paper Series*, NBER W5398. published as Sachs, Jeffrey D. and Andrew M. Warner. "The Big Rush, Natural Resource Booms And Growth," *Journal of Development Economics*, 1999, v59(1,Jun), 43-76. *Leading Issues in Economic Development*, Oxford University Press, 2000.
- Sachs, J. D. y Warner, A. M. (2001). The curse of natural resources. *European Economic Review*, 45(4-6), 827–838.
- Sala-i-Martin, X. X. (1997). I just ran two million regressions. *The American Economic Review*, 87(2), 178–183.
- Sokoloff, K. L. y Engerman, S. L. (2000). History lessons: Institutions, factors endowments, and paths of development in the new world. *The Journal of Economic Perspectives*, 14(3), 217–232. ArticleType: primary\_article / Full publication date: Summer, 2000 / Copyright © 2000 American Economic Association.

## Parte V

# Apéndice:

## 11. Apéndice:

### 11.1. La función de triunfo revolucionario (ecuación 11)

Se puede pensar en un modelo de umbral en el cuál la revolución tiene éxito si la fuerza bélica de los trabajadores multiplicada por una variable aleatoria que puede tomar dos valores  $\{0, 1\}$ . La probabilidad  $\rho$  que representa condiciones aleatorias favorables a los revolucionarios (1) (como confianza), y la probabilidad  $(1 - \rho)$  representa condiciones favorables para las élites (1). Las élites vencen a los trabajadores siempre y cuándo:

$$\rho C_l^R \leq (1 - \rho)\Omega_s$$

$$\rho \leq \frac{\Omega_s}{C_l^R + \Omega_s}.$$

Por facilidad se asume que la probabilidad de triunfo de las élites es:

$$\rho = \frac{\Omega_s}{C_l^R + \Omega_s}.$$

## 11.2. El juego de cooperación en el espacio:

Se considera que un trabajador ubicado en la posición  $i$ , se forma una expectativa sobre la contribución del trabajador  $j$ , pero de manera distorsionada. La distorsión aumenta mientras la distancia entre  $i$  y  $j$ , es mayor:  $\max d_{i,j} = |i - j|$ . La distorsión consiste en que un trabajador tiene menos información de la contribución real de los demás. Se puede argumentar que la distorsión de la información aumenta con la distancia, los trabajadores más lejanos tienen más dificultades de comunicarse o es más costoso conocer su información. La distorsión se parametriza como  $\min\{\frac{1}{d_{i,j}}, 1\}$ .<sup>70</sup> Considérese el trabajador ubicado en la partición  $i = 1$ . El trabajador en  $i=3$ , da una señal pública que gastará un monto  $c_{i_3}^R$ . El trabajador ubicado en  $i = 1$  observa la señal con una distorsión de  $\frac{1}{|1-3|} = \frac{1}{2}$ . Es decir, que el trabajador en  $i = 1$ , toma la decisión de cuánto aportar ( $c_{i_1}^R$ ), tomando como dada la cantidad observada de aporte de trabajador ubicado en  $i = 3$ , esto es:  $\frac{1}{2}c_{i_3}^R$ . Se puede extender este análisis para  $n_l$  trabajadores ubicados en el país lineal de la manera explicada en la subsección anterior. Utilizando notación matricial, se puede expresar, las conjeturas sobre la contribución de los demás trabajadores, que observa cada trabajador en su posición  $i$ , de esta manera:

$$\begin{bmatrix} 0 & \psi(d_{1,2}) & \cdots & \psi(d_{1,i}) & \cdots & \psi(d_{1,n_l}) \\ \psi(d_{2,1}) & 0 & & \psi(d_{1,i}) & & \psi(d_{1,n_l}) \\ \psi(d_{i,1}) & \vdots & & 0 & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi(d_{n_l,1}) & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{i_1}^R \\ \vdots \\ c_{i_i}^R \\ \vdots \\ c_{i_{n_l}}^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{j \neq 1}^R \sum_{j=1}^{n_l} \psi(d_{0,j}) \\ \vdots \\ C_{j \neq i}^R \sum_{j \neq i}^{n_l} \psi(d_{i,j}) \\ \vdots \\ C_{j \neq n_l}^R \sum_{j \neq n_l}^{n_l} \psi(d_{n_l,j}) \end{bmatrix} = C_{-i}^R \Psi. \quad (48)$$

En la ecuación (48) se expresa el vector de conjeturas de los trabajadores (en la posición  $i$ ), sobre la contribución de los demás trabajadores con el vector:  $C_{-i}^R \Psi$ . Nótese que la conjetura individual es la  $i$ ésima entrada de este vector o rezago espacial de  $C_{-i}^R$ .<sup>71</sup> El rezago espacial, es el resultado de multiplicar las contribuciones de cada trabajador, por una matriz de pesos  $W(d)$ , de dimensión  $n_l \times n_l$ . Que depende de la distancias bilaterales y cuyas entradas están descritas por:  $\psi(d_{i,j})_{i \neq j}$ . Esta matriz es simétrica y los elementos de su diagonal principal son cero:  $W_{i,i} = 0$ . Como el interés está en el equilibrio simétrico se puede hacer  $C_{j \neq i}^R = C_{-i}^R \in \mathbb{R}_+$ , que queda multiplicado por el  $\Psi \in \mathbb{R}^{n_l}$ .

Debido, a que calcular la función de reacción para cada trabajador en la posición  $i$  es poco práctico<sup>72</sup> y poco relevante dado que es dependiente de la forma funcional de la matriz de pesos ( $1/d_{i,j}$ ). Se utiliza el valor promedio de las distancias para calcular la

<sup>70</sup>Este supuesto es conveniente para evitar que cuándo los trabajadores migran a una misma posición, como en el caso de la urbanización, la distorsión tienda a  $\infty$ . Se puede imaginar que los trabajadores tienen una ciudad satélite a 0 en la posición  $i = 1$ . En la que pasan un tiempo. Por ende la distancia entre ellos puede ser 1.

<sup>71</sup>El rezago espacial y la matriz de pesos de distancia inversa utilizados en este modelo son comunes a la literatura de econometría espacial, ver por ejemplo: Anselin (1988)

<sup>72</sup>Implicaría: (i) Calcular las distancias relativas de cada trabajador en la posición  $i$ , respecto a los demás. (ii) Utilizando esta conjetura solucionar el problema de contribución  $c_{i_i}^R$ , para cada agente  $i$ , y (iii) dado estas funciones de reacción agregar respecto a  $i$ , para obtener la contribución real efectiva y tener la función de reacción agregada. En cambio, se calcula la distancia promedio utilizando la notación sigma para los trabajadores agrícolas y para los no agrícolas. Se calcula las funciones de

entrada  $i^{\text{ésima}}$  del vector  $\Psi$ , para dos grupos diferenciados: los trabajadores del sector agrícola en equilibrio  $L_a^{eq}$  y los trabajadores del sector no agrícola también en equilibrio  $L_n^{eq}$ . Debe quedar claro, que la única ventaja de estos supuestos restrictivos es que permiten avanzar en la solución analítica de este problema teórico.

### 11.2.1. Distancia entre los trabajadores:

Luego de definir la distancia bilateral en el país lineal, se debe determinar una medida de la distancia promedio del trabajador en la posición  $i$ , respecto a los demás trabajadores. Para hacerlo, se debe definir la distancia relativa entre los trabajadores:  $d_{i,j}^T$ .

**Definición 3.** La suma de distancias relativa del trabajador en la posición  $i \in \{i | i \neq 0 \vee i \neq n_l\}$ , a los trabajadores  $j \in \{j | j \neq i\}$ , está determinada por:  $d_{i,j}^T = \sum_{j \neq i}^{n_l} |i - j|$ .

$$(n_l - 1)d_{i,j}^T = d_{i,j,n} = \begin{cases} \sum_{j=1}^i i - j & \text{si } i > j \\ \sum_{j=i+1}^{n_l} j - i & \text{si } i < j \end{cases}$$

Y la distancia promedio del trabajador en la posición  $i$  de los demás trabajadores es  $\frac{(n_l-1)d_{i,j}^T}{n_l-1} = \frac{d_{i,j,n}}{n_l-1}$ .

Ahora se utiliza la definición anterior para calcular las distancias bajo la configuración de equilibrios sin especialización en el modelo expuesto en la sección 3. Se denota el superíndice  $eq \in \{EM, EA\}$ , para notar  $a^{eq} = \frac{L_a^{eq}}{n_l}$ , con la condición de que  $a^{eq}, (1-a)^{eq} \neq 0$ . En este caso, como se describió en el análisis de la migración se tiene una ciudad en la posición  $i = 0$ , en la cuál se encuentran las unidades de producción del sector no agrícola y en el cuál, en estado estacionario residen  $L_n^{eq}$  trabajadores. Como se supuso que los primeros trabajadores desde la posición  $i = 1$  hasta  $i = L_n^{eq}$  son los que migran a la ciudad en  $i = 0$ , estas posiciones estarán vacías. En contraste, los trabajadores agrícolas, se mantienen en sus posiciones iniciales, es decir, un trabajador por cada una de las particiones que se extienden desde  $i = L_n^{eq} + 1$ , hasta  $i = L_a^{eq} + L_n^{eq} = n_l$ .

La distancia promedio de un trabajador del sector no agrícola a los demás, en este caso es:

$$d_{i,j,n} = L_n^{eq} + \sum_{j=L_n^{eq}+1}^{L_n^{eq}} |0 - j|.$$

El segundo sumando puede ser reformulado:

$$\sum_{j=L_n^{eq}+1}^{L_n^{eq}} |0 - j| = \sum_{r=1}^{L_a^{eq}} |0 - (L_n^{eq} + r)|$$

---

reacción de estos dos tipos de trabajadores y luego se agrega centrándose en que el equilibrio es simétrico, es decir que:  $C_l^r = L_a^{eq}c_{l,a}^R + L_n^{eq}c_{l,n}^R$ . Y que  $C_{-l}^R = (n_l - 1)c_l^R$ . Estos supuestos, permiten mantener el modelo tratable analíticamente al tiempo que capturan dos hechos estilizados de la revisión de la literatura: (i) Los trabajadores manufactureros tienen una mayor capacidad de organización que los trabajadores agrícolas. (ii) La distancia y la estructura de la población juega un papel importante en la cooperación entre individuos.

$$d_{i,j,n} = L_n^{eq} + \sum_{r=1}^{L_a^{eq}} (L_n^{eq} + r) = L_n^{eq} + L_a^{eq} L_n^{eq} + \frac{L_a^{eq}(L_a^{eq} + 1)}{2}.$$

Manipulando los términos:

$$d_{i,j,n} = \frac{2L_n^{eq}(1 + L_a^{eq}) + L_a^{eq}(L_a^{eq} + 1)}{2}.$$

$$d_{i,j,n} = \frac{(1 + L_a^{eq})(2L_n^{eq} + L_a^{eq})}{2} = \frac{(1 + L_a^{eq})(L_n^{eq} + n_l)}{2}.$$

Ahora, cada trabajador del sector no agrícola tiene la distancia promedio:

$$\frac{d_{i,j,n}}{(n_l - 1)} = \frac{(1 + L_a^{eq})(n_l + L_n^{eq})}{2(n_l - 1)} > 0.$$

$$\frac{d_{i,j,n}}{(n_l - 1)} = (1 + L_a^{eq})(2 - a^{eq})$$

Ahora se obtiene la conjetura del agente como:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n_l-1} \frac{(n_l - 1)}{d_{i,j,n}} &= \frac{(n_l - 1)}{d_{i,j,n}} \\ &= \frac{2(n_l - 1)}{(1 + L_a^{eq})(2 - a^{eq})}. \end{aligned}$$

Entonces, se puede escribir la entrada  $i^{\text{jésima}}$  del vector  $\Psi$  o rezago espacial, como:

$$\frac{2(n_l - 1)c_l^R}{(1 + L_a^{eq})(2 - a^{eq})}.$$

Dado, que  $(n_l - 1)c_l^R = C_{-l}^R$ , se tiene la conjetura de los trabajadores no agrícolas:

$$\frac{2}{(1 + L_a^{eq})(2 - a^{eq})} C_{-l}^R. \quad (49)$$

**Hecho 4.** La distancia promedio de un trabajador del sector industrial a los demás trabajadores (agrícolas y no agrícolas) es menor en el equilibrio  $a^*$  que bajo el equilibrio  $\bar{a}$ . De tal manera que:  $d_{i,j,n}(L_a^*, L_n^*) > d_{i,j,n}(\bar{L}_a, \bar{L}_n)$ .

Este hecho es casi directamente observable. Se puede verificar al obtener las derivadas parciales de la suma de distancias entre los trabajadores:

$$\frac{\delta d_{i,j,n}}{\delta L_a^{eq}} = L_n^{eq} + n_l$$

$$\frac{\delta d_{i,j,n}}{\delta L_n^{eq}} = L_a^{eq} + 1.$$

La distancia promedio relativa de los trabajadores agrícolas es:

$$d_{i,j,a} = |L_n^{eq} + r - 0| + \sum_{r=1}^{L_a^{eq}} |r - q|.$$

El primer componente es dependiente de la posición del trabajador agrícola  $L_n^{eq} + r$ , pero se puede obtener su promedio así:

$$\begin{aligned} \frac{1}{L_a^{eq}} \sum_{r=1}^{L_a^{eq}} (L_n^{eq} + r) &= \frac{1}{L_a^{eq}} (L_a^{eq} L_n^{eq} + \frac{L_a^{eq}(L_a^{eq} + 1)}{2}) \\ &= \frac{2L_n^{eq} + (L_a^{eq} + 1)}{2}. \end{aligned}$$

La distancia promedio de un trabajador agrícola en la posición  $q$  respecto a los demás trabajadores agrícolas es:

$$\begin{cases} \sum_{q=1}^r r - q & \text{si } r > q \\ \sum_{q=r+1}^{L_a^{eq}} q - r & \text{si } q < r \end{cases}$$

La sumatoria del primer componente es:

$$\sum_{q=1}^r r - q = (r^2 - r)/2$$

Debido a que depende de su posición  $r$ , se obtiene el valor promedio, para todos los trabajadores agrícolas:

$$\frac{1}{2L_a^{eq}} \sum_{r=0}^{L_a^{eq}} (r^2 - r) = \frac{(L_a^{eq} + 1)(2L_a^{eq} + 1) - 3(L_a^{eq} + 1)}{12}$$

Mientras que la sumatoria del segundo componente es:

$$\sum_{q=r+1}^{L_a^{eq}} q - r = \sum_{q=1}^{L_a^{eq}} 1 = L_a^{eq}.$$

Entonces la distancia promedio del trabajador agrícola a los demás es:

$$\frac{d_{ij,a}}{(n_l - 1)} = \frac{2L_n^{eq} + (L_a^{eq} + 1)}{2} + \frac{(L_a^{eq} + 1)(2L_a^{eq} + 1) - 3(L_a^{eq} + 1)}{12} + L_a^{eq}$$

$$\frac{d_{ij,a}}{(n_l - 1)} = \frac{12L_n^{eq} + 6(L_a^{eq} + 1) + (L_a^{eq} + 1)(2L_a^{eq} + 1) - 3(L_a^{eq} + 1) + 12L_a^{eq}}{12}$$

$$\frac{d_{ij,a}}{(n_l - 1)} = \frac{12n_l + 3(L_a^{eq} + 1) + (L_a^{eq} + 1)(2L_a^{eq} + 1)}{12}$$

$$\frac{d_{ij,a}}{(n_l - 1)} = \frac{12n_l + 2(L_a^{eq} + 1)(L_a^{eq} + 2)}{12}$$

La distancia promedio es:

$$d_{i,j,a} = \frac{6n_l + (L_a^{eq} + 1)(L_a^{eq} + 2)}{(n_l - 1)6}.$$

### 11.3. Obtención de la Ecuación (24) :

Se obtiene la ecuación, 24 de la manipulación de la condición de aumento del pago esperado por cooperación respecto a no cooperación, en el caso que las contribuciones son iguales.

Se divide para  $C_l(x)$ :

$$\begin{aligned} \frac{\widetilde{\Omega}_s(x)}{\widetilde{C}_l^R(x)} \left( C_l(x) + \widetilde{\Omega}_s(x) + \widetilde{\Omega}_s(x) (C_l)'(x) - (\bar{\pi}_s + x) (C_l)'(x) \right) &\geq \\ -\widetilde{\Omega}_s'(x) \left( (\bar{\pi}_s + x) - \widetilde{\Omega}_s(x)^2 - 2\widetilde{\Omega}_s(x) \right) & \\ \frac{1}{\widetilde{C}_l^R(x)} \left( \widetilde{C}_l^R(x) + \widetilde{\Omega}_s(x) + \widetilde{\Omega}_s(x) (C_l)'(x) - (\bar{\pi}_s + x) (C_l)'(x) \right) &\geq \\ -\widetilde{\Omega}_s'(x) \left( (\bar{\pi}_s + x) - \widetilde{\Omega}_s(x) - 2 \right) & \end{aligned}$$

$$1 + \widetilde{\Omega}_s(x) \left( 1 + \frac{\widetilde{C}_l^R'(x)}{\widetilde{C}_l^R(x)} \right) - (\bar{\pi}_s + x) \frac{\widetilde{C}_l^R'(x)}{\widetilde{C}_l^R(x)} \geq -\widetilde{\Omega}_s'(x) \left( (\bar{\pi}_s + x) - \widetilde{\Omega}_s(x) - 2 \right).$$

$$1 + \widetilde{\Omega}_s(x) \left( 1 + \frac{\widetilde{C}_l^R'(x)}{\widetilde{C}_l^R(x)} \right) - (\bar{\pi}_s + x) \frac{\widetilde{C}_l^R'(x)}{\widetilde{C}_l^R(x)} \geq -\widetilde{\Omega}_s'(x) \left( (\bar{\pi}_s + x) - \widetilde{\Omega}_s(x) - 2 \right).$$

$$1 + \widetilde{\Omega}_s(x) \left( 1 + \frac{\widetilde{C}_l^R'(x)}{\widetilde{C}_l^R(x)} \right) \geq (\bar{\pi}_s + x) \frac{\widetilde{C}_l^R'(x)}{\widetilde{C}_l^R(x)} - \widetilde{\Omega}_s'(x) (\bar{\pi}_s + x) - \widetilde{\Omega}_s'(x) \left( \widetilde{\Omega}_s(x) + 2 \right).$$

Que nos proporciona la ecuación de interés 24:

$$\frac{1}{\widetilde{\Omega}_s'(x)} + \frac{\widetilde{\Omega}_s(x)}{\widetilde{\Omega}_s'(x)} + \frac{\widetilde{C}_l^R'(x)}{\widetilde{C}_l^R(x)\widetilde{\Omega}_s'(x)} + \widetilde{\Omega}_s(x) + 2 \geq (\bar{\pi}_s + x) \left( \frac{\widetilde{C}_l^R'(x)}{\widetilde{C}_l^R(x)\widetilde{\Omega}_s'(x)} - 1 \right)$$

También se puede reorganizar los términos de otras formas.

$$\frac{\widetilde{C}_l^R(x)}{\widetilde{C}_l^R(x)\widetilde{\Omega}_s'(x)} + \frac{\widetilde{C}_l^R(x)\widetilde{\Omega}_s(x)}{\widetilde{C}_l^R(x)\widetilde{\Omega}_s'(x)} + \frac{\widetilde{C}_l^R'(x)}{\widetilde{C}_l^R(x)\widetilde{\Omega}_s'(x)} + \frac{\widetilde{\Omega}_s(x) + 2}{\widetilde{C}_l^R(x)\widetilde{\Omega}_s'(x)} \geq (\bar{\pi}_s + x) \frac{\widetilde{C}_l^R'(x) - \widetilde{C}_l^R(x)\widetilde{\Omega}_s'(x)}{\widetilde{C}_l^R(x)\widetilde{\Omega}_s'(x)}$$

$$\frac{\widetilde{C}_l^R(x) + \widetilde{C}_l^R(x)\widetilde{\Omega}_s(x) + \widetilde{C}_l^{R'}(x) + \widetilde{\Omega}_s(x) + 2}{\widetilde{C}_l^R(x)\widetilde{\Omega}_s'(x)} \geq (\bar{\pi}_s + x) \frac{\widetilde{C}_l^{R'}(x) - \widetilde{C}_l^R(x)\widetilde{\Omega}_s'(x)}{\widetilde{C}_l^R(x)\widetilde{\Omega}_s'(x)}$$

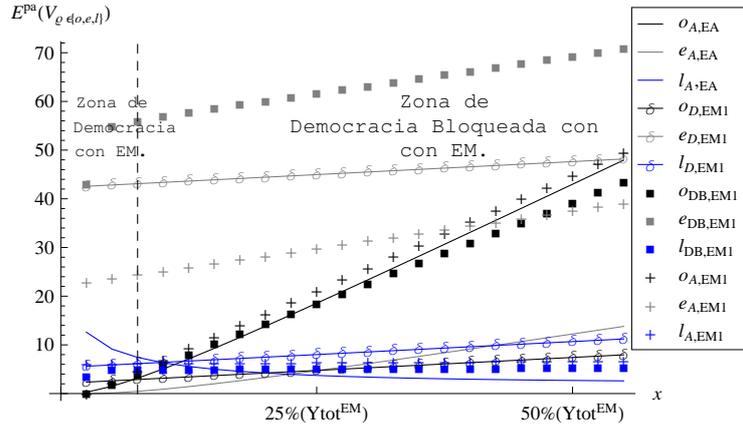
Dónde se obtiene la expresión más simple:

$$\widetilde{C}_l^R(x) + \widetilde{C}_l^R(x)\widetilde{\Omega}_s(x) + \widetilde{C}_l^{R'}(x) + \widetilde{\Omega}_s(x) + 2 \geq (\bar{\pi}_s + x) (\widetilde{C}_l^{R'}(x) - \widetilde{C}_l^R(x)\widetilde{\Omega}_s'(x))$$

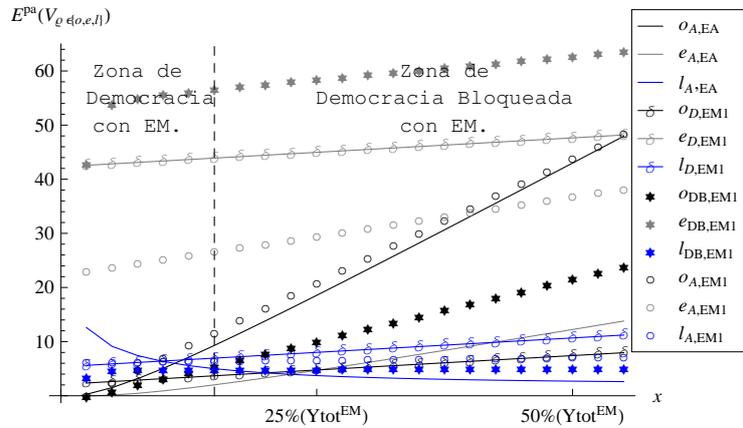
Que confirma la relación entre una mayor cantidad de  $x$  y que se cumpla la ecuación ya que  $x$  incrementa más que proporcionalmente  $(\widetilde{C}_l^{R'}(x) - \widetilde{C}_l^R(x)\widetilde{\Omega}_s'(x))$  el segundo término que está substrayendo en la expresión.

#### 11.4. Anexos técnicos en Mathematica.

Los anexos técnicos en Mathematica, no son parte crucial de este documento, pero sirven para la reproducción de las simulaciones numéricas presentadas. Se adjunta, tanto una versión PDF para facilitar su acceso para los lectores que no tengan acceso a este software y también los archivos como cuaderno de Mathematica que puedan servir para los interesados. El anexo técnico consiste de dos partes: (i) El modelo de la autocracia y democracia, su derivación formal. (ii) Los experimentos numéricos, en el cuál se puede modificar los parámetros para ver como se comporta el modelo.



(a) Escenario 1:  $c_x = 0.1x$ . Notar que el tamaño de la renta natural  $x$  es idéntico al mundo original y se presenta como proporciones de los pagos del mundo original, para facilitar la comparación.



(b) Escenario 2:  $c_x = 0.5x$ . Notar que el tamaño de la renta natural  $x$  es idéntico al mundo original y se presenta como proporciones de los pagos del mundo original, para facilitar la comparación.

Figura 15: Resultados del juego total en el mundo paralelo cuándo  $n_e^{pa} = 0.15n^{na}$ . En el eje vertical se pueden observar los pagos esperados del mundo paralelo:  $E^{pa}(V_{\varphi \in \{o,e,l\}})$  mientras que en el eje horizontal se se presenta la renta natural que es idéntica para los dos mundos:  $x$ .

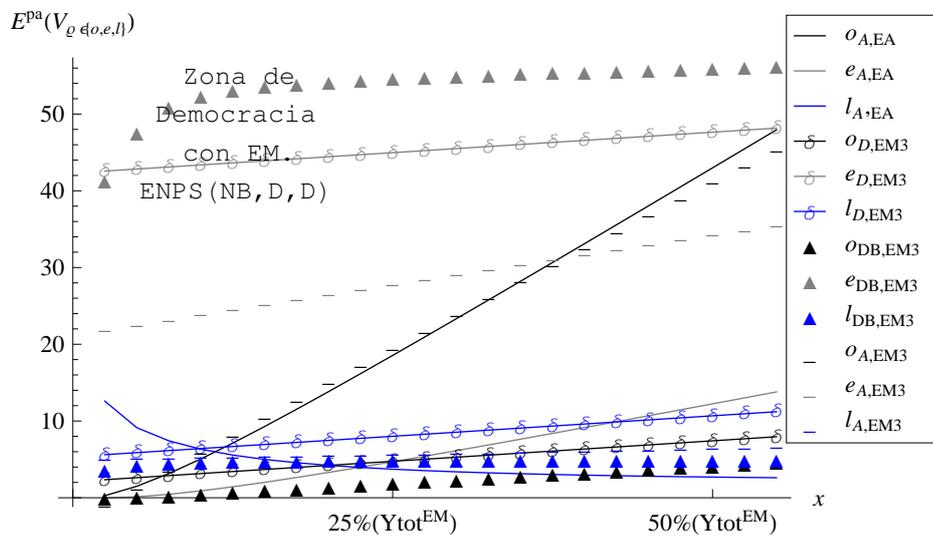


Figura 16: Escenario 3:  $c_x = 0.9x$  en el mundo paralelo cuándo  $n_e^{pa} = 0.15n^{pa}$ . Notar que el tamaño de la renta natural  $x$  es idéntico al mundo original y se presenta como proporciones de los pagos del mundo original, para facilitar la comparación. En el eje vertical se pueden observar los pagos esperados del mundo paralelo:  $E^{pa}(V_{\varphi \in \{o,e,l\}})$  mientras que en el eje horizontal se se presenta la renta natural que es idéntica para los dos mundos:  $x$ .