

Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales, FLACSO Ecuador

Departamento de Desarrollo, Ambiente y Territorio

Convocatoria 2020-2022

Tesis para obtener el título de Maestría en Economía del Desarrollo

Decisiones de ahorro en efectivo en una economía dolarizada

Pablo Sebastián Rosero Pozo

Asesor: Wilson Pérez Oviedo

Lectores: Jaime Fernández Romero y Grace Llerena Sarzoza

Quito, abril de 2023

## **Dedicatoria**

A quienes ya no están

## Índice de contenidos

Resumen.....	8
Agradecimientos.....	9
Introducción .....	10
Capítulo 1. Modelo de efecto de cambios en las decisiones de ahorro en efectivo .....	17
1.1 La matriz de contabilidad social.....	17
1.2 Dinámica de precios, demanda de los hogares y exportaciones.....	19
1.2.1 La dinámica de los precios de los bienes nacionales.....	19
1.2.2 Consumo de los hogares.....	20
1.2.3 Exportaciones .....	20
1.2.4 Las reservas de dinero y la dinámica del modelo.....	22
1.3 Un sistema de ecuaciones diferenciales .....	24
Capítulo 2. Solución numérica y simulaciones.....	26
2.1 Función de choque exógena .....	26
2.2 Resultados numéricos por simulaciones.....	28
2.2.1 Resultados a precios constantes.....	28
2.2.2 Resultados a precios flexibles .....	31
2.2.3 Overshot .....	33
2.3 Simulaciones con cambios paramétricos simultáneos.....	34
2.3.1 Efecto elasticidad tipo de cambio real - exportaciones .....	34
2.3.2 Efecto elasticidad de sustitución de importaciones de función CES.....	36
2.4 Velocidad de respuesta al choque frente a cambios en la elasticidad tipo cambio real.....	40
2.4.1 Primera amplitud del efecto del choque en el PIB .....	40
Capítulo 3. Un modelo alternativo: componente importado de la producción nacional .....	44
3.1 Dinámica de precios, demanda de los hogares y exportaciones.....	46
3.2 Simulaciones .....	48
Conclusiones .....	53

Referencias .....	57
Anexos.....	58

## Lista de ilustraciones

### Gráficos

Gráfico 2.1. Función de reservas. Choque inicial en $t = 40$ .....	27
Gráfico 2.2. Función de reservas. Choque inicial en $t = 40$ .....	28
Gráfico 2.3. Solución numérica tipo de cambio real .....	29
Gráfico 2.4. Solución numérica balanza comercial .....	30
Gráfico 2.5. Solución numérica PIB real.....	30
Gráfico 2.6. Solución numérica tipo de cambio real .....	32
Gráfico 2.7. Solución numérica balanza comercial.....	32
Gráfico 2.8. Overshot en la solución numérica del PIB real .....	33
Gráfico 2.9. Exportaciones/Importaciones frente a cambios en $\epsilon$ .....	34
Gráfico 2.10. Tipo de cambio real frente a cambios en $\epsilon$ .....	35
Gráfico 2.11. Balanza comercial frente a cambios en $\epsilon$ .....	35
Gráfico 2.12. PIB real frente a cambios en $\epsilon$ .....	36
Gráfico 2.13. Tipo de cambio real frente a cambios en $\sigma$ .....	37
Gráfico 2.14. Exportaciones frente a cambios en $\sigma$ .....	37
Gráfico 2.15. Consumo relativo frente a cambios en $\sigma$ .....	38
Gráfico 2.16. Consumo absoluto frente a cambios en $\sigma$ .....	38
Gráfico 2.17. Balanza comercial frente a cambios en $\sigma$ .....	39
Gráfico 2.18. PIB real frente a cambios en $\sigma$ .....	40
Gráfico 2.19. Primera amplitud del choque frente a combinaciones $\epsilon$ - $\gamma$ sin respuesta de los precios ..	41
Gráfico 2.20. Vista de perfil de el Gráfico 2.19. que muestra el no efecto de $\epsilon$ .....	42
Gráfico 2.21. Variación en el precio con cambios en $\beta$ .....	42
Gráfico 2.22. Respuesta ante cambios en $\beta$ de la relación $\gamma$ - primera amplitud.....	43
Gráfico 3.1. Respuesta de PIB real al choque exógeno con $\psi = 0.1$ .....	48
Gráfico 3.2. Respuesta de tipo de cambio real a choque exógeno con $\psi = 0.1$ .....	49
Gráfico 3.3. Evolución del PIB frente a cambios en $\psi$ .....	50

Gráfico 3.4. Evolución del tipo de cambio real frente a cambios en $\psi$ .....	50
Gráfico 3.5. Evolución de las exportaciones frente a cambios en $\psi$ .....	51
Gráfico 3.6. Evolución de las importaciones frente a cambios en $\psi$ .....	51
Gráfico 3.7. Caída neta en el PIB máxima ante cambios $\psi$ .....	52
Gráfico 3.8. Caída neta en precios máxima ante cambios $\psi$ .....	52

**Tablas**

Tabla 1.1. Matriz de contabilidad social de la economía pequeña dolarizada .....	18
Tabla 3.1. Matriz de contabilidad social de la economía pequeña dolarizada .....	45

## **Declaración de cesión de derecho de publicación de la tesis**

Yo, Pablo Sebastián Rosero Pozo, autor de la tesis titulada “Decisiones de ahorro en efectivo en una economía dolarizada” declaro que la obra es de mi exclusiva autoría, que la he elaborado para obtener el título de maestría en Economía del Desarrollo concedido por la Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales, FLACSO Ecuador.

Cedo a la FLACSO Ecuador los derechos exclusivos de reproducción, comunicación pública, distribución y divulgación, bajo la licencia Creative Commons 3.0 Ecuador (CC BY-NC-ND 3.0 EC), para que esta universidad la publique en su repositorio institucional, siempre y cuando el objetivo no sea obtener un beneficio económico.

Quito, abril de 2023.



---

Pablo Sebastián Rosero Pozo

## **Resumen**

Se presenta un modelo en ecuaciones diferenciales que simula la respuesta de las economías pequeñas y dolarizadas a los cambios en las decisiones de ahorro. Este modelo es una primera aproximación para comprender el efecto que tiene la ausencia de una moneda propia cuando un choque exógeno ocurre en la economía. El uso de herramientas matemáticas y de programación de alto nivel simulan la respuesta de esta economía frente a cambios en parámetros macroeconómicos que describen distintos escenarios planteados. En primera instancia, se plantea un sistema de ecuaciones diferenciales mediante la elaboración de una matriz de contabilidad social para una economía pequeña y dolarizada. El planteamiento del sistema proviene de una comprensión adecuada de la dinámica de los precios de los bienes nacionales, el consumo de los hogares, las exportaciones y las reservas de los hogares en un país sin sistema financiero. Este sistema toma a los precios y al ingreso como factores dinámicos que evolucionan en el tiempo como respuesta a los cambios en los radios de reserva de los hogares. Posteriormente, se presentan las simulaciones numéricas del modelo, así como un análisis de resultados. Se plantean varios escenarios en donde determinados parámetros varían según intervalos establecidos por calibraciones paramétricas adecuadas. Adicionalmente, se presenta un modelo auxiliar el cual introduce el componente importado de la producción nacional como una fracción fija del producto nacional total. Finalmente, se presentan las conclusiones del trabajo en donde se establece que la respuesta de la economía ante choques exógenos en un país pequeño y sin moneda propia provienen de interacciones entre la balanza comercial nacional, los precios y el ingreso nacional, y las variaciones en los radios de reservas de los hogares.



## **Agradecimientos**

A Wilson Pérez, cuya dirección ha ido más allá de la realización de este trabajo. Ha sabido ser un maestro y amigo que transmite sus valiosos conocimientos de manera paciente y detallada.

A mis padres, mi hermano y mi gran familia, seres humanos magníficos, que me apoyaron cuando decidí emprender esta campaña. Aun en las instancias más difíciles siempre he sabido que cuento con ustedes.

A Magaly, su amor que me acompaña a donde vaya, me ha dado las fuerzas necesarias para finalizar este trabajo.

A mis compañeros y compañeras de FLACSO, sin ustedes esta etapa jamás habría sido la misma. Gracias por todas las conversaciones y el apoyo que me han brindado.

A todos mis profesores, que han sabido contribuir en algo único para mi formación.

A todos los profesionales que estuvieron antes, sin su dedicación y pasión, nada de esto fuera posible.

A FLACSO por darme la oportunidad de formar parte de sus destacados estudiantes.

## **Introducción**

Ecuador se encontraba viviendo una situación desesperada entre los años 1998 y 2002. Para 1995 había estallado la Guerra del Cenepa contra Perú. Este evento fue la antesala de una desestabilización política y económica grave. Posteriormente, Ecuador se enfrenta al derrumbe de los precios de petróleo, un fenómeno del niño intenso, además de problemas con un sistema bancario frágil. A mediados de 1998, se intenta ejecutar, sin éxito, ciertos mecanismos económicos que hagan frente a esta serie de eventos. El fracaso de todos estos mecanismos provoca una devaluación grave de la moneda durante las semanas finales de 1999, lo cual empobreció a la población ecuatoriana de manera violenta.

Bajo este escenario, en un país con moneda propia, una solución posible a todos estos inconvenientes podría ser la creación masiva de dinero para dar solución a los problemas bancarios, esto es, señoreaje. Esta solución podría generar una mayor actividad económica aparente y temporal, pero que, finalmente, ocasionaría mayor inflación y devaluación. La población desconfiará de un sistema bancario quebradizo, desencadenando la necesidad de la población de sus decisiones de ahorro. Estos cambios afectarán a los bancos, dificultando el proceso de recuperación de créditos. Eventualmente, se requerirá una intervención bancaria, que termina por agravar la situación en un círculo vicioso.

Para finales del siglo XX, la población ecuatoriana estaba familiarizada con una dolarización extraoficial. Al parecer de la gente, los precios en dólares americanos permanecían estables y hacía deseable tener ahorros en dólares. Estos aspectos de la economía ecuatoriana, entre otros, abrieron paso a la idea de la dolarización oficial en el país. Para varios autores, como se menciona en (Acosta y Juncosa 2000), la dolarización era el mejor mecanismo para frenar la hiperinflación que venía socavando los ahorros de la población. Consideran que conseguir una inflación más baja, disciplina fiscal y crecimiento económico en aquel momento sería posible gracias a la dolarización. Pero ¿qué es la dolarización y por qué se consideró como una solución deseable para la crisis nacional?

La dolarización es un mecanismo monetario que consiste en retirar del mercado la moneda nacional y reemplazar la misma por el dólar norteamericano. Se busca estabilizar las variables macroeconómicas como precios, tasas de interés, balanza comercial, e impulsar el desarrollo del país mediante la aceleración de la inserción a la economía mundial, la eliminación de las distorsiones monetarias y cambiarias, la reactivación productiva y un mejoramiento de la disciplina fiscal.

Para Fernández (2020), “la dolarización es la institución más importante y apreciadas por la población debido a [...] la mejoría en la confianza de todas las agentes económicas. [...] Hay que [...] entenderla para plantear los instrumentos que permiten dar flexibilidad al sistema e implementar políticas”. La dolarización pretende reducir la inflación cortando la posibilidad de las prácticas cambiarias especulativas. La dolarización busca fortalecer los derechos de propiedad de dinero, mediante el cual, los ahorros de la población no serán mitigados a través de altos niveles de inflación. Para varios autores, como menciona en (Schuler y POLITICA 2002, 42), la falta de disciplina fiscal ecuatoriana era una de las principales razones por las que este proceso era una solución deseable. La dolarización permite a toda la población resguardar sus ahorros en una moneda estable. Antes de la dolarización, solo un grupo selecto podía acceder a moneda extranjera estable en la cual resguardar sus ahorros.

Bajo estas y muchas más consideraciones, el expresidente Jamil Mahuad anuncia el 9 de enero de 2000 la dolarización oficial en Ecuador. Cabe destacar que pocos días posteriores a este anuncio, en medio de un momento de crisis económica y social que vivía el país, en su mayor parte debido al salvataje bancario que afecta a gran parte de la sociedad ecuatoriana, Jamil Mahuad es retirado de su cargo presidencial. Finalmente, Gustavo Noboa es declarado presidente de Ecuador, el mismo que reafirma la dolarización de manera decidida. Desde entonces han existido extensos debates públicos que tratan de medir el efecto que ha tenido la dolarización en el pueblo ecuatoriano y si todas las ventajas anunciadas fueron una realidad.

Es importante mencionar algunas desventajas que anunciaban varios autores a la dolarización. Para estos, la dolarización es un proceso casi irreversible, que condena al país a una dependencia directa al ciclo económico norteamericano. Esta camisa de fuerza impide a Ecuador tomar decisiones en temas de política monetaria, lo que vuelve al país vulnerable y sin defensas ante posibles crisis. Estas y más razones, concebían a la dolarización como una medida radical que provoca daños a la soberanía monetaria del país. Por otro lado, la posible reducción de las tasas de inflación será una ventaja menor frente a la desventaja comercial que podría ocasionar un tipo de cambio inflexible ante los países vecinos como Colombia o Perú.

Varios autores consideraban que la dolarización podría ocasionar una mayor vulnerabilidad externa proveniente de un tipo de cambio inflexible que impide al país volverse más competitivos frente a sus vecinos cuando así se requiera (Acosta y Juncosa 2000). Este argumento es digno de analizarse. Para una economía pequeña, que depende en buena parte de la exportación de productos primarios, es posible que una devaluación de los países

vecinos tenga repercusiones importantes en la economía de un país que no tiene libertad de generar mecanismos monetarios para contrarrestarla.

Para la fecha en la que se redactan este documento, la dolarización oficial en Ecuador lleva más de 20 años. Las predicciones de sus efectos y consecuencias en la población ya pueden ser corroboradas y de hecho hay varios autores que lo han hecho (Paredes 2016, 75-95). Al ser aún un tema de relevancia social y económica en el país, se requiere seguir llevando a cabo todo tipo de estudios que, desde diferentes puntos de vista, den un nuevo entendimiento del tema o lo profundice. De este modo, el presente trabajo representa un primer paso para el desarrollo de modelos matemáticos que justifiquen los efectos que la dolarización ha tenido en la economía de Ecuador.

En tiempos de crisis, es una tendencia habitual que se produzcan cambios en las decisiones de los hogares y bancos. Estos cambios pueden tener graves efectos en la economía de un país, particularmente en el mercado de crédito, la balanza comercial y otros factores macroeconómicos de la economía de un país. Estos cambios en las decisiones de ahorro pueden explicarse por las precauciones que toma la población y los bancos en el contexto de crisis. Comprender este fenómeno es de particular importancia para los países en desarrollo, donde los sistemas financieros suelen ser deficientes y generan una constante falta de confianza.

Por otro lado, al ser Ecuador un país en desarrollo, con una economía relativamente pequeña frente a su principal cliente comercial (el cual posee la misma moneda), es fundamental preguntarse: ¿cómo responde las economías pequeñas y sin moneda propia a estos cambios en las decisiones de ahorro de la población? El objetivo principal de este trabajo es dar una primera respuesta a esta pregunta mediante el uso de herramientas matemáticas y de programación adecuadas mediante un modelo simplificado de ecuaciones diferenciales.

Al ser un tema complejo y de muchas aristas, el modelo presentado en este trabajo considera una economía pequeña, sin sistema financiero y sin moneda propia, emulando de manera simplificada las condiciones económicas de Ecuador. Comprender la dinámica descrita, dará cierta luz a la preocupación por la condición de inestabilidad política y económica nacional que pueden provenir de choques externos, como una pandemia mundial o protestas nacionales. Además, abre el camino para nuevas nuevas investigaciones que eliminen las suposiciones realizadas en este trabajo.

Para Llerena G. (2022) un país sin moneda propia puede “desarrollar una dinámica monetaria [...] sensible a diversos shocks exógenos como la volatilidad de los precios de los commodities [...] insuficiencia de demanda y/u oferta, entre otros. Estos efectos se propagan como shocks internos e influyen en el comportamiento de los agentes económicos.” La preferencia por liquidez de los hogares se modifica de acuerdo con las percepciones de incertidumbre que estos presentan en cada momento del ciclo económico. Los hogares no buscan mantener el mismo nivel de reserva de valor. Además, Llerena G. (2022) afirma que “...Los bancos comerciales racionan el crédito. El gobierno [...] aplicará políticas de estabilización [...] para incentivar la DA y de esta forma suavizar los efectos negativos de la reducción del producto interno bruto”. Por lo cual, la aplicación de las herramientas de la política monetaria serán determinantes para “evitar problemas de inestabilidad financiera y con ello salvaguardar la sostenibilidad de la propia dolarización.” (Llerena 2022).

Llerena G. (2022) analiza las diferencias teóricas y metodológicas en la discusión de la naturaleza monetaria del dinero con el objetivo de responder la pregunta “¿es posible implementar la política monetaria en un país que no cuenta con moneda propia y de ser posible, qué herramientas se aplican?” (Llerena 2022). Además, desarrolla una teoría modificada de la preferencia por liquidez de Keynes a través del desarrollo de dos modelos teóricos Stock-Flow Consistent (SFC) que estudian los cambios de la preferencia por liquidez y sus consecuencias macroeconómicas.

Otro estudio reciente (Fernández 2000) menciona que la preferencia por la liquidez tiene una tendencia marcada creciente en el periodo 2015-2020. Considera que esta tendencia es un problema para una economía que no puede imprimir su propio dinero. Para estudiar este problema Fernández (2020) plantea un modelo que distingue dos tipos de dinero, el dinero transaccional y el dinero no circulante y concluye que, en dolarización, la política activa debe ser vía tasas de interés enfocadas a la reactivación. Además, comenta la necesidad de tomar en cuenta que en una economía dolarizada la creación secundaria del dinero está limitada por el tamaño de las reservas internacionales y, por tanto, existe una preferencia por la liquidez tanto interna como externa. Además, concluye que “es necesario que el BCE encuentre mecanismos innovadores, sin caer en el abuso que permitan esta creación secundaria del dinero [...] y sea viable la reactivación económica como solución al problema de la falta de liquidez.” (Fernández 2020).

## La metodología

Para responder a la pregunta planteada, inicialmente se recurre a una matriz de contabilidad social. En esta matriz se describen las variables macroeconómicas que pasarán a ser las variables del modelo de ecuaciones diferenciales, como

- Las entradas y salidas de los hogares, en forma de salarios y ganancias, y consumo, respectivamente.
- Entradas y salidas de las firmas productoras de un bien nacional. Estos productores de bienes estarán divididos en productores de bienes de consumo nacional o de insumo para producir un bien de exportación.
- Bienes de importación que se asumen dedicados completamente al consumo.

Mediante esta matriz se obtiene una primera identidad contable que relaciona los ingresos con el consumo de los hogares nacionales y el consumo del resto del mundo de las exportaciones producidas en la economía. Es importante destacar que la función de consumo de bienes nacionales proviene de resolver el problema del consumidor para una función CES con una restricción presupuestaria dada por la matriz contable, mientras que la función de exportación se construye resolviendo el problema de maximización del exportador.

A continuación, se define el radio de reservas. Esta variable reflejará el cambio en la confianza o el nerviosismo de los hogares en la situación económica actual. Los hogares fijarán una tasa de reservas en dólares conforme se vaya modificando el estado de la economía. Con la definición de esta variable se plantea una ecuación diferencial que relaciona la tasa de crecimiento del ingreso nominal con el radio de reservas de los hogares, el ingreso, las exportaciones y los precios en la economía.

Debido a la interacción que tiene el cambio en las decisiones de ahorro con los precios, se establece una ecuación diferencial que relaciona la velocidad de ajuste de los precios con la variación porcentual del ingreso real frente al ingreso potencial real de la economía, lo que plantea una segunda ecuación diferencial en precios.

En resumen, se plantean un sistema de ecuaciones diferenciales con dos ecuaciones. En dicho sistema se relaciona el cambio de las decisiones de ahorro como consecuencia de un impacto exógeno con el ingreso, los precios y la balanza comercial del país pequeño con moneda propia.

Para resolver este sistema se procederá a desarrollar un código de programación en el sistema de cómputo MATLAB. La solución del sistema se plantea mediante el método Runge-Kutta de orden cuatro, el cual se detalla en el Anexo. Las soluciones numéricas planteadas serán dependientes de parámetros que intervienen en la dinámica del modelo y que describirán el comportamiento de los agentes. Por esta razón, se simulan situaciones hipotéticas que describen distintos escenarios de impactos exógenos y diferentes capacidades de respuesta frente a los mismos. Estas simulaciones serán representadas a través de gráficos.

Para realizar simulaciones coherentes con la realidad ecuatoriana, en el Anexo, se realizará un estudio de ajuste de los parámetros que se involucran en el modelo. Este ajuste busca obtener una visión detallada del comportamiento de los hogares en un escenario ideal, como el que presenta el modelo. En una primera instancia, se aproxima de manera superficial, mediante el filtro de Hodrick-Prescott, el PIB potencial ecuatoriano, el cual permite encontrar un parámetro que describa la velocidad de cambio de precios como una porción de la diferencia porcentual entre el PIB real y potencial. Es importante destacar que este trabajo no busca un ajuste preciso de los parámetros detallados. Posteriormente, en el Anexo, se describe la forma en la que se aproximan los parámetros de la función de consumo de los hogares tipo CES y los parámetros de la función de exportación.

Con todas las consideraciones previas, este trabajo se divide de la siguiente manera.

- En el Capítulo 2, titulado Modelo de efecto de cambios en las decisiones de ahorro, se describe a la matriz de contabilidad social, la cual da paso a igualdades contables esenciales. Posteriormente, se construye cada una de las ecuaciones que serán parte del modelo. Para esto, se define la dinámica de los precios de los bienes nacionales, el consumo de los hogares (mediante una función de consumo CES), la función de exportación y finalmente, las reservas de dinero. Con estas herramientas juntas, se procede a definir un sistema de ecuaciones diferenciales no lineal en las variables PIB real y precios, que dependerán exógenamente de la forma funcional del impacto en la economía, así como de los parámetros ya detallados.
- El Capítulo 3, titulado Solución numérica y simulaciones: análisis de resultados, presenta los resultados obtenidos de resolver el sistema de ecuaciones diferenciales no lineal descrito en el Capítulo 2. En primera instancia, se describe a la función de choque, que describe a los cambios en las decisiones de ahorro de los hogares, y se

procede a realizar gráficos en dos dimensiones para parámetros fijos en diferentes escenarios. En esta sección, se analiza los cambios dinámicos que se dan en el PIB real, los precios y la balanza comercial frente a cambios en las decisiones de ahorro con distintos parámetros. Posteriormente, se realizan simulaciones con resultados en tres dimensiones que describen los cambios de determinadas variables antes cambios simultáneos en los parámetros del sistema de ecuaciones diferenciales.

- El Capítulo 4 presenta un modelo auxiliar el cual considera el consumo de los bienes importados por los hogares. Para esto se introduce el componente importado de la producción nacional como una fracción fija del producto nacional total real y se presentan gráficos correspondientes a esta variación del modelo.
- Finalmente, se presentan las conclusiones y en el Anexo que detalla las calibraciones de parámetros y el método de Runge-Kutta de orden 4.



## Capítulo 1. Modelo de efecto de cambios en las decisiones de ahorro en efectivo

En este Capítulo se construye un modelo que describa la dinámica de una economía pequeña, sin moneda propia, frente a choques exógenos. Para esto se asume que existen tres tipos de bienes,

- i) el bien de producción nacional, que puede tener dos destinos, consumo nacional  $C_t$  o servir de insumo  $CX_t$  para producir
- ii) el bien de exportación  $X_t$ , y finalmente,
- iii) el bien importado  $M_t$ , que solo se destinan al consumo de los hogares, lo cual simplifica las identidades y el álgebra del modelo.

La forma en la que estos bienes se usan en la economía es descrita en una matriz de contabilidad social, que permite plantear las primeras ecuaciones contables. Por otro lado, se plantea la dinámica de precios como un ajuste proporcional a la distancia en tasa entre el PIB real y el PIB potencial. El consumo de los hogares y la dinámica de las exportaciones proveen nuevas ecuaciones; estas ecuaciones provienen de la solución de problemas de maximización y minimización con restricciones presupuestarias, los mismos que son resueltos mediante la técnica básica de multiplicadores de Lagrange.

Posteriormente, se plantea la dinámica del modelo a través de definir el radio de reservas. Este radio describe exógenamente a los choques en la economía que alteran las decisiones de ahorro de la población. Todas estas piezas se juntan en un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales de dos variables con parámetros a determinarse.

### 1.1 La matriz de contabilidad social

La matriz de contabilidad social descrita en la Tabla 1 detalla a una economía que tiene como agentes económicos a

- Hogares.
- Firms que producen el producto nacional.
- Firms que producen el producto de exportación.
- El resto del mundo.

Estos agentes económicos tienen ingresos (signo positivo) y egresos (signo negativo) provenientes de la dinámica económica social. De manera detallada, las variables que intervienen en la matriz se presentan a continuación:

$w_t$ : Salarios.

$\pi_t^n$ : Ganancias de empresas productoras bienes de consumo nacional.

$\pi_t^x$ : Ganancias de empresas productoras de bienes de exportación.

$P_t$ : Precio del bien nacional,

$C_t$ : Consumo de bien nacional de los hogares en toneladas métricas.

$CX_t$ : Insumo de bienes nacionales para la producción del bien de exportación, en toneladas métricas.

$M_t$ : Consumo de bienes importados, de precio 1, de los hogares.

$X_t$ : Exportación de precio  $P_t^x$ .

$H_t^H$ : Reserva de dólares de los hogares.

$S_t$ : Ahorro de los hogares.

**Tabla 1.1. Matriz de contabilidad social de la economía pequeña dolarizada**

	Variable	Hogares	Firmas Producto Nacional	Firmas Producto Exportación	RoW	TOTAL
1	Salarios	$w_t$	$-w_t$			0
2	Ganancias	$\pi_t^n + \pi_t^x$	$-\pi_t^n$	$-\pi_t^x$		0
4	Consumo Bienes Nacionales	$-P_t C_t$	$P_t C_t + P_t CX_t$	$-P_t CX_t$		0
5	Consumo Bienes Importados	$-M_t$			$M_t$	0
6	Exportaciones			$+X_t$	$-X_t$	0
7	SUBTOTAL	$S_t$	0	0	$-TB_t$	0
10	$\Delta$ reserva hogares	$-\dot{H}_t^H$			$\dot{H}_t^H$	0
	TOTAL	0	0	0	0	0

Suponiendo que los productos importados solo sirven para consumo de los hogares, las siguientes ecuaciones describen las relaciones que existen entre las entradas de la Tabla 1.

a. Por el lado del ingreso se tienen las siguientes identidades contables

$$\pi_t^x = X_t - P_t C X_t, \quad (2.1)$$

$$\pi_t^n = P_t C_t + P_t C X_t - w_t, \quad (2.2)$$

Por tanto, el PIB nominal es

$$Y_t = w_t + \pi_t^x + \pi_t^n = w_t + X_t - P_t C X_t + P_t C_t + P_t C X_t - w_t,$$

por lo que,

$$Y_t = X_t + P_t C_t. \quad (2.3)$$

b. La identidad (2.3) se puede comprobar también por el lado del gasto nominal:

$$Y_t = C H_t + X_t - M_t = P_t C_t + M_t + X_t - M_t = P_t C_t + X_t.$$

## 1.2 Dinámica de precios, demanda de los hogares y exportaciones

Considerando una economía sin moneda propia y sin sistema financiero, la dinámica que envuelve a los precios frente a choques exógenos será fundamental en este modelo. Al responder los precios a estos choques, se ve afectado el consumo nacional y de bienes importados, por tanto, la balanza comercial y las reservas en dólares que tiene la población. Hay que recordar que se ha supuesto que el consumo solo se divide en consumo de bienes nacional y de bienes importados por facilidad del modelo.

### 1.2.1 La dinámica de los precios de los bienes nacionales

En cuanto a la dinámica de los precios, se supone que los precios se ajustan según la siguiente ecuación

$$\dot{P}_t = \beta \left( \frac{Y_t}{y^* \cdot IPC_t} - 1 \right). \quad (2.4)$$

Por otro lado, el PIB nominal  $Y_t$  verifica que

$$Y_t = IPC_t \cdot y_t,$$

donde  $y_t$  es el PIB real de la economía y, por tanto, la ecuación anterior se puede reescribir como

$$\dot{P}_t = \beta \left( \frac{y_t - y^*}{y^*} \right), \quad (2.5)$$

es decir, los precios de los bienes nacionales  $P_t$  se ajustan a una velocidad proporcional a la distancia en tasa entre el PIB real y el PIB potencial.

El consumo de los hogares se ve afectado por los cambios en los precios nacionales. Así, para entenderse bien la dinámica mencionada, es necesario entender cómo se comporta el consumo de los hogares frente a cambios en los precios, tomando en cuenta las restricciones presupuestarias que la matriz de contabilidad social propone. A continuación, se detalla esta dinámica.

### 1.2.2 Consumo de los hogares

En este modelo se asumirá que la utilidad de consumo de los hogares está determinada por un hogar representativo que se comporta según una función de utilidad CES que depende del consumo de bienes importados y nacionales. Por tanto, los hogares realizan su consumo según la función

$$U(C_t, M_t) = (aC_t^\rho + (1-a)M_t^\rho)^{1/\rho} \quad (2.6)$$

sujeta a la restricción presupuestaria  $Y_t - S_t = P_t C_t + P_M M_t$ . Asumiendo que  $P_M = 1$  por facilidad, las funciones de consumo de bienes nacionales y de bienes importados provienen del problema de maximización siguiente

$$\max_{C_t, M_t} U(C_t, M_t) = (aC_t^\rho + (1-a)M_t^\rho)^{1/\rho}$$

$$\text{s.a. } Y_t - S_t = P_t C_t + M_t.$$

Mediante el método de multiplicadores de Lagrange, al resolver este problema de maximización, se obtiene que las funciones de consumo de bienes nacionales e importados son

$$C(Y_t, P_t) = \frac{Y_t - S_t}{P_t + \theta P_t^\sigma}, \quad (2.7)$$

$$M(Y_t, S_t) = \frac{Y_t - S_t}{1 + \frac{1}{\theta} P_t^{1-\sigma}}, \quad (2.8)$$

donde  $\theta = \left( \frac{1-a}{a} \right)^\sigma$  y  $\sigma = \frac{1}{1-\rho}$  es la elasticidad de sustitución.

### 1.2.3 Exportaciones

Hay que recordar que existen dos tipos de firmas, las que producen bienes nacionales y las que exportan. Las firmas exportadoras tan solo usan capital y, como insumos, bienes de producción nacional. Por tanto, la función de producción tendrá la forma

$$f(CX_t) = x_t, \quad (2.9)$$

donde  $x_t$  es cantidad exportada de producción nacional. Se asume, como es usual, que  $f$  es creciente y estrictamente cóncava. Por tanto, el problema de producción es

$$\max_{CX_t} P_t^x \cdot f(CX_t) - P_t \cdot CX_t,$$

donde  $P_t^x$  son los precios de exportación.

La condición de primer orden del problema de maximización del exportador queda resumida mediante la siguiente ecuación

$$f'(CX_t) = \frac{P_t}{P_t^x} = \left( \frac{P_t^x}{P_t} \right)^{-1},$$

donde  $\frac{P_t^x}{P_t}$  es el tipo de cambio real. Ahora, si se supone que  $f$  tiene la forma usual

$$f(CX_t) = A \cdot CX_t^\eta,$$

donde  $0 < \eta < 1$ , y dada la condición de optimalidad anterior, se tiene que

$$f'(CX_t) = \eta \cdot A \cdot CX_t^{\eta-1} = \left( \frac{P_t^x}{P_t} \right)^{-1}.$$

Por lo tanto, despejando  $CX_t$ , se verifica que de manera óptima

$$CX_t = \left( \frac{1}{A \cdot \eta} \left( \frac{P_t^x}{P_t} \right)^{-1} \right)^{\frac{1}{\eta-1}}.$$

Con esto, por la ecuación 2.9, las exportaciones como función del tipo de cambio real se expresan mediante la siguiente ecuación

$$x_t = A^{\frac{1}{1-\eta}} \cdot \eta^{\frac{\eta}{1-\eta}} \left( \frac{P_t^x}{P_t} \right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}. \quad (2.10)$$

Finalmente, usando la notación  $\epsilon := \frac{\eta}{1-\eta}$  y  $K := A^{\frac{1}{1-\eta}} \cdot \eta^{\frac{\eta}{1-\eta}}$ , la ecuación 2.10 se puede escribir

como

$$x_t = K \cdot \left( \frac{P_t^x}{P_t} \right)^\epsilon. \quad (2.11)$$

Por tanto, la función de exportaciones en unidades monetarias queda

$$X_t = P_t^x \cdot x_t = P_t^x \cdot K \cdot \left( \frac{P_t^x}{P_t} \right)^\epsilon. \quad (2.12)$$

El parámetro  $\epsilon$  se conoce como la elasticidad exportaciones-tipo de cambio real y medirá la sensibilidad o capacidad de respuesta de las exportaciones frente a un cambio en el tipo de cambio real. El parámetro  $\epsilon$  permite realizar una categorización de la función de exportación según su valor mediante los siguientes casos:

1. Las exportaciones se dirán elásticas si  $\epsilon = \frac{\eta}{1-\eta} > 1$ , lo cual sucede cuando  $\frac{1}{2} < \eta < 1$ .
2. Las exportaciones se dirán inelástico si  $\epsilon = \frac{\eta}{1-\eta} < 1$ , lo cual sucede cuando

$$\eta < \frac{1}{2} \text{ o } \eta > 1.$$

Con el propósito de realizar simulaciones, será necesario estimar los parámetros  $K$  y  $\epsilon$  de la función de exportación; para esto, se toma logaritmos naturales a ambos lados de la ecuación, obteniendo que

$$\ln x_t = \ln K + \epsilon \ln \left( \frac{P_t^x}{P_t} \right).$$

#### 1.2.4 Las reservas de dinero y la dinámica del modelo

Como se muestra en la matriz de consistencia contable,  $H_t^H$  es la cantidad de dólares que los hogares guardan como reservas. Al no existir sistema financiero, se verifica que  $S_t = \dot{H}_t^H$ . Por tanto, se tiene la siguiente identidad fundamental:

$$\dot{H}_t^H = X_t \left( \frac{P_t^x}{P_t} \right) - M(Y_t, P_t). \quad (2.13)$$

Esta ecuación refleja la conexión que existe entre las reservas domésticas y la balanza comercial. A partir de esta ecuación podemos concluir que un incremento en  $H_t^H$  se puede deber a que  $X_t \left( \frac{P_t^x}{P_t} \right)$  aumenta o  $M(Y_t, P_t)$  disminuye. Por otro lado, es evidente que:

- Si  $\dot{H}_t^H > 0$ , entonces los hogares están retirando de circulación parte de sus ingresos para guardarlos por seguridad. En este caso, las exportaciones superan a las importaciones,  $X_t \left( \frac{P_t^x}{P_t} \right) > M(Y_t, P_t)$ .
- Si  $\dot{H}_t^H < 0$ , entonces los hogares están sacando sus reservas de manera que la demanda de bienes nacionales o importados incrementa. En este caso, las importaciones superan a las exportaciones,  $X_t \left( \frac{P_t^x}{P_t} \right) < M(Y_t, P_t)$ .

En este punto es importante destacar la ausencia de un papel en la balanza comercial que tiene el tipo de cambio nominal en un país dolarizado y por las anteriores desigualdades, los choques exógenos en las reservas domésticas no pueden ser corregidas mediante devaluación de la moneda nacional a diferencia de un país con moneda propia.

### **El radio de reservas**

Una definición importante en la dinámica del modelo es la de radio de reservas de los hogares, la cual viene dada por la siguiente ecuación

$$\xi_t = \frac{H_t^H}{Y_t}.$$

En este modelo se asume este radio es exógeno y es fijado por los hogares en función de la confianza o desconfianza puesta en la economía en el instante  $t$ ; este radio es el que evoluciona con el tiempo debido al choque exógeno que se produce en la economía. La población responderá ante un choque negativo, aumentando su radio de reservas, lo que provocará un menor flujo de dinero y afectará al consumo de los hogares en bienes nacionales e importados. Es esta respuesta de los hogares la que provoca la dinámica del modelo, descrito mediante un sistema de ecuaciones diferenciales, que buscará retornar al equilibrio conforme el radio de reservas se estabilice mediante la interacción de sus variables.

Derivando el radio de reservas con respecto al tiempo a  $t$  y despejando  $\dot{H}_t^H$ , se tiene que

$$\dot{H}_t^H = \dot{\xi}_t Y_t + \xi_t \dot{Y}_t. \quad (2.14)$$

La ecuación muestra que un cambio en las reservas monetarias por parte de los hogares está directamente relacionado con los cambios en el radio de las reservas, que expresa la confianza o nerviosismo en la situación económica general, multiplicado por los ingresos o en los cambios en el ingreso, multiplicado por el radio establecido de las reservas.

Todas las piezas ahora entran en juego para proceder a plantear el sistema de ecuaciones diferenciales no lineales deseado.

### 1.3 Un sistema de ecuaciones diferenciales

Todas las ecuaciones planteadas anteriormente se han desarrollado con el fin de presentar una dinámica que involucre a los precios, al ingreso y el radio de reservas. Esta dinámica permite comprender el efecto que tiene un choque exógeno en la economía y el mecanismo de estabilización de esta. Al reemplazar la ecuación 2.14 en la ecuación 2.7 y sustituir el resultado de este procedimiento en la ecuación contable  $Y_t = X_t + P_t C_t$ , se obtiene la siguiente ecuación diferencial

$$Y_t = X_t + \frac{Y_t - \xi_t Y_t - \xi_t \dot{Y}_t}{1 + \theta P_t^{\sigma-1}}.$$

Despejando de la anterior ecuación a  $\dot{Y}_t$  se obtiene que

$$\dot{Y}_t = -\frac{\xi_t + \theta P_t^{\sigma-1}}{\xi_t} Y_t + \frac{1 + \theta P_t^{\sigma-1}}{\xi_t} X_t \left( \frac{P_x}{P_t} \right). \quad (2.15)$$

Ahora, por definición se tiene que el PIB real es  $y_t = \frac{Y_t}{IPC_t}$ . Usado el índice de precios al consumidor en su versión geométrica, se tiene que

$$IPC_t = P_t^\phi \cdot T_t^{1-\phi},$$

donde  $\phi = \frac{1}{1+\theta}$  es la porción del consumo en bienes nacional en el equilibrio y  $T_t$  es el tipo de cambio nominal que en el caso de un país dolarizado en relación con Estados Unidos es 1. Por tanto, el PIB real verifica la ecuación

$$y_t = \frac{Y_t}{P_t^\phi}.$$

Sustituyendo  $y_t$  en la ecuación 2.15 y despejando  $\dot{y}_t$ , se obtiene la ecuación diferencial

$$\dot{y}_t = \frac{\xi_t + \theta P_t^{\sigma-1}}{\xi_t} y_t + \frac{1 + \theta P_t^{\sigma-1}}{P_t^\phi \xi_t} X_t \left( \frac{P_x}{P_t} \right) - \phi y_t \frac{P_t}{P_t}. \quad (2.16)$$

En resumen, reemplazando la ecuación de la función de exportación 2.12 en la ecuación 2.16, tenemos que la dinámica del modelo está sujeta al siguiente sistema de ecuaciones diferenciales no lineales:



$$\dot{y}_t = -\frac{\xi_t + \theta P_t^{\sigma-1}}{\xi_t} y_t + \frac{1 + \theta P_t^{\sigma-1}}{P_t^\phi \xi_t} P_t^x \cdot K \cdot \left(\frac{P_t^x}{P_t}\right)^\epsilon - \phi y_t \frac{\dot{P}_t}{P_t}, \quad (2.17)$$

$$\dot{P}_t = \beta \left(\frac{y_t - y^*}{y^*}\right), \quad (2.18)$$

donde:

- $\epsilon$  es la elasticidad exportaciones frente al tipo de cambio real efectivo.
- $\beta$  mide el impacto de la tasa en la diferencia del PIB real y el PIB potencial sobre la velocidad de cambio de precios.
- $\sigma = \frac{1}{1-\rho}$  es la elasticidad de sustitución entre consumo nacional y consumo de bienes importados, donde  $\rho$  es el parámetro de elasticidad de la función de utilidad CES.
- $\theta = \left(\frac{1-a}{a}\right)^\sigma$ , donde  $a$  refleja la preferencia relativa por consumo de bienes nacionales.
- $\phi = \frac{1}{1+\theta}$  es la fracción del ingreso que se consume en bienes nacionales en el equilibrio, es decir, cuando el PIB real es igual al PIB potencial y el precio del bien nacional es 1.

## Capítulo 2. Solución numérica y simulaciones.

Este Capítulo está dividido en tres grandes secciones. En la primera sección, se presenta una breve descripción de la función de choque exógena, la cual se construye como la derivada temporal del radio de reservas definido en la sección anterior. En la segunda parte, mediante los parámetros descritos en el Anexo se presenta los resultados obtenidos por simulaciones y análisis de estos. La tercera sección, describe el comportamiento dinámico del modelo en función de cambios simultáneos en los parámetros del sistema de ecuaciones diferenciales. Los gráficos presentados en este Capítulo son resultados de simulaciones realizadas en el sistema de cómputo numérico Matlab.

### 2.1 Función de choque exógena

En el sistema de ecuaciones diferencial 2.17 y 2.18, la función  $\xi_t$  es una función del tiempo exógena que muestra cómo evoluciona el radio de reservas de la población frente a un choque en la economía. En tiempos de estabilidad económica, el radio de reservas se asume constante a un nivel  $\xi_0$ , es decir,  $\xi_t = \xi_0$  para todo  $t$ . De manera gradual o intempestivamente, un acontecimiento socioeconómico provoca una reacción en la población. Esta reacción, de ser negativa, se traduce en desconfianza sobre la estabilidad del sistema financiero. La desconfianza provoca que la población modifique su radio de reservas hasta estabilizar el mismo en un nivel  $\xi_f$ . Este proceso se realizará en función de la necesidad urgente de las personas por controlar sus reservas. Posteriormente y de forma gradual igualmente, cuando haya pasado la tormenta la gente volverá a su radio de reservas original.

Toda la anterior dinámica, se puede explicar mediante la siguiente ecuación diferencial con condición inicial

$$\dot{\xi}_t = \gamma(\hat{\xi} - \xi_t), \quad (3.1)$$

$$\xi_0 = \xi_t, \quad (3.2)$$

donde  $\hat{\xi}$  es el nivel de reservas al que se quiere llegar, y con condición inicial  $\xi_0 = \xi_t$ , dependiendo de si la economía se encuentra en el choque inicial o en la estabilización posterior.

En resumen, existen cuatro etapas en el proceso que se acabó de describir:

- Hay estabilidad, por tanto,  $\xi_t = \xi_0$  para todo tiempo  $t$  antes del choque.

- Se da el choque inicial:  $\xi$  pasa de  $\xi_0$  a  $\xi_f$  desde el momento  $t_i$ . La ecuación que gobierna esta dinámica es

$$\xi_t = \xi_f - (\xi_f - \xi_0)e^{-\gamma(t-t_i)}.$$

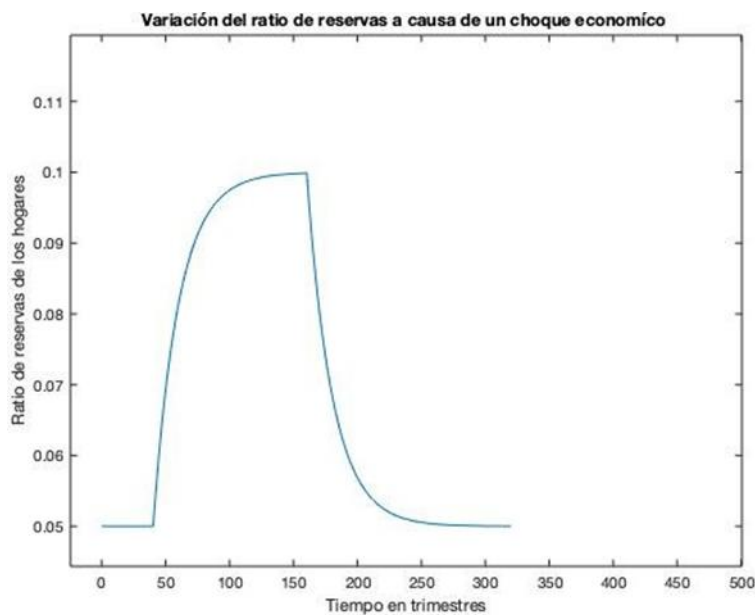
- La estabilidad provoca que  $\xi$  retorne al radio inicial desde el momento  $t_f$ :  $\xi$  tiene la forma

$$\xi_t = \xi_f - (\xi_f - \xi_0)e^{-\gamma(t-t_f)}.$$

- Finalmente,  $\xi$  retorna al radio inicial  $\xi_0$ .

En las anteriores ecuaciones  $\gamma$  describe la velocidad de ajuste de la población a los nuevos niveles de reservas. A modo de ejemplo, se considera  $\gamma = 0,05$ ,  $\xi_0 = 0,05$  y  $\xi_f = 0,1$  (las reservas pasan de ser el 5% al 10%), con lo cual se tiene que la evolución de  $\xi$  según la dinámica explicada anteriormente está representado por el Gráfico 2.1.

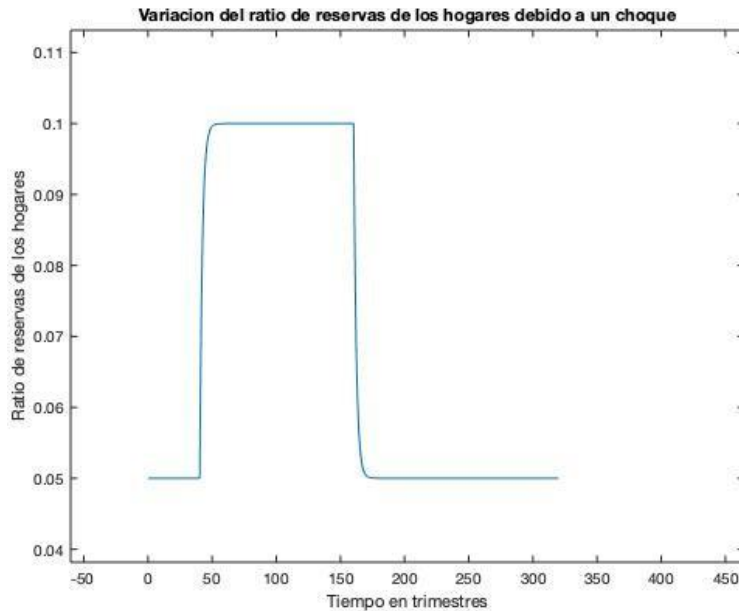
**Gráfico 2.1. Función de reservas. Choque inicial en  $t = 40$**



Para el caso en que el choque provoque una reacción más rápida en la población se puede considerar  $\gamma = 0,5$ . Bajo los mismos supuestos anteriores, la función de reservas está

representado mediante el Gráfico 2.2. Este caso será usado para las simulaciones que usen un valor de  $\gamma$  fijo.

**Gráfico 2.2. Función de reservas. Choque inicial en  $t = 40$**



## 2.2 Resultados numéricos por simulaciones

En esta sección se presentan estimaciones para la solución del sistema de ecuaciones 2.17 y 2.18 mediante simulaciones numéricas. Debido a su sencillez y conocidas buenas estimaciones, se ha usado el método de Runge-Kutta de orden cuatro para sistemas de ecuaciones diferenciales explicado en el Anexo.

### 2.2.1 Resultados a precios constantes

El primer caso de estudio en las simulaciones será el caso extremo,  $\beta = 0$ , es decir, cuando los precios son constantes y, por tanto, el ajuste del impacto al equilibrio no puede provenir de un ajuste en precios. Los parámetros por usarse, a excepción de  $\beta$ , serán los explicados en el Anexo, es decir,  $\sigma = 3,2$ ,  $\epsilon = 0,29$ ,  $\phi = 0,816$  y  $\theta = 0,225$ . Además, por facilidad, se asume que los precios de exportación son exógenos e iguales a 1. Bajo estos parámetros, esta simulación será llamada simulación 1.

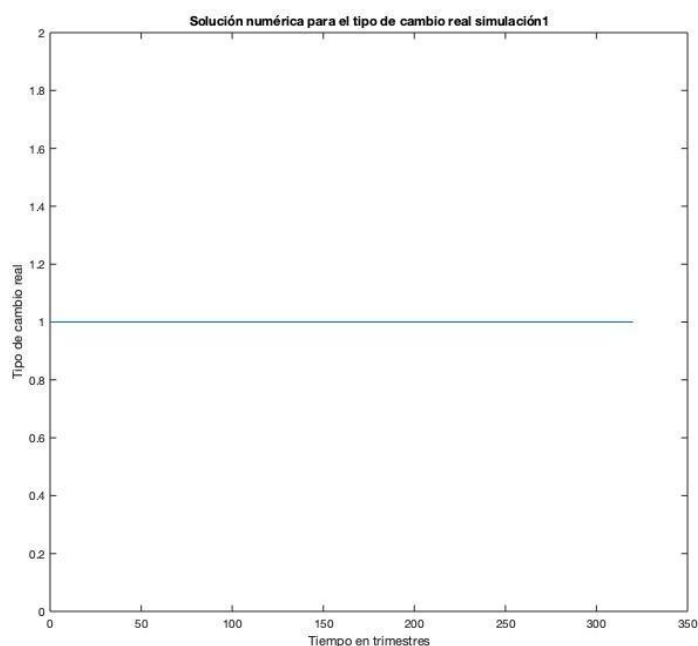
En este caso, el sistema de ecuaciones diferenciales resultante es

$$\dot{y}_t = \frac{\xi_{t+\theta}}{\xi_t} y_t + \frac{1+\theta}{\xi_t} \cdot K \quad (3.3)$$

$$\dot{P}_t = 0, \text{ con condición inicial } P_0 = 1, \quad (3.4)$$

Evidentemente, los precios deben mantenerse constantes, y, por tanto, debido a los supuestos el tipo de cambio real también, esto se evidencia mediante la solución numérica para el tipo de cambio real, representados en el Gráfico 2.3.

**Gráfico 2.3. Solución numérica tipo de cambio real**



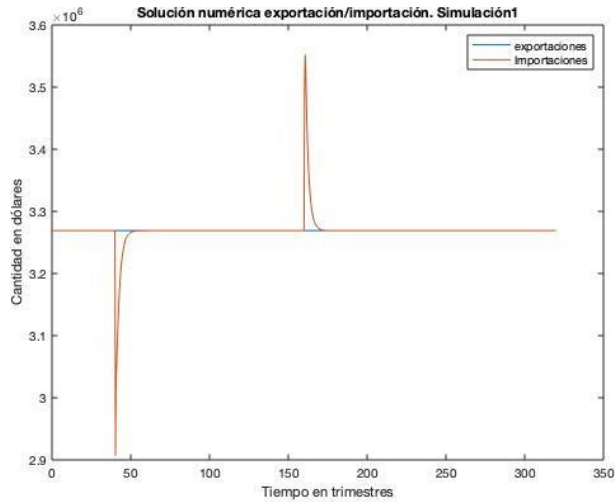
La ecuación 3.3 muestra que el efecto en el PIB real del choque  $\xi_t$  no tiene relación con los precios de producción nacional directamente. La variación en  $y_t$  se debe a efectos directos del nivel de  $y_t$  y por la evolución de  $\xi_t$  y de su derivada temporal. Para analizar esto será útil igualar las ecuaciones 2.14 y 2.13

$$X_t \left( \frac{P_t^x}{P_t} \right) - M(Y_t, P_t) = \xi_t Y_t + \xi_t \dot{Y}_t. \quad (3.5)$$

Puesto que el tipo de cambio real se mantiene constante y se ha asumido que las exportaciones dependen únicamente de este parámetro, entonces las exportaciones deben mantenerse constantes en respuesta al cambio en  $\xi_t$  del 5% al 10%. Por tanto, son las importaciones las que sufren el efecto de la evolución de  $\xi_t$ , así como el efecto del cambio que genera el choque en el PIB real  $y_t$  a través de la ecuación 3.3. Al revisar la solución numérica para las importaciones, representado en el Gráfico 2.4, se evidencia que el efecto es inmediato y claramente negativo cuando se produce el choque inicial, pues el aumentar el

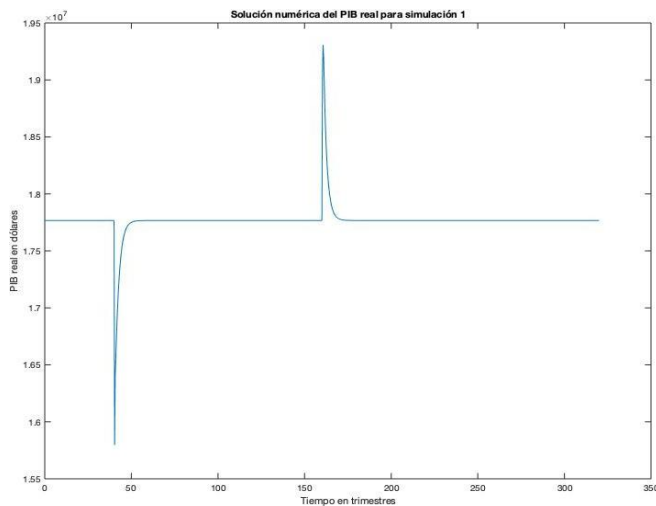
radio de reservas  $\xi_t$  provoca que el PIB real caiga y genera una reducción en el consumo, en particular de las importaciones. Las exportaciones se mantienen constantes.

**Gráfico 2.4. Solución numérica balanza comercial**



A medida que  $\xi_t$  se acerca a 0 y  $\xi_t$  se estabiliza en 10%, la dinámica del modelo genera crecimiento en  $y_t$ , esto provoca un aumento de las importaciones, lo cual permite volver a la estabilidad inicial, pero con un mayor radio de reservas de los hogares, en este caso del 10%. Por otra parte, el efecto es positivo cuando se regresa al radio inicial: tan solo al iniciar la reducción de las reservas hay positivo en el PIB real y, por tanto, en las importaciones. Este efecto llega a un nivel máximo y comienza a reducirse mientras  $\xi_t$  se acerca a 0 y  $\xi_t$  se estabiliza en 5%, nuevamente. Para el PIB real, la solución numérica se encuentra representada en el Gráfico 2.5.

**Gráfico 2.5. Solución numérica PIB real**



### 2.2.2 Resultados a precios flexibles

Una vez analizado la simulación1 donde se asumió que no existe respuesta vía precios ante el choque exógeno, es decir, que  $\beta = 0$ , queda por preguntarse qué sucede cuando los precios pueden responder ante el choque y cómo esto afecta a la dinámica.

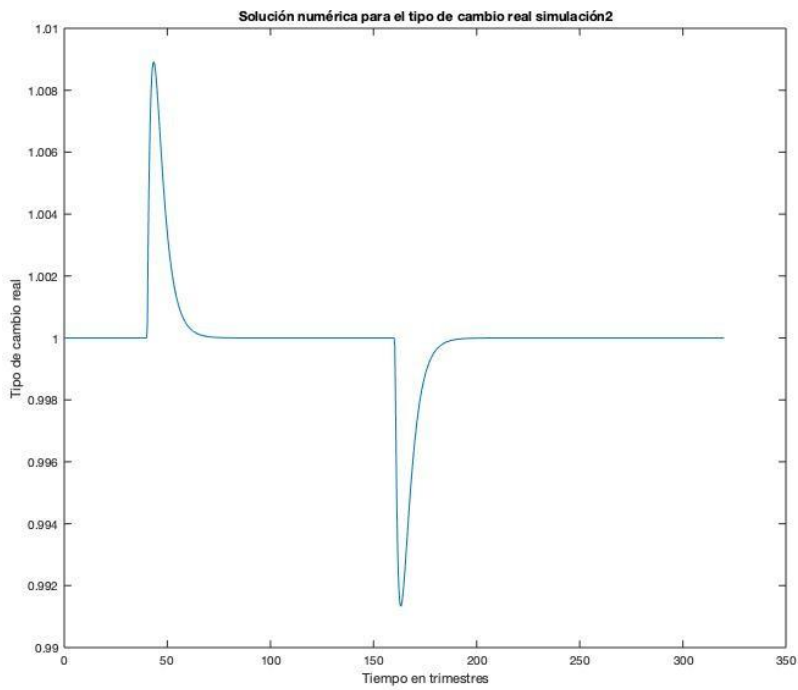
Como en la sección anterior, para esta simulación se usan los parámetros establecidos en el Anexo I, es decir,  $\sigma = 3,2$ ,  $\epsilon = 0,29$ ,  $\phi = 0,816$ ,  $\theta = 0,225$ , y, además, se usa la estimación  $\beta = 0,07$ . A esta simulación se le llamará Simulación2. Al igual que en la Simulación1, se supone que  $P_t^x = 1$  para cualquier momento  $t$ .

En cuanto se produce el choque inicial el tipo de cambio real sube. Esta reacción viene acompañada con la caída del PIB real, la cual se transmite hacia los precios mediante la ecuación 2.18. A diferencia del caso anterior, el aumento del tipo de cambio real genera un aumento en las exportaciones, más, sin embargo, el efecto negativo en las importaciones sigue siendo predominante al verse afectado tanto por la subida del tipo de cambio real como la influencia directa del PIB nominal. El crecimiento del tipo de cambio real llega a un máximo en el momento es que el impacto  $\xi_t$  cambia de pendiente y finalmente se vuelve cero, en este punto las exportaciones terminan su breve crecida y las importaciones se estabilizan.

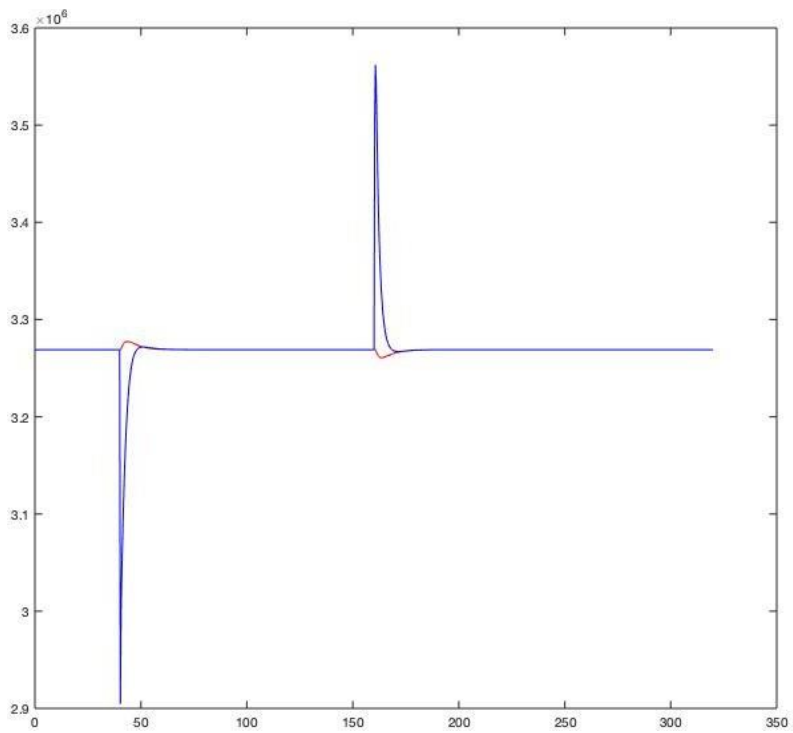
Debido al crecimiento de las exportaciones, en el proceso descrito anteriormente, la balanza comercial ha llegado a tomar valores mayores que cuando  $\beta = 0$ . En todo este periodo, el radio de reservas ha aumentado para posteriormente, estabilizarse. Cuando sucede la reducción del radio de reservas al radio original, sucede todo lo contrario. El tipo de cambio real disminuye, las exportaciones bajan y el efecto positivo en el PIB real genera un cambio en el consumo de los hogares aumentando brevemente las importaciones. Cuando este proceso de estabilización está en movimiento y la pendiente de  $\xi$  comienza a acercarse a cero, todo este efecto se controla, se hace cero y finalmente, provoca estabilización en la PIB real, en los precios y en la balanza comercial.

Toda la dinámica descrita anteriormente se puede observar en el Gráfico 2.6, mientras que el análisis de la balanza comercial puede observarse mediante el Gráfico 2.7.

**Gráfico 2.6. Solución numérica tipo de cambio real**



**Gráfico 2.7. Solución numérica balanza comercial**

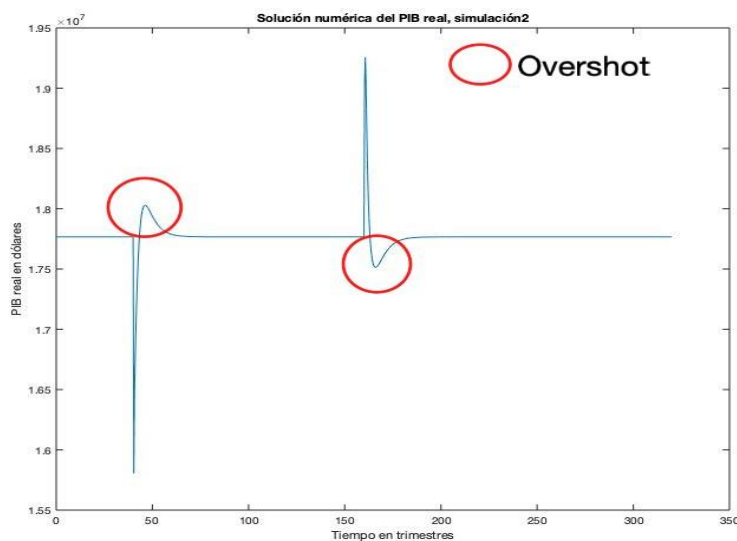




### 2.2.3 Overshot

Es importante destacar la diferencia de la Simulación2 con la Simulación1 en cuanto al efecto sobre el PIB real. La variación en las reservas de los hogares viene dada en igualdad con la balanza comercial por la ecuación 3.5. Para la simulación 2, al aumentar el tipo de cambio real al inicio del choque, las exportaciones aumentan y las importaciones sufren una caída mayor, por tanto, los hogares guardan más dinero en sus reservas, esto provoca una caída en el consumo de la población. Sin embargo, cuando empieza a equilibrarse el impacto, existe unas zonas marcadas en el PIB real que serán llamadas *overshot*, las cuales claramente se muestran en el Gráfico 2.8. Estas zonas no existen cuando  $\beta = 0$ . Los overshoot se pueden explicar como una consecuencia directa de la evolución del tipo de cambio real y su efecto en las exportaciones. Las exportaciones, aunque poco en comparación a la caída de las importaciones, incrementan. Cuando el radio de reservas comienza a crecer lentamente hasta estabilizarse, el consumo de la población crece aprovechando el dinero acumulado por las exportaciones realizadas. Este pequeño “boom” de exportaciones genera el primer overshoot y crea un efecto fantasma de crecimiento, pues un poco después, al estabilizarse el radio de reservas en el 10%, el PIB real vuelve al equilibrio. Todo lo contrario, sucede cuando la población comienza a reducir el radio de reservas, el PIB real aumenta, las importaciones aumentan, el tipo de cambio real responde cayendo de manera abrupta en un inicio y gradualmente posteriormente. Esto provoca una caída de las exportaciones, que, a su vez, producen un segundo overshoot. Finalmente, pasado este pequeño efecto, el sistema vuelve al equilibrio y se estabiliza.

**Gráfico 2.8. Overshot en la solución numérica del PIB real**



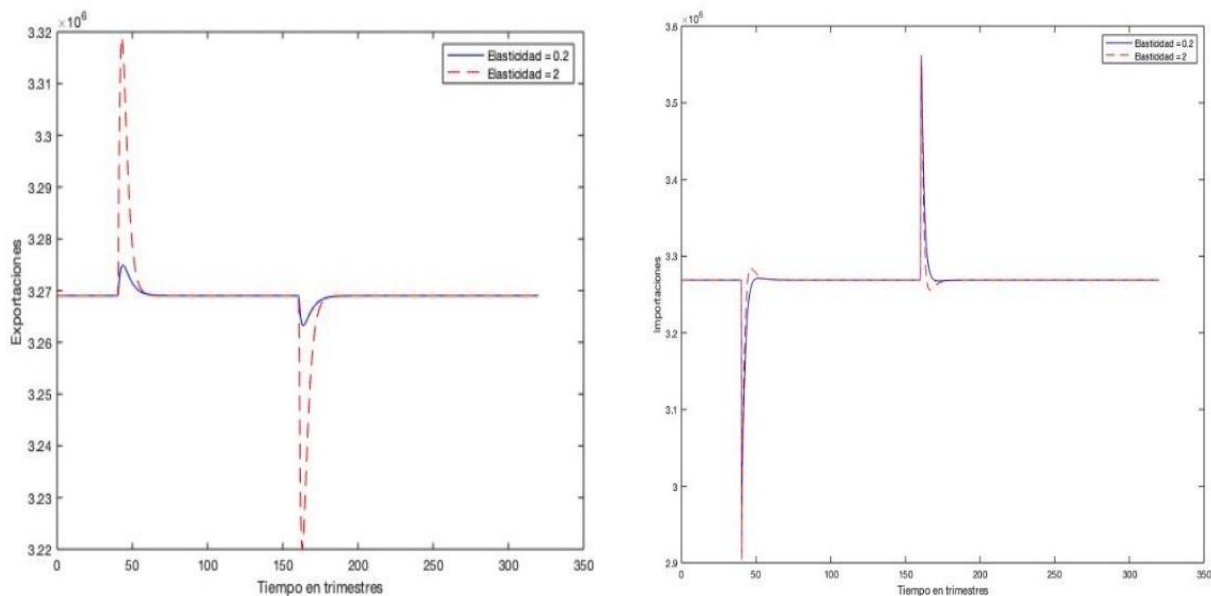
## 2.3 Simulaciones con cambios paramétricos simultáneos

### 2.3.1 Efecto elasticidad tipo de cambio real - exportaciones

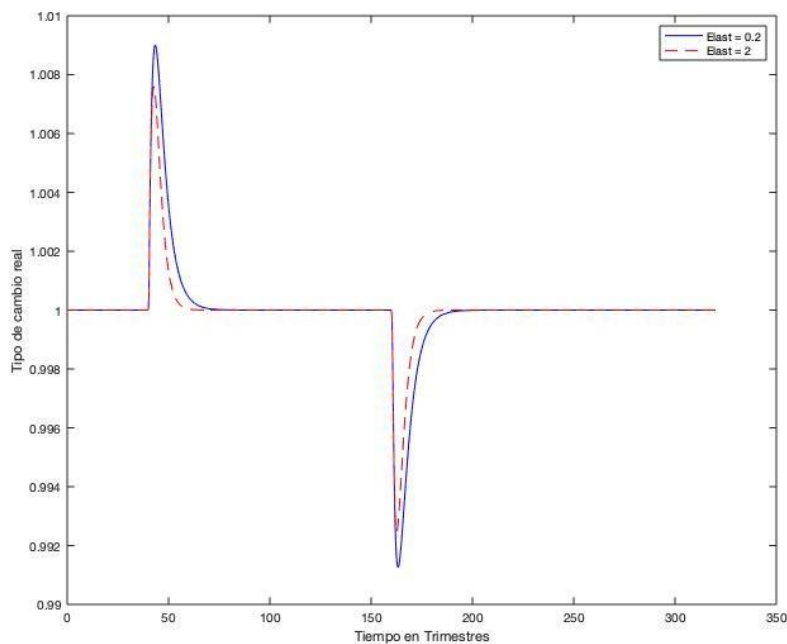
En esta sección se analizará distintas variaciones en la elasticidad tipo de cambio real-exportaciones  $\epsilon$ . Con estos escenarios, se busca entender como el cambio en el tipo de cambio real afecta a las exportaciones y como estos a su vez, pueden modificar los resultados numéricos.

En lo que se llamará Simulación3, se tomarán dos casos: i) Tomando  $\epsilon = 0,2$ , las exportaciones son inelásticas al tipo de cambio real. ii) Tomando  $\epsilon = 2$ , las exportaciones son elásticas al tipo de cambio real. Los demás parámetros son similares al de la Simulación2. La gráfica de el Gráfico 2.9 muestra lo evidente: ante una elasticidad mayor las exportaciones reaccionan con mayor intensidad ante cambios en tipo de cambio real (ver Gráfico 2.10). El Gráfico 2.9 de importaciones muestra los overshoot son mayores en el caso de  $\epsilon = 2$ , pues estos son consecuencia de un nivel de exportación mayor que permite al consumo nacional realizar importaciones mayores en un breve periodo cuando las exportaciones comienzan a regresar al equilibrio.

**Gráfico 2.9. Exportaciones/Importaciones frente a cambios en  $\epsilon$**

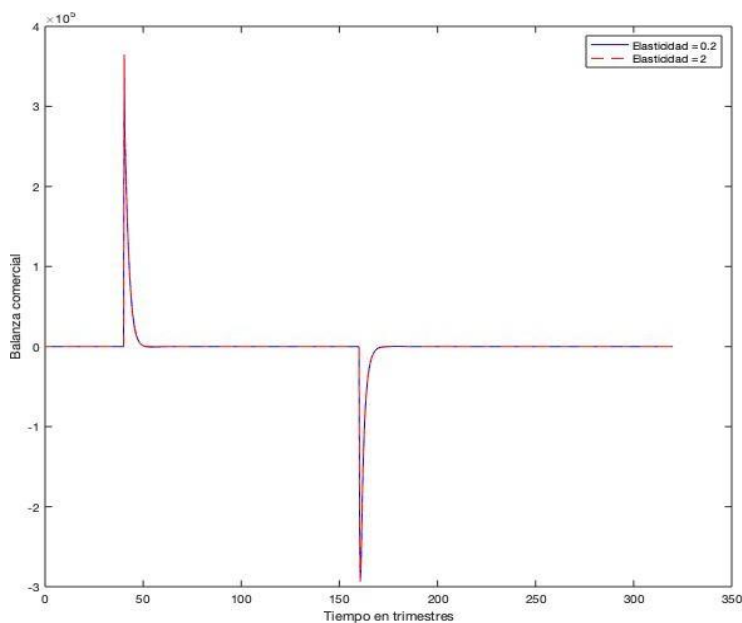


**Gráfico 2.10. Tipo de cambio real frente a cambios en  $\epsilon$**



El tipo de cambio real, representado en el Gráfico 2.10, no sufre mayores diferencias, pero como ya se ha mencionado, estos pequeños cambios son evidentes en las exportaciones. Estos cambios no son representativos en la balanza comercial, pues se contrarrestan con el orden numérico en el cambio que sufren las importaciones (ver Gráfico 2.11).

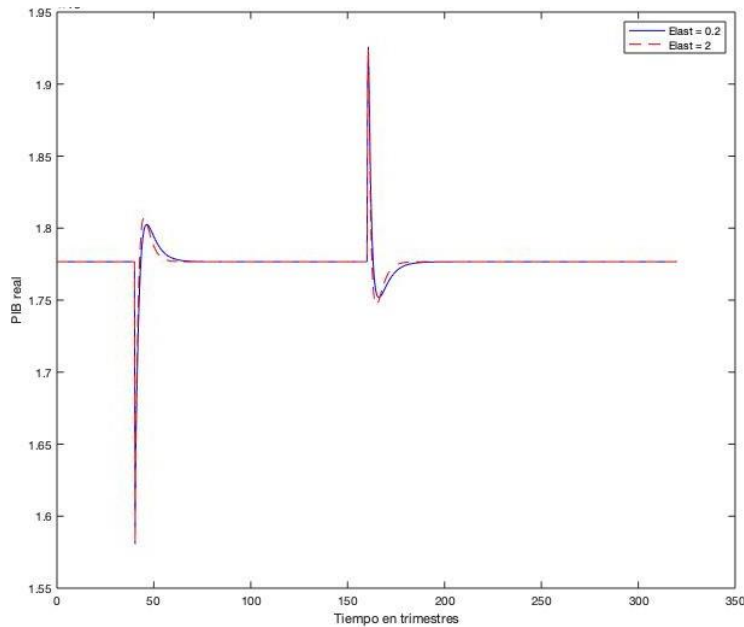
**Gráfico 2.11. Balanza comercial frente a cambios en  $\epsilon$**



Aunque el salto que se ocasiona en las exportaciones cuando  $\epsilon = 2$  es significativo, este se contrarresta con las importaciones cuando reaccionan ante el cambio en los precios. Este efecto neutro provoca que el PIB real no sufra una caída mayor o menor en ninguno de los dos casos durante el primer choque y que su subida ante el retorno de la población al nivel de

radio de reservas inicial no sea distinta. Existe una pequeña diferencia en los tiempos de convergencia de ambos instantes, pero gráficamente, mediante el Gráfico 2.12, se evidencia minúsculo.

**Gráfico 2.12. PIB real frente a cambios en  $\epsilon$**



### 2.3.2 Efecto elasticidad de sustitución de importaciones de función CES

Considerando la función de utilidad de consumo

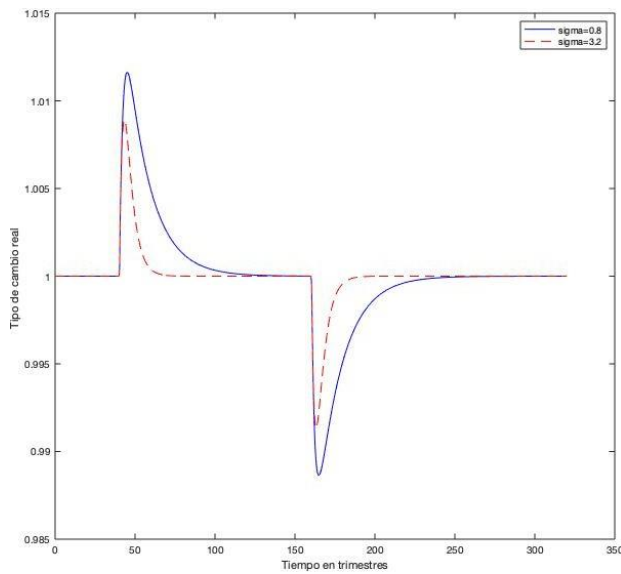
$$U(C_t, M_t) = (aC_t^\rho + (1 - a)M_t^\rho)^{1/\rho},$$

se tiene que el parámetro  $\sigma = \frac{1}{1-\rho}$ , conocido como elasticidad o coeficiente de Armington, se puede interpretar como el porcentaje de variación que sufre el consumo relativo  $\frac{M_t}{C_t}$  ante cambios en los precios nacionales en el 1%. Esta interpretación proviene de la siguiente ecuación que se consigue al realizar una transformación logarítmica al sistema de ecuación planteado para el problema de maximización de la sección 2.2.2:

$$\ln\left(\frac{M_t}{C_t}\right) = \sigma \ln\left(\frac{a}{1-a}\right) + \sigma \ln(P_t) + e.$$

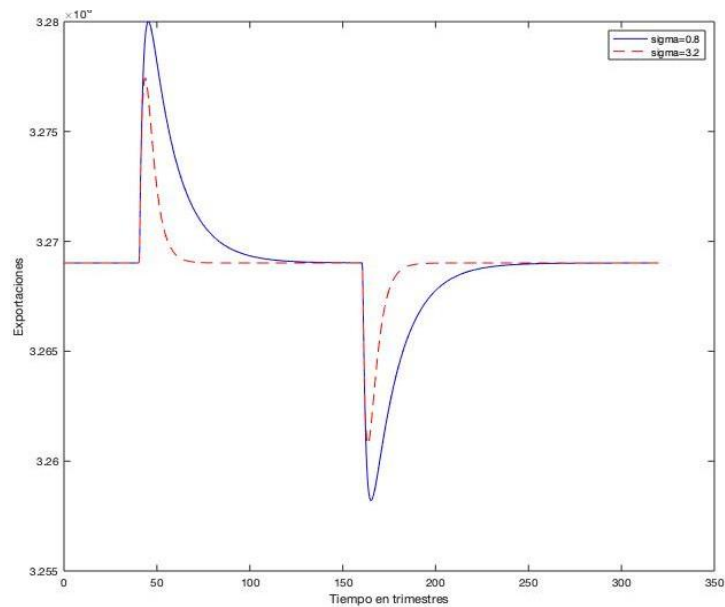
Esta sección analiza la simulación<sup>4</sup>, donde se plantean dos escenarios para variaciones en el parámetro  $\sigma$ . El primer escenario considera  $\sigma = 0,8$ , mientras que el segundo escenario toma  $\sigma = 3,2$ ; ambos escenarios usarán los parámetros  $\epsilon = 0,29$ ,  $\gamma = 0,5$  y  $\beta = 0,07$ .

**Gráfico 2.13. Tipo de cambio real frente a cambios en  $\sigma$**

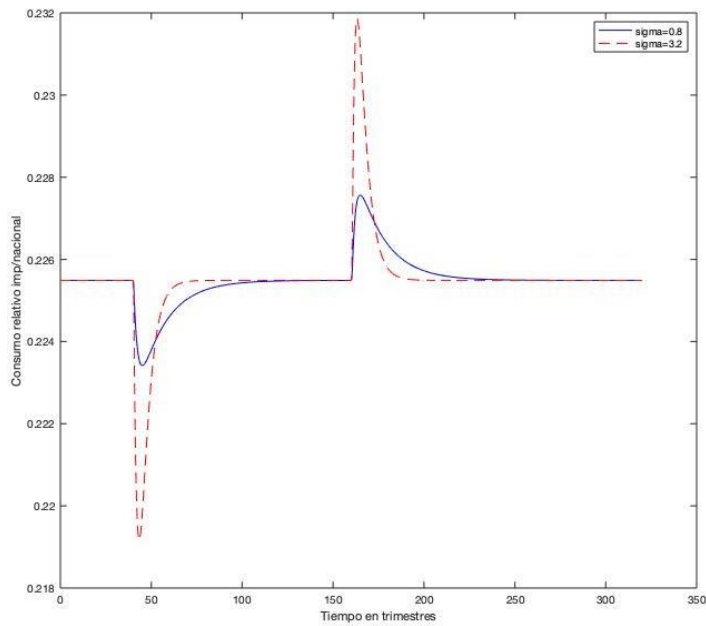


El Gráfico 2.13 describe el comportamiento del tipo de cambio real para los escenarios planteados. El tipo de cambio mayor para el caso  $\sigma = 0,8$ , podría augurar mayor nivel de exportaciones, mientras que el consumo relativo ( $M_t/C_t$ ) sería menor que en el caso  $\sigma = 3,2$ . Esto se puede comprobar numéricamente mediante los Gráficos 2.14 y 2.15.

**Gráfico 2.14. Exportaciones frente a cambios en  $\sigma$**

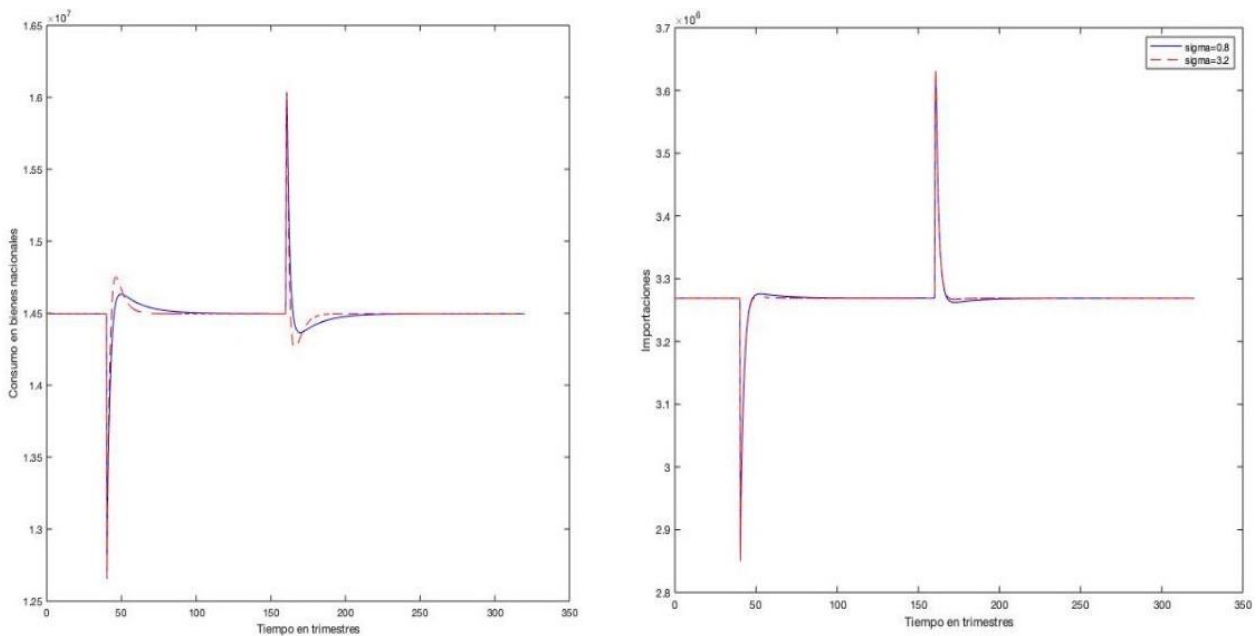


**Gráfico 2.15. Consumo relativo frente a cambios en  $\sigma$**



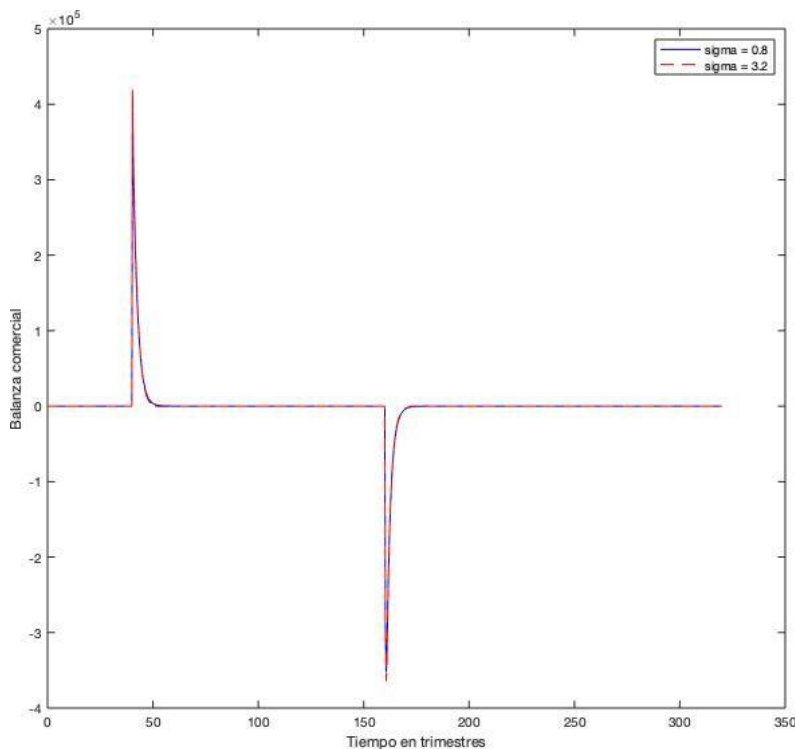
El Gráfico 2.16 pone en evidencia que las importaciones no son afectadas por la modificación de  $\sigma$ , sino es el consumo nacional que para  $\sigma = 3,2$  aumenta más rápidamente en respuesta al choque inicial y con mayor magnitud en su overshoot, esto se debe a que las exportaciones para este caso convergen al equilibrio en menor tiempo, provocando una recuperación del consumo nacional que genera la caída en el consumo relativo.

**Gráfico 2.16. Consumo absoluto frente a cambios en  $\sigma$**



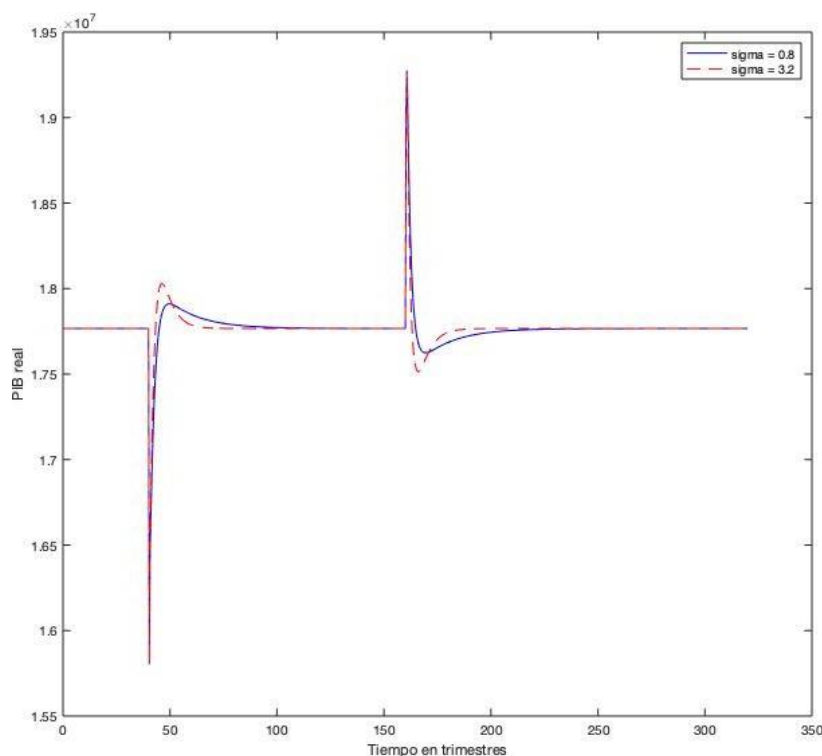
En resumen, se ha presentado gráficos que describen a las exportaciones y a las importaciones. El tipo de cambio real es mayor para el caso  $\sigma = 0,8$ , lo que provoca un mayor aumento en las exportaciones, este aumento se ve reflejado en el consumo de bienes nacionales que convergen más lentamente y con un overshoot de menor escala, sin embargo, las importaciones no sufren mayor diferencia, de hecho, el orden de esta diferencia junto con el cambio en las exportaciones se contrarresta y provoca que la balanza comercial sea igual para ambos casos como lo muestra el Gráfico 2.17.

**Gráfico 2.17. Balanza comercial frente a cambios en  $\sigma$**



Puesto que las reservas se alimentan de la balanza comercial, el PIB no se ve afectado por estas variables;  $\sigma$  afecta el consumo relativo, pequeñas diferencias en los precios provocan una gran reacción en este para el caso  $\sigma = 3,2$  y este cambio también produce un cambio en las exportaciones. El Gráfico 2.18 muestra que la reacción del PIB real ante los diferentes escenarios planteados es similar al cambio en el consumo nacional, el cual, a su vez, reacciona a los cambios en las exportaciones. En este Gráfico se muestra que, aunque las exportaciones subieron menos, el overshoot es mayor para el caso  $\sigma = 3,2$ ; esto puede deberse a la mayor rapidez con la que las exportaciones vuelven al equilibrio, lo que a su vez provoca una rápida recuperación en el consumo nacional.

**Gráfico 2.18. PIB real frente a cambios en  $\sigma$**



## **2.4 Velocidad de respuesta al choque frente a cambios en la elasticidad tipo cambio real**

En esta sección se analizarán Gráficos tres dimensionales que buscan representar como combinaciones de cambios en los parámetros  $\epsilon - \gamma$  afectan a ciertas magnitudes del modelo que a su vez afectan la dinámica de este. La magnitud analizada será conocida como Primera Amplitud, y representa al valor absoluto de la diferencia entre el PIB de equilibrio y el punto mínimo en caída de la solución numérica del PIB real, este valor mide, por tanto, en términos absolutos, cuál fue la peor caída de la economía a lo largo del tiempo debido al choque inicial.

Con todo lo anterior, se podrá responder a la pregunta: ¿es importante el efecto del tipo de cambio real sobre las exportaciones para controlar el choque negativo que se produce sobre la economía?

### **2.4.1 Primera amplitud del efecto del choque en el PIB**

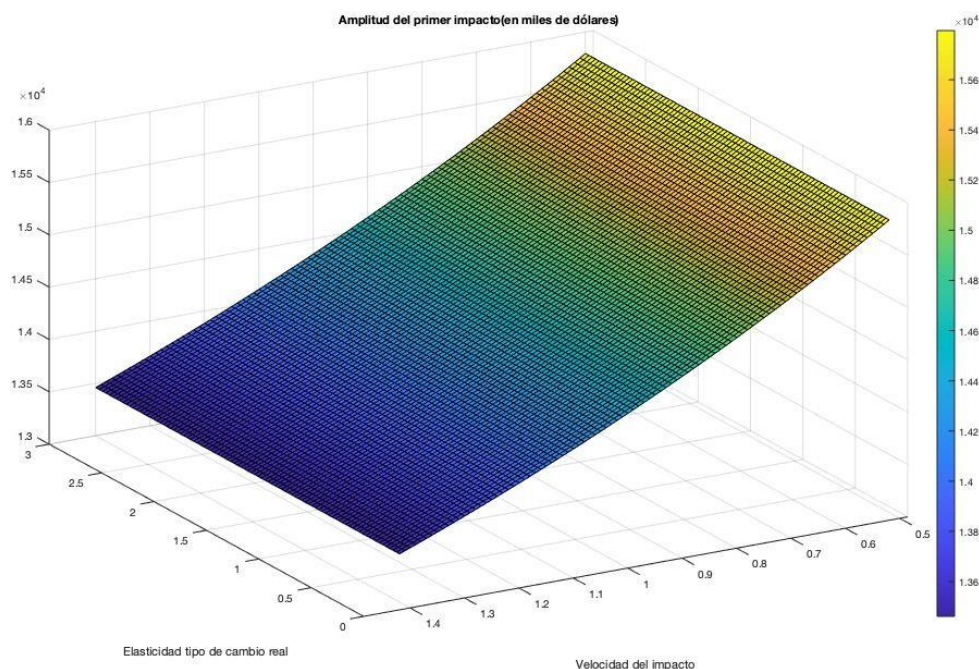
#### **2.4.1.1 Respuesta a precios constantes**

Tal como se hizo en la sección 3.2.1, se requiere entender la dinámica del modelo para combinaciones de  $\epsilon$  y  $\gamma$ , pero considerando que no existe respuesta de los precios en la dinámica, es decir,  $\beta = 0$ . Los Gráficos 2.19 y 2.20 muestran el comportamiento de la primera



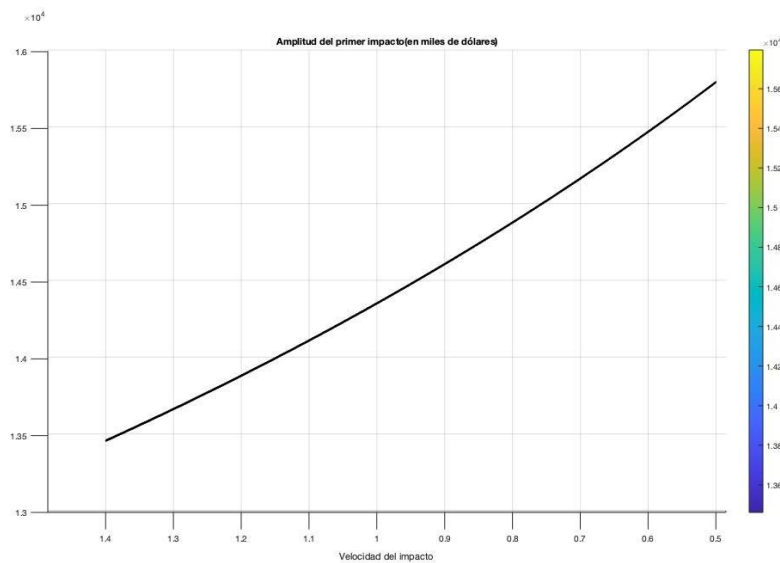
amplitud frente a combinaciones  $\epsilon - \gamma$  para  $\epsilon \in [0,1, 3]$  y  $\gamma \in [0,5, 1,4]$ . Por el Gráfico 2.19 es claro que a mayor  $\gamma$  el choque inicial genera un menor impacto en el PIB real; hay que recordar que mientras mayor sea  $\gamma$ , la respuesta de la población al choque es más rápida en adaptarse al nuevo nivel de reservas como lo muestra los Gráficos 2.1 y 2.2. Esta rapidez de adaptación puede estar motivada por un aspecto social que permite a la población modificar sus reservas de manera inmediata, aunque esto implique un cambio en el consumo de las mismas. Esta pronta respuesta genera que el impacto económico del choque no sea tan profundo, a diferencia de cuando la sociedad se demora más en adaptarse al nuevo nivel de reservas establecido, en cuyo caso, esta demora provoca que el impacto se profundice y que la falta de respuesta de la población no impida esta caída.

**Gráfico 2.19. Primera amplitud del choque frente a combinaciones  $\epsilon-\gamma$  sin respuesta de los precios**



En cuanto al efecto de la elasticidad del tipo de cambio se puede decir poco, pero resulta importante. Como se ha mencionado, las combinaciones aquí simuladas consideran  $\epsilon \in [0,1, 3]$ , es decir, se consideran exportaciones tanto inelásticas como elásticas. Sin embargo, el Gráfico 2.20, muestra que no existe una variación en la primera amplitud del choque ante cambios en  $\epsilon$  mediante combinaciones de  $\gamma$ .

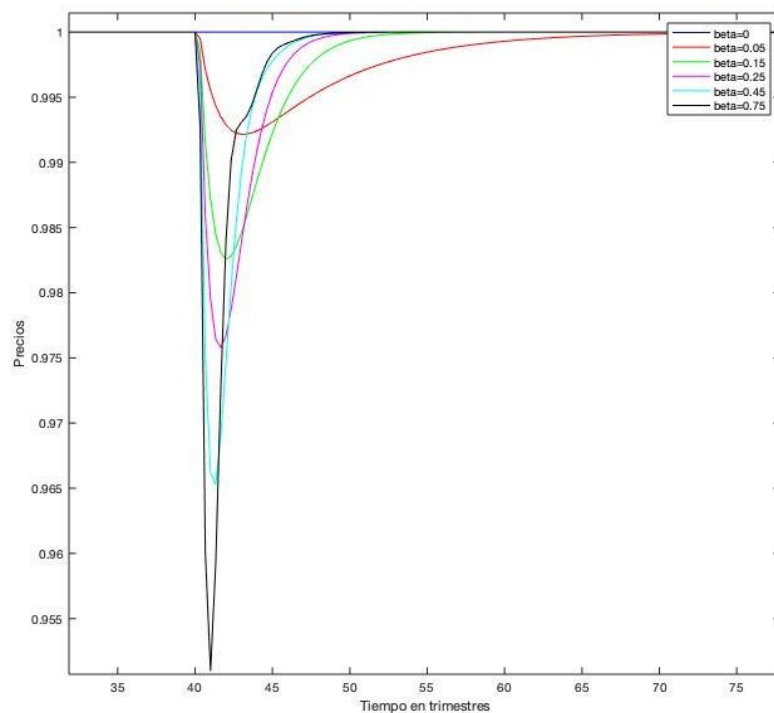
**Gráfico 2.20. Vista de perfil del Gráfico 2.19. que muestra el no efecto de  $\epsilon$**



### 2.4.1.2 Respuesta con precios flexibles

Habiendo considerado una economía que no reacciona vía precios, hay que preguntarse ahora ¿cómo cambia la dinámica anterior si es que existe respuesta de los precios? Es importante mencionar que en todas las simulaciones realizadas se repite el mismo resultado: la elasticidad del tipo de cambio real no influye en la dinámica, por esta razón será suficiente entender la dinámica de la Primera Amplitud frente a cambios en  $\gamma$ .

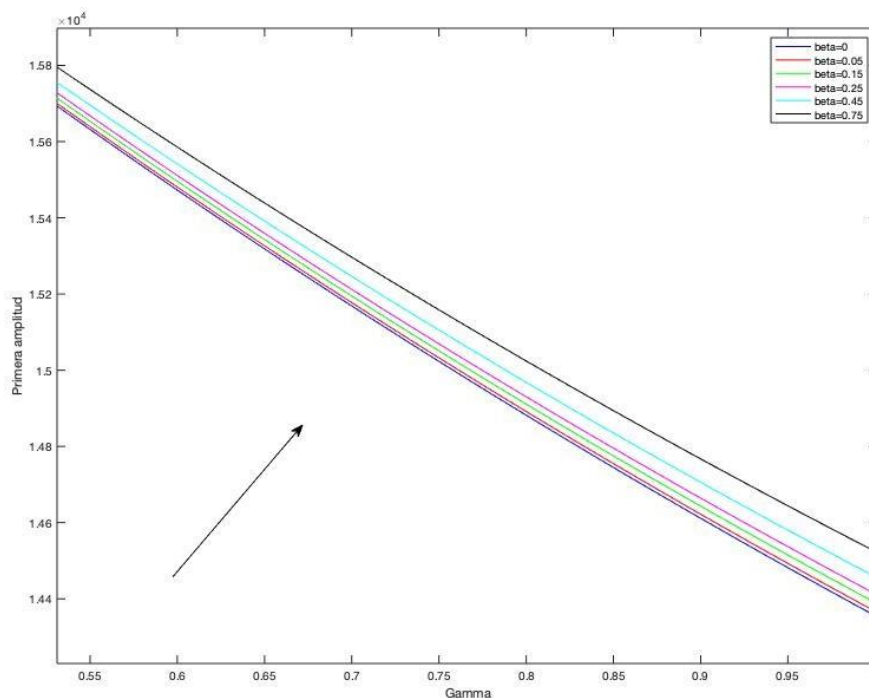
**Gráfico 2.21. Variación en el precio con cambios en  $\beta$**



Con la anterior consideración, para responder a la pregunta planteada es importante entender la dinámica de los precios ante cambios en  $\beta$  con un valor fijo de  $\gamma$ . Para esto, consideremos el Gráfico 2.21 en la que se ha considerado  $\gamma = 0.75$ . En esta Gráfico se observa que a mayor  $\beta$ , el precio de respuesta llega a un mínimo menor, esto se debe a que un  $\beta$  mayor genera un mayor traspaso de la diferencia  $\frac{y_t - y^*}{y^*}$  a la derivada de los precios (ver ecuación 2.17 y 2.18). A su vez este mayor valor de la derivada temporal de los precios genera una mayor diferencia entre el PIB real y el potencial; el proceso se repite.

Esta mayor caída en los precios y en el PIB real a mayor  $\beta$  para un  $\gamma$  fijo, se refleja en el Gráfico 2.22. En esta Gráfico se han graficado, para los seis valores de  $\beta$  en el Gráfico 2.21, la relación  $\gamma$  - primera amplitud. Se puede observar que existe una distribución uniforme de las curvas de nivel, las cuales avanzan hacia arriba mientras  $\beta$  va subiendo para valores de  $\gamma \in [0,5, 1]$ .

**Gráfico 2.22. Respuesta ante cambios en  $\beta$  de la relación  $\gamma$ - primera amplitud**



### Capítulo 3. Un modelo alternativo: componente importado de la producción nacional

Considerando la importancia del componente importado de la producción nacional en el Ecuador, en este Capítulo se propone un modelo alternativo a la inicial basada en una matriz de contabilidad social que agrega a la matriz de contabilidad social, descrita en la Tabla 1, el componente importado de la producción nacional. Al igual que el modelo anterior, existen tres tipos de bienes: el bien de producción nacional, que puede tener dos destinos, consumo nacional  $C_t$  o servir como insumo  $CM_t$  para producir el bien de exportación  $X_t$ . El bien importado  $M_t$ , proviene del consumo de los hogares  $MH_t$  y del componente importado de la producción nacional  $CM_t$ . En cuanto a comportamiento, se asume una función de producción de exportaciones que tiene como único insumo el producto nacional; que las preferencias de los hogares son CES, distinguiendo entre consumo de producto nacional y producto importado; y, que hay una curva de Philips, que toma como referencia un PIB potencial, fijo.

La matriz de contabilidad social descrita en la Tabla 3.1 detalla a una economía que tiene como agentes económicos a hogares, firmas que producen el producto nacional, firmas que producen el producto de exportación y el resto del mundo. Estos agentes económicos tienen ingresos (signo positivo) y egresos (signo negativo) provenientes de la dinámica económica social. De manera detallada, las variables que intervienen en la matriz se presentan a continuación:

$w_t$ : Salarios.

$\pi_t^n$ : Ganancias de empresas productoras bienes de consumo nacional.

$\pi_t^x$ : Ganancias de empresas productoras de bienes de exportación.

$P_t$ : Precio del bien nacional,

$C_t$ : Consumo de bien nacional de los hogares en toneladas métricas.

$CX_t$ : Insumo de bienes nacionales para la producción del bien de exportación, en toneladas métricas.

$CM_t$ : Componente importado de la producción nacional.

$MH_t$ : Consumo de bienes importados, de precios 1, para los hogares.

$M_t$ : Importaciones totales  $M_t = MH_t + CM_t$ .

$X_t$ : Exportación de precio  $P_t^x$ .

$H_t^H$ : Reserva de dólares de los hogares.

$S_t$ : Ahorro de los hogares.

**Tabla 3.1. Matriz de contabilidad social de la economía pequeña dolarizada**

	Variable	Hogares	Firmas Producto Nacional	Firmas Producto Exportación	RoW	T O T A L
1	Salarios	$w_t$	$-w_t$			0
2	Ganancias	$\pi_t^n + \pi_t^x$	$-\pi_t^n$	$-\pi_t^x$		0
3	Consumo Bienes Nacionales	$-P_t C_t$	$P_t C_t + P_t C X_t$	$-P_t C X_t$		0
4	Consumo Bienes Importados	$-M H_t$	$-C M_t$		$M_t = M H_t + C M_t$	0
5	Exportaciones			$+X_t$	$-X_t$	0
6	SUBTOTAL	$S_t$	0	0	$-T B_t$	0
7	$\Delta$ reserva hogares	$-\dot{H}_t^H$			$\dot{H}_t^H$	0
	TOTAL	0	0	0	0	0

Por el lado del ingreso se tienen las siguientes identidades contables

$$\pi_t^x = X_t - P_t C X_t,$$

$$\pi_t^n = P_t C_t + P_t C X_t - w_t - C M_t,$$

Por tanto, el PIB nominal es

$$Y_t = w_t + \pi_t^x + \pi_t^n = w_t + X_t - P_t C X_t + P_t C_t + P_t C X_t - w_t - C M_t,$$

por lo que

$$Y_t = X_t + P_t C_t - C M_t.$$

Por el lado del gasto nominal:

$$Y_t = C H_t + X_t - M_t = P_t C_t + M H_t + X_t - M_t = P_t C_t + X_t - C M_t.$$

Además, se asume que el componente importado de la producción nacional es una fracción fija del producto nacional total real, para lo cual usamos el respectivo deflactor del PIB nominal y obtenemos:

$$CM_t = \psi \frac{Y_t}{P_t^\phi},$$

donde  $\phi$  es la fracción del ingreso que se consume en bienes nacionales en el equilibrio, es decir, cuando el PIB es igual al PIB potencial.

### 3.1 Dinámica de precios, demanda de los hogares y exportaciones

Considerando una economía sin moneda propia y sin sistema financiero, la dinámica que envuelve a los precios frente a choques exógenos será fundamental en este modelo.

Se supone que los precios se ajustan según la siguiente ecuación

$$\dot{P}_t = \beta \left( \frac{y_t - y^*}{y^*} \right),$$

donde  $y_t$  es el PIB real de la economía, es decir, los precios de los bienes nacionales  $P_t$  se ajustan a una velocidad proporcional a la distancia en tasa entre el PIB real y el PIB potencial.

La utilidad de consumo de los hogares está determinada por un hogar representativo que se comporta según una función de utilidad CES que depende del consumo de bienes importados y nacionales. Por tanto, los hogares realizan su consumo según la función

$$U(C_t, MH_t) = (aC_t^\rho + (1 - a)MH_t^\rho)^{1/\rho}$$

sujeta a la restricción presupuestaria. Las funciones de consumo de bienes nacionales y de bienes importados provienen del problema de maximización, las cuales son

$$C(Y_t, P_t) = \frac{Y_t^d}{P_t + \theta P_t^\sigma},$$

$$MH(Y_t, S_t) = \frac{Y_t^d}{1 + \frac{1}{\theta} P_t^{1-\sigma}},$$

donde  $Y_t^d$  es el ingreso disponible,  $\theta = \left(\frac{1-a}{a}\right)^\sigma$  y  $\sigma = \frac{1}{1-\rho}$  es la elasticidad de sustitución.

Para las exportaciones, igual que el Capítulo 2 se asume que la función de exportaciones es de la forma

$$X_t = P_t^x \cdot x_t = P_t^x \cdot K \cdot \left(\frac{P_t^x}{P_t}\right)^\epsilon.$$

El radio de reservas de los hogares viene dado por la siguiente ecuación

$$\xi_t = \frac{H_t^H}{Y_t}.$$

Así, derivando el radio de reservas con respecto al tiempo a  $t$  y despejando  $\dot{H}_t^H$ , se tiene que

$$\dot{H}_t^H = \dot{\xi}_t Y_t + \xi_t \dot{Y}_t.$$

Por otro lado, el PIB nominal es

$$Y_t = X_t + \frac{Y_t - \xi_t Y_t - \xi_t \dot{Y}_t}{1 + \theta P_t^{\sigma-1}} - \psi \frac{Y_t}{P_t^\phi}.$$

Lo cual implica que el PIB nominal tiene la siguiente dinámica  $\dot{Y}_t$

$$\dot{Y}_t = - \frac{\dot{\xi}_t + \theta P_t^{\sigma-1} + \psi \frac{Y_t}{P_t^\phi} (1 + \theta P_t^{\sigma-1})}{\xi_t} Y_t + \frac{1 + \theta P_t^{\sigma-1}}{\xi_t} X_t \left(\frac{P_x}{P_t}\right)$$

Considerando que

$$y_t = \frac{Y_t}{P_t^\phi}.$$

Se obtiene que la dinámica de  $y_t$ , es

$$\dot{y}_t = \frac{\dot{\xi}_t + \theta P_t^{\sigma-1} + \psi \frac{Y_t}{P_t^\phi} (1 + \theta P_t^{\sigma-1})}{\xi_t} y_t + \frac{1 + \theta P_t^{\sigma-1}}{P_t^\phi \xi_t} X_t \left(\frac{P_x}{P_t}\right) - \phi y_t \frac{\dot{P}_t}{P_t}$$

En resumen, reemplazando la ecuación de la función de exportación 2.12 en la ecuación 2.16, tenemos que la dinámica del modelo está sujeta al siguiente sistema de ecuaciones diferenciales no lineales:

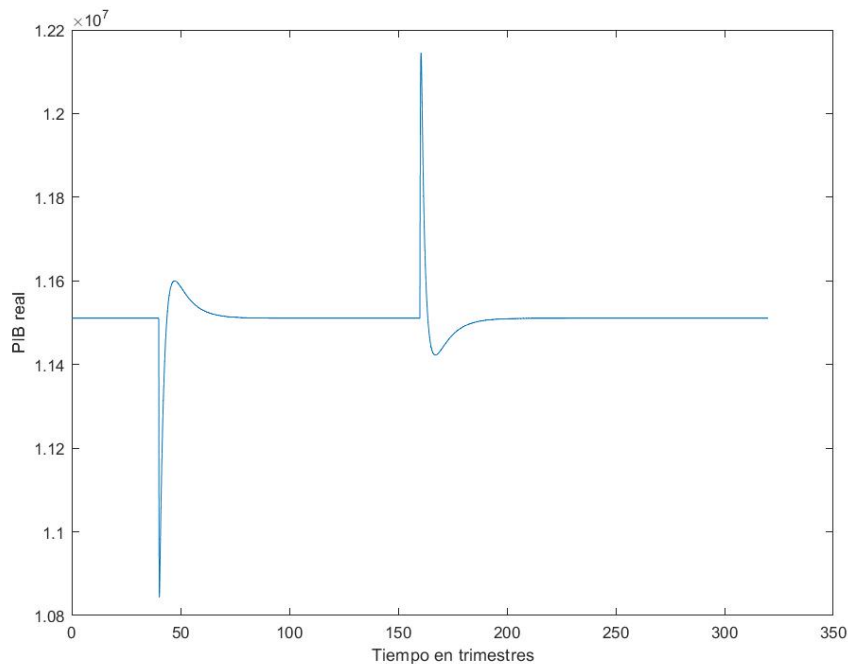
$$\dot{y}_t = - \frac{\dot{\xi}_t + \theta P_t^{\sigma-1} \psi \frac{Y_t}{P_t^\phi} (1 + \theta P_t^{\sigma-1})}{\xi_t} y_t + \frac{1 + \theta P_t^{\sigma-1}}{P_t^\phi \xi_t} P_t^x \cdot K \cdot \left(\frac{P_t^x}{P_t}\right)^\epsilon - \phi y_t \frac{\dot{P}_t}{P_t},$$

$$\dot{P}_t = \beta \left(\frac{y_t - y^*}{y^*}\right).$$

### 3.2 Simulaciones

A continuación, se describen varias simulaciones del modelo planteado en la sección 4.1. En todos los casos, se considera los mismos parámetros que en la simulación, es decir,  $\sigma = 3,2$ ,  $\epsilon = 0,29$ ,  $\phi = 0,816$ ,  $\theta = 0,225$ , y  $\beta = 0,07$ . En primer lugar, a precios flexibles, en lo que se llamará Simulación4, se plantea un escenario idéntico al de la Simulación1, pero considerando el nuevo sistema de ecuaciones diferenciales planteado en la sección 4.1. Para esto se considera  $\psi=0,1$ , es decir, considerando que el 10% de la producción nacional proviene de importaciones. En el Gráfico 3.1 podemos observar que el comportamiento del PIB real es similar al del PIB para la Simulación1 dado el choque exógeno. Sin embargo, es evidente que los niveles del PIB para este caso son inferiores.

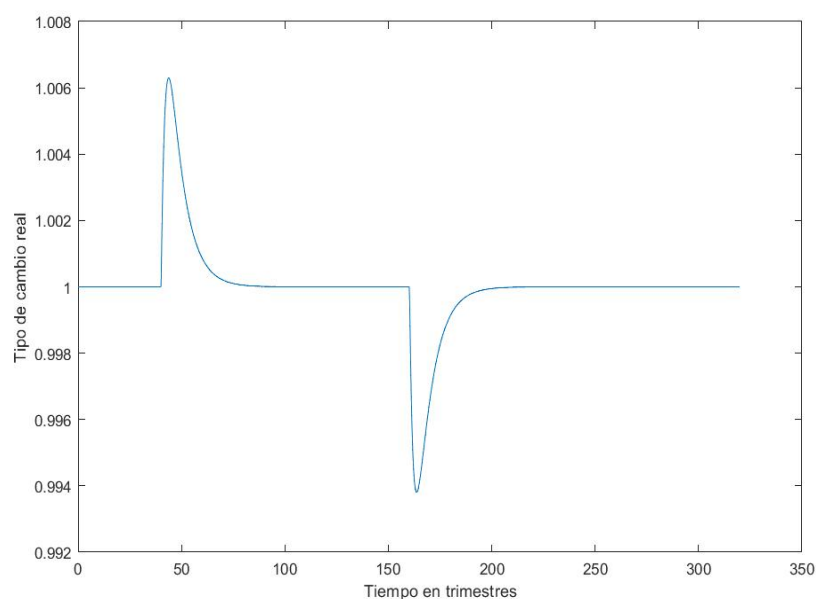
**Gráfico 3.1. Respuesta de PIB real al choque exógeno con  $\psi = 0.1$**



El Gráfico 3.2 describe el comportamiento del tipo de cambio real frente al choque en la economía con  $\psi = 0.1$ . Se puede observar que al igual que en la Simulación1, el tipo de cambio real se comporta de manera similar que, en la Simulación1, sin embargo, el impacto en el tipo de cambio real para este valor es menor que cuando se consideró  $\psi = 0$ .



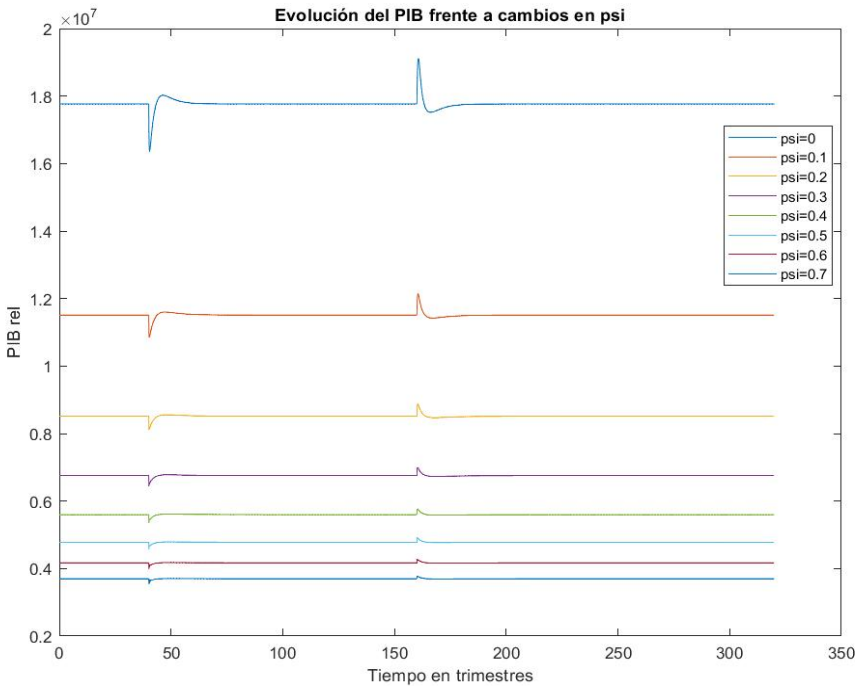
**Gráfico 3.2. Respuesta de tipo de cambio real a choque exógeno con  $\psi=0.1$**



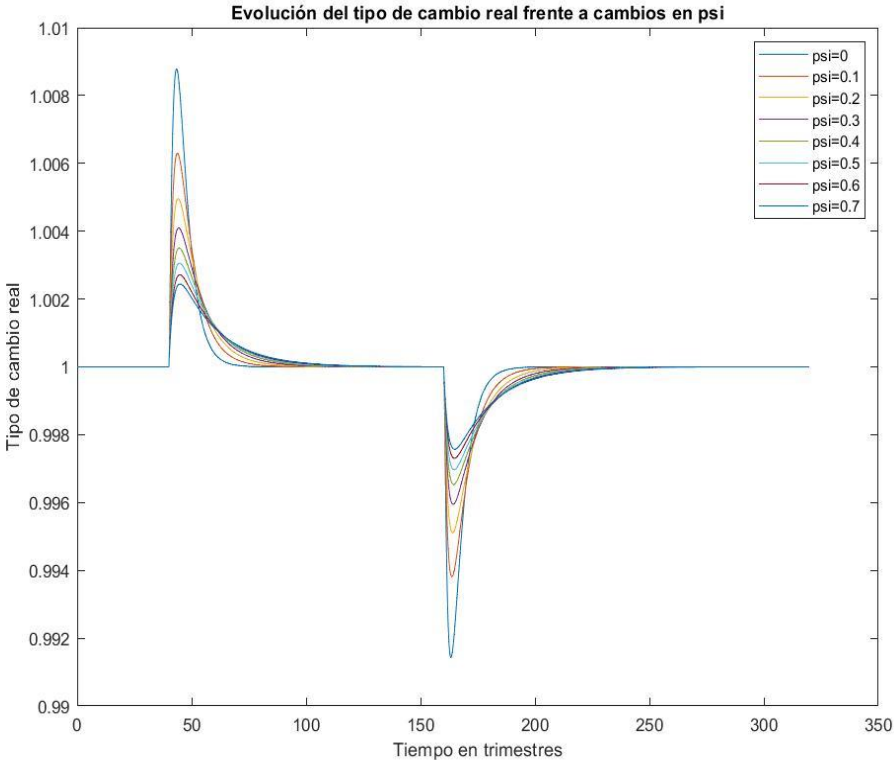
Observar que aumentar el valor de  $\psi$  desde 0 a 0,1 genera cambios en el PIB real y en el tipo de cambio real ha motivado preguntarse de qué forma influye en el impacto en la economía un mayor componente de importación en la producción nacional, es decir, se desea indagar en cómo cambia la primera amplitud del choque según aumento el valor de  $\psi$ . Para esto, se han realizado simulaciones con ocho valores de  $\psi$  desde 0 hasta 0,7 como se puede ver en los Gráficos a continuación. El Gráfico 3.3 describe la evolución del PIB real ante el aumento del valor de  $\psi$ , así mismo el Gráfico 3.4, 3.5 y 3.6 describen la evolución del tipo de cambio real, las exportaciones y las importaciones, respectivamente.

Se puede observar que tanto en el Gráfico 3.3 como en el Gráfico 3.6, que corresponden al PIB y a las importaciones, el cambio que genera un mayor  $\psi$  no solo es en la primera amplitud sino también en nivel. Para el caso del tipo de cambio real y las exportaciones, descritas en los Gráficos 3.5 y 3.6, respectivamente, se puede observar que el cambio es únicamente en la primera amplitud y que ambas variables económicas se comportan de manera similar.

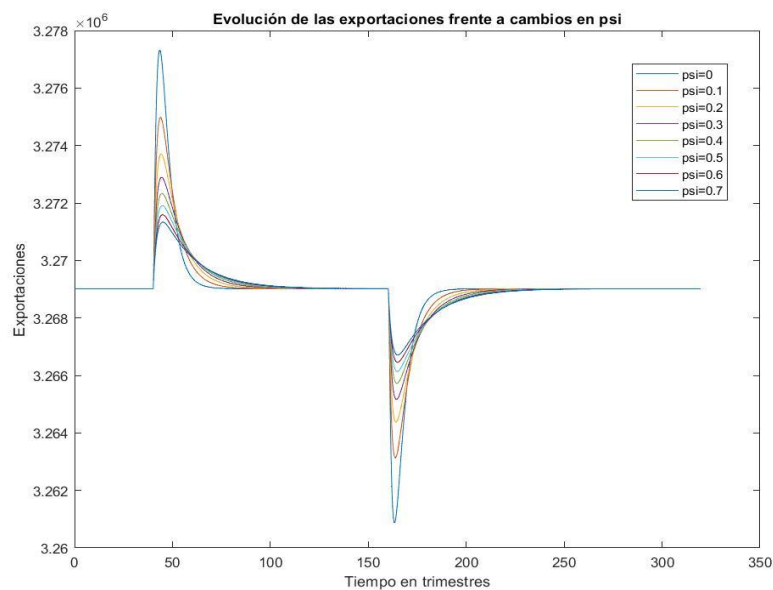
**Gráfico 3.3. Evolución del PIB frente a cambios en  $\psi$**



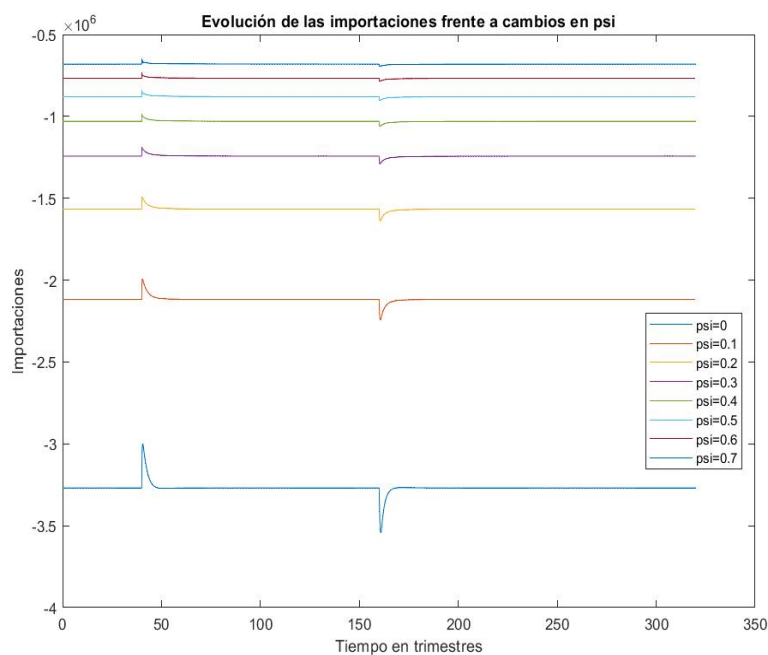
**Gráfico 3.4. Evolución del tipo de cambio real frente a cambios en  $\psi$**



**Gráfico 3.5. Evolución de las exportaciones frente a cambios en  $\psi$**



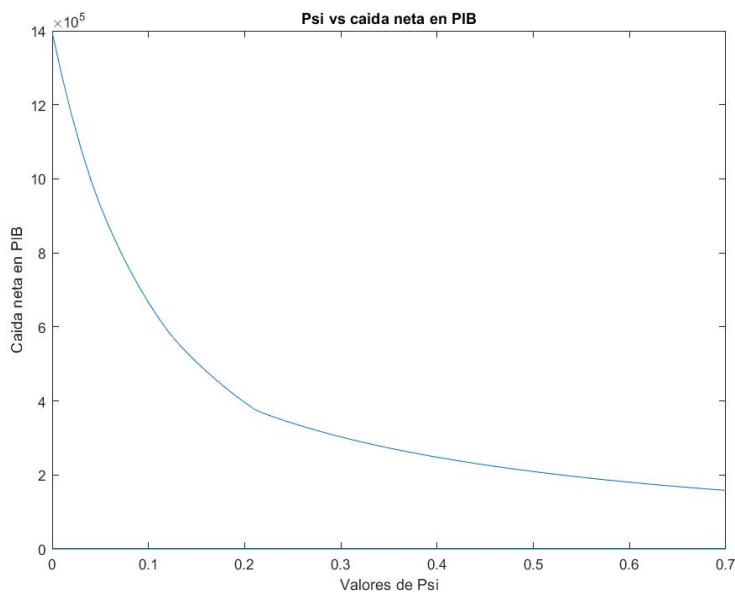
**Gráfico 3.6. Evolución de las importaciones frente a cambios en  $\psi$**



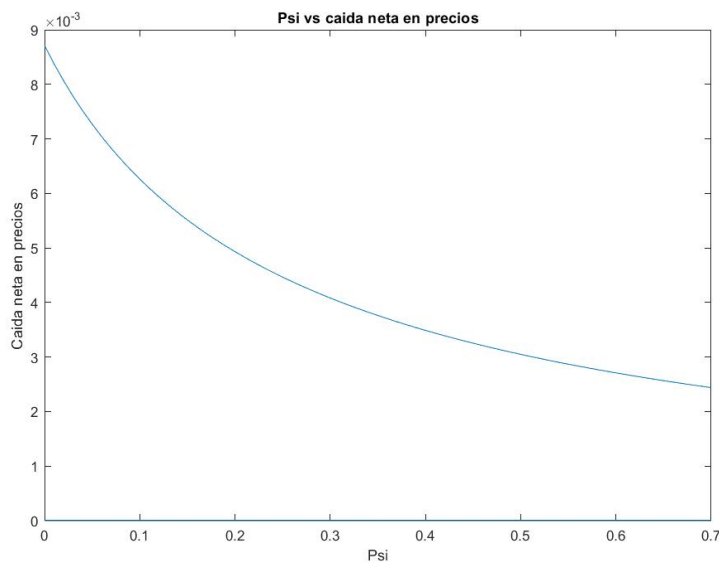
Los anteriores Gráficos muestran que ante un aumento en  $\psi$  todas las variables del modelo reaccionan. Para el caso del PIB, el aumento del valor de  $\psi$  no solo genera que el impacto en la economía con el choque inicial disminuya, sino también influye en el PIB de equilibrio que se encuentra, sin embargo, una pregunta importante es preguntarse cuál es la caída neta en cada uno de los casos y si existe un relación negativa o positiva con los cambios en  $\psi$ . Esta

misma pregunta cabe hacerse para el caso de la caída en los precios y así, junto a lo anterior, conocer cómo influye la variación del componente de las importaciones en la producción nacional. Los Gráficos 3.7 y 3.8 describen lo anterior para el PIB real y los precios respectivamente. Se puede observar que la caída neta máxima del PIB real y los precios están en una relación inversamente proporcional al tamaño de  $\psi$ . Esto puede deberse a que, al existir un mayor componente de importaciones en la producción nacional, el choque en la economía tiene una menor influencia en las distintas variables del modelo que representan componentes nacionales de la economía del país.

**Gráfico 3.7. Caída neta en el PIB máxima ante cambios  $\psi$**



**Gráfico 3.8. Caída neta en precios máxima ante cambios  $\psi$**



## Conclusiones

- La dolarización, luego de más de veinte años en el Ecuador, sigue siendo un tema de relevancia social y económica para el país. Se requiere, por tanto, de debates públicos y estudios que den un entendimiento técnico del efecto que ha tenido este mecanismo monetario en la economía del país.
- Varios autores consideran que la dolarización podría ocasionar una vulnerabilidad económica ante la devaluación de la moneda de los países vecinos. En el caso de Ecuador, este tema es de particular relevancia al ser un país cuyas exportaciones son en su mayor parte primarias.
- En un entorno económico de un país en desarrollo, cuyo sistema financiero es deficiente y hay una desconfianza generalizada en el mismo, el radio de reservas de los hogares es una variable importante para estudiarse. Esta variable puede tener un efecto directo sobre la estabilidad de los precios y los ingresos nacionales.
- Mediante un uso adecuado de una matriz de contabilidad social, planteada sobre una economía pequeña, sin moneda propia ni sistema financiero, es posible generar un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales que recoja la dinámica en precios nacionales, el ingreso nacional, el consumo de los hogares, las exportaciones e importaciones, y la variación del radio de reservas definido por los hogares. Este sistema permite comprender el efecto que tiene un choque exógeno en la economía y el mecanismo de estabilización de esta.
- El modelo muestra que, con ausencia de sistema financiero, el cambio en las reservas de los hogares proviene de cambios en la balanza comercial y en las interacciones con los cambios en las reservas de dinero y en el PIB nominal.
- A precios constantes, los un choque que provoque el aumento del radio de reservas provoca una caída del PIB real y una reducción del consumo, en particular, las importaciones sufren una caída grave mientras que las exportaciones permanecen constantes.
- En un escenario en donde la elasticidad exportaciones-tipo de cambio real es inelástica, y la elasticidad de sustitución de importaciones entre consumo nacional y consumo de bienes importados es elástico, el choque inicial provoca una subida en el

tipo de cambio real, acompañado de una caída del PIB real. Además, se produce un aumento de las exportaciones minúsculo frente a la caída de las importaciones. Sobre el PIB se producen unos fenómenos económicos fantasmas llamados overshoot. Estos fenómenos son un efecto de las sensaciones que producen en la población una repentina mejor o caída de la economía de un país proveniente del choque exógeno.

- Ante cambios drásticos en la elasticidad exportaciones frente al tipo de cambio real, hay un evidente cambio en la respuesta de las exportaciones ante el choque exógeno, esto es, ante una mayor elasticidad las exportaciones reaccionan con mayor intensidad ante cambios en el tipo de cambio real. Sin embargo, por el orden de las importaciones estudiadas, la balanza comercial no tiene diferencias considerables, lo cual provoca que el choque exógeno en los radios de reserva no ocasione cambios significativos en la respuesta de los precios y el PIB real.
- El modelo muestra que, frente a una elasticidad de sustitución de importaciones y consumo nacional alta, el consumo relativo cae un mayor nivel que para elasticidades bajas. La simulación muestra que esto se debe a los cambios en el consumo de bienes nacionales más que en las importaciones. Por tanto, se produce una subida menor en las exportaciones ante el choque inicial para valores altos de la elasticidad de sustitución de importaciones. De igual manera, la caída del consumo relativo es vertiginosa, pero a su vez es de rápida recuperación, a diferencia de cuando hay elasticidades inelásticas de sustitución. Además, se muestra que las importaciones siguen la misma dinámica en ambos casos salvo una diferencia que provoca que, finalmente, la dinámica del PIB real sea similar en ambos casos.
- Se ha planteado que los precios se ajustan en tasa mediante la diferencia del PIB real y el PIB potencial. El modelo concluye adecuadamente que mientras mayor sea el efecto que tiene esta diferencia sobre la velocidad de ajuste de los precios, entonces se genera una caída mayor en los precios, lo cual a su vez genera un impacto en esta diferencia, provocando una mayor caída en los precios. Este proceso se repite, generando una caída mayor en los precios hasta que la población estabiliza su nivel de reservas.
- Evidentemente, al no existir moneda propia, la estabilización de la economía no puede provenir de la impresión de dinero. Además, se asumió que no existe sistema financiero, con lo que el mercado de crédito no puede intervenir. En este contexto, la

economía tiene que enfrentarse al choque exógeno que genera cambios en las reservas únicamente mediante cambios en los precios y en el ingreso. Esto principalmente se puede observar en las soluciones numéricas del modelo al observar el efecto que tiene el tipo de cambio real sobre las exportaciones e importaciones, que a su vez proviene de un cambio en las reservas de la población. La pérdida de autonomía monetaria provoca la falta de control sobre las variables macroeconómicas descritas. El consumo de la población sufre caídas reales que no se pueden manejar vía señoreaje. Este hecho podría ser bueno debido a la generación de inflación que puede provocar dicha medida. Sin embargo, el modelo indica que bajo ninguna política monetaria disponible y ante sistemas financiero-deficientes o ausentes, el control y estabilización de la economía solo recae en la estabilización de las reservas de la población, lo cual dependerá radicalmente del nivel de confianza en la situación económica en general.

- Hay que recordar que la preferencia por liquidez propuesta por Keynes (1936) en la Teoría General desde este enfoque teórico resulta de la distribución del ahorro de los hogares en activos financieros, que bien pueden recomponerse, de acuerdo con sus percepciones de incertidumbre. Al no incluir como sector institucional a los bancos privados, el único activo financiero líquido con el que podrían contar los hogares es el efectivo, por lo cual, no se podría acentuar o no la reserva de valor de los hogares, porque siempre contarían exclusivamente con efectivo. Así, la ecuación del comportamiento de la preferencia por liquidez esquematizada en este trabajo no se estructura a partir de los ingresos de los hogares, ya que de acuerdo con Keynes (1936) solo el ahorro se puede destinar para adquirir activos financieros, en este caso, el efectivo. Lo anterior es un motivo para que el modelo presentado en este trabajo siga desarrollándose de manera que considere al sistema financiero como una de sus variables.
- Tomando en cuenta la importancia del componente importando en la producción nacional en Ecuador es necesario construir un modelo en ecuaciones diferenciales que tome en cuenta dicho componente. Se ha observado que a mayor sea el porcentaje del componente importado en la producción nacional el impacto neto en la economía en una primera instancia (primera amplitud) es menor. Esto puede deberse a que al existir un mayor componente de importaciones en la producción nacional, el choque en la

economía tiene una menor influencia en las distintas variables del modelo que representan componentes nacionales de la economía del país.



## Referencias

- Acosta, Alberto, y José E. Juncosa, editores. 2000. "Dolarización: Informe Urgente." Quito: ILDIS y Abya-Yala/UPS.
- Albornoz, Maximiliano. 2016. "Elasticidades de comercio exterior en Latinoamérica. Estimaciones para el periodo 1993- 2014." Universidad Nacional de La Plata, Facultad de Ciencias Económicas, Maestría en Economía. [https://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/54806/ Documento\\_completo\\_.pdf-PDFA.pdf?sequence=3&isAllowed=y](https://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/54806/Documento_completo_.pdf-PDFA.pdf?sequence=3&isAllowed=y)
- Astorga, Alfredo y Angélica Valle. 2003. "Estimación del PIB potencial para el caso del Ecuador." *Cuestiones Económicas*, 19(2).
- Bajzik, Jozef, Tomas Havranek, Zuzana Irsova, and Jiri Schwarz. 2019. "The Elasticity of Substitution between Domestic and Foreign Goods: A Quantitative Survey." ZBW-Leibniz Information Center for Economics.
- BCE, Banco Central del Ecuador. 2022. Información Económica y Estadística. <https://www.bce.fin.ec/index.php/informacioneconomica>
- Engle, Robert y C.W Granger. 1987. "Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing." *Econometrica: journal of the Econometric Society*, 251-276.
- Fernández, Jaime. 2020. Desafíos de la dolarización ante la inminente recesión global. *Revista Economía y Humanismo*, 30: 29-33
- Hamilton, James. 2018. "Why you should never use the Hodrick-Prescott filter." *Review of Economics and Statistics*, 100(5), 831-843.
- Hodrick, Robert, y Edward Prescott. 1997. "Postwar US business cycles: an empirical investigation." *Journal of Money, credit, and Banking*, 1-16.
- Keynes, John Maynard. 1936. *The General Theory of Employment, Interest and Money*. Londres: Palgrave Macmillan.
- Llerena, Grace. 2022. "Rol de la preferencia por efectivo de los hogares en el crecimiento económico de un país dolarizado: política monetaria de estabilización." Tesis doctoral. FLACSO-Ecuador.
- Paredes, Pablo Lucio. 2016. La dolarización más allá de la estabilidad monetaria. *Revista Economía*, 68(108), 75-95.
- Quarteroni, Alfio, Riccardo Sacco y Fausto Saleri. 2010. *Numerical mathematics* (Vol. 37). Springer Science & Business Media.
- Schuler, Kurt y ECONOMÍA POLITICA. 2002. "El futuro de la dolarización en Ecuador." *Instituto Ecuatoriano de Economía Política*, 42.

## **Anexos**

### **Anexo 1. Calibración de parámetros**

Para proceder con las simulaciones numéricas de la solución del sistema de ecuaciones diferenciales planteado en las ecuaciones 2.17 y 2.18, en esta sección se realiza una descripción breve y general de las estimaciones de los parámetros usados para las simulaciones realizadas. Es importante recalcar que este trabajo no tiene como objetivo principal encontrar estimaciones de estos parámetros, pero por motivos didácticos es necesario recurrir a estimaciones de parámetros que se asemejen en cierto sentido a la realidad planteada en el modelo. A excepción del parámetro  $\beta$ , se usarán trabajos previamente realizados, los cuales tenían como objetivo principal la estimación de estos parámetros, y por tal motivo se han considera que dichas estimaciones permiten simulaciones con conclusiones y observaciones interesantes.

### **Anexo 2. La dinámica de los precios y el parámetro $\beta$**

La ecuación diferencial que refleja la dinámica de los precios es

$$\dot{P}_t = \beta \left( \frac{y_t - y_t^*}{y_t^*} \right),$$

donde  $\dot{P}_t$  es la derivada de la función Precios,  $P_t$ , mientras que  $y_t$  es el PIB real y  $y_t^*$  es el PIB potencial, en el tiempo  $t$ . En esta sección se presentan las herramientas usadas en la calibración del parámetro  $\beta$  que permiten realizar simulaciones que abstraigan de cierta manera la realidad ecuatoriana. Para cumplir con este objetivo, un primer paso es estimar el PIB potencial  $y_t^*$ , para esto y por facilidad de uso, basado en el desarrollo realizado en (Astorga y Valle 2003), se usará el Filtro de Hodrick-Prescott (Filtro HP). Aunque existen diversas críticas a este filtro tan ampliamente usado (Hamilton 2018), se ha considerado que para los fines de este trabajo las aproximaciones realizadas por este son suficientemente finas.

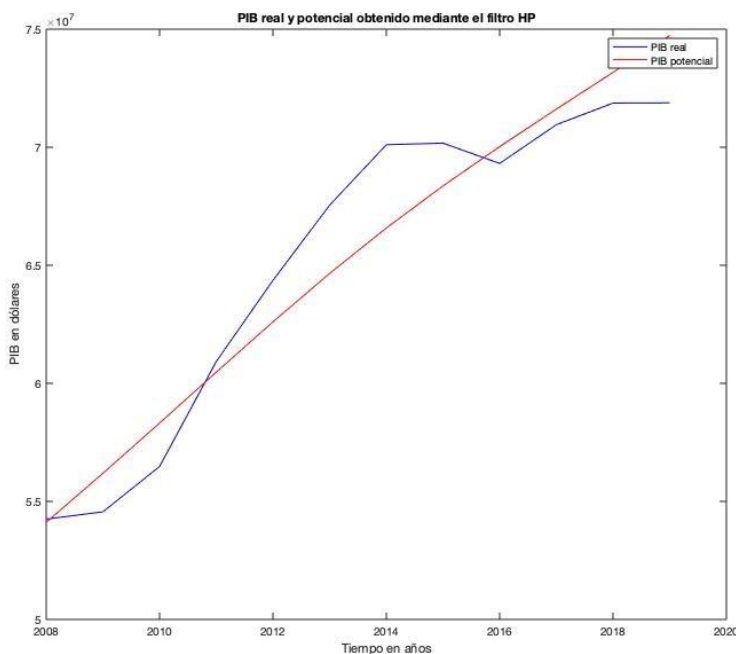
A manera de resumen, el filtro de Hodrick-Prescott (filtro HP) es un método matemático, que usa herramientas de la Optimización para extraer el componente tendencia de una serie temporal, propuesto en 1980 por Robert J. Hodrick y Edward C. Prescott en (Hodrick y Prescott 1997). En este método, para una serie de tiempo ( $x_t$ ) dada, se busca encontrar una serie ( $x_t^p$ ) que describa la tendencia de esta. Para esto, la serie ( $x_t^p$ ) se construye como solución del problema de optimización

$$\min_{x_t^p} \sum_{t=1}^T (x_t - x_t^p)^2 + \lambda \sum_{t=1}^{T-1} [(x_{t+1}^p - x_t^p) - (x_t^p - x_{t-1}^p)]^2$$

Este método descompone la serie observada en dos componentes, uno tendencial y otro cíclico, es decir,  $x_t = x_t^p + c_t$ , donde  $x_t^p$  representa el componente tendencial de la serie, mientras que  $c_t$ , el cíclico. El ajuste de sensibilidad de la tendencia a las fluctuaciones a corto plazo es obtenido modificando un multiplicador  $\lambda$ . Actualmente es uno de los métodos más utilizados en las investigaciones sobre ciclos económicos para calcular la tendencia de las series de tiempo. En (Hodrick y Prescott 1997) se menciona que el parámetro  $\lambda$  debe tomar valores específicos en función de la periodicidad con las que se obtienen los datos. Para datos anuales se sugiere que  $\lambda = 100$ .

En (Astorga y Valle 2003) se muestra que si  $x_t = \ln y_t$ , entonces  $x_t^p$  estima a  $\ln y_t^*$ . Para realizar esta estimación se recogen datos anualmente gracias a las bases de datos del Banco Central del Ecuador desde el año 2008 hasta el año 2019 (BCE 2022), y por tal motivo se escoge  $\lambda = 100$ . Mediante una rutina del lenguaje de programación R, se obtiene gracias al filtro HP la serie  $\ln y_t^*$ . Con esto, se puede estimar de manera sencilla  $y_t^*$ . Estos valores, junto con el PIB real  $y_t$ , están representados en el Gráfico 23. Mediante estos datos se puede calcular el lado derecho de la ecuación 2.5.

### Anexo 3. Estimación del PIB potencial de Ecuador



Elaborado por el autor a partir de BCE (2022)

Ahora, para aproximar la derivada  $\dot{P}_t$ , se tiene por definición que

$$\dot{P}_t \approx \frac{P_{t+\Delta t} - P_t}{\Delta t}.$$

Los datos de precios de bienes nacionales no se encuentran directamente en las cuentas nacionales ecuatorianas. Para encontrar estos datos se usarán las tablas Oferta utilización por componente nacional e importado realizadas por el Banco Central del Ecuador anualmente (BCE 2022). En dichas tablas se encuentra el consumo de bienes nacional e importados a precios corrientes y nacionales, con lo cual

$$P_t = \frac{C_t^C}{C_t^{Cte}},$$

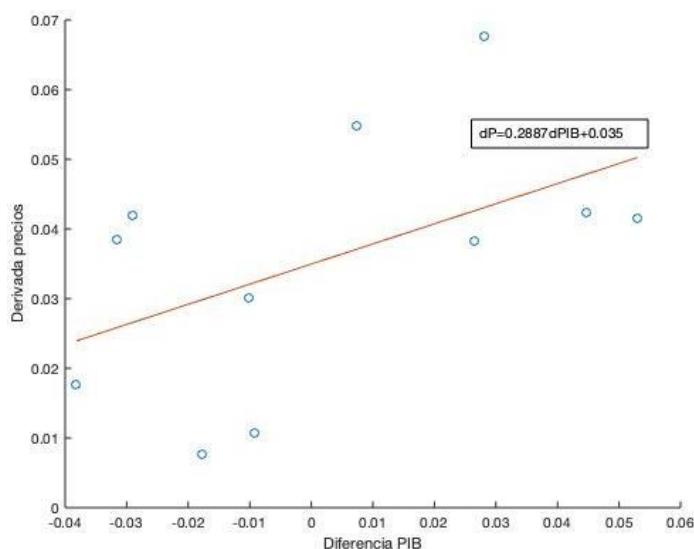
donde  $C_t^C$  y  $C_t^{Cte}$  es el consumo nacional a precios corrientes y precios constantes de 2007, respectivamente.

De este modo, se calcula la serie de tiempo para el periodo 2008-2019 para los precios, y mediante la cual se obtiene una aproximación anual de la variación en los precios

$\dot{P}_t \approx P_{t+1} - P_t$ , lo que representa el lado izquierdo de la ecuación 2.5.

Con todos los datos necesario para estimar la ecuación 2.5, se realiza una regresión simple que permite estimar el valor de  $\beta$ . Esta regresión se puede evidenciar mediante el Gráfico 24.

#### Anexo 4. Regresión lineal para estimación de $\beta$



Elaborado por el autor a partir de BCE (2022)

Por tanto, el parámetro  $\beta$  anualmente calculado es estimado por  $\hat{\beta} = 0.2887$ , y, por tanto,  $\hat{\beta}/4 = 0.07$  es una estimación trimestral de dicho parámetro.

### Anexo 5. Sobre la función CES y sus parámetros

Se ha asumido que el consumo de los hogares, entre bienes nacionales e importados, se rige por la minimización de la función CES de consumo del tipo

$$U(C_t, M_t) = (aC_t^\rho + (1-a)M_t^\rho)^{1/\rho}$$

sujeto a la restricción presupuestaria  $Y_t - S_t = P_t C_t + M_t$ , cuyas soluciones son

$$C(Y_t, P_t) = \frac{Y_t - S_t}{P_t + \theta P_t^\sigma}$$

$$M(Y_t, S_t) = \frac{Y_t - S_t}{1 + \frac{1}{\theta} P_t^{1-\sigma}},$$

donde  $\theta = \left(\frac{1-a}{a}\right)^\sigma = \frac{1-\phi}{\phi}$ , con  $\phi$  la fracción del ingreso que se consume en bienes nacionales y el precio del bien nacional es 1, y  $\sigma = \frac{1}{1-\rho}$  es la elasticidad de sustitución entre consumo nacional y consumo de bienes importados.

En el sistema de ecuaciones diferenciales de 2.17 y 2.18, se requiere conocer  $\theta$ ,  $\phi$  y  $\sigma$ . Puesto que  $\theta$  está en función de  $\phi$  entonces basta con realizar una estimación de  $\phi$  en este caso; para esto, se usa las tablas Oferta utilización por componente nacional e importado realizadas por el Banco Central (BCE 2022) que se usaran en la estimación de  $\beta$ . En este caso,

$$\phi \approx \frac{C_t^{cte}}{C_t^{cte} + M_t^{cte}},$$

donde  $M_t^{cte}$  son las importaciones totales en el tiempo  $t$  a precios constantes en dólares 2007. Realizando una media simple de  $\phi$  para el periodo 2008-2019 se estima que  $\phi \approx 0.816$  y, por tanto,  $\theta \approx 0.225$ .

Para el caso de  $\sigma$ , también llamando coeficiente de Argmington, se usará resultados publicados en (Bajzik et al 2019). En dicho artículo, se realizan estimaciones para este coeficiente para 37 países, entre Brasil ( $\sigma \approx 3.2$ ), Colombia ( $\sigma \approx 3.4$ ) y Uruguay ( $\sigma \approx 3.4$ ), y se menciona que  $\sigma \in [1.3, 4.4]$  para el resto del mundo con un 95% de confiabilidad. Por

dichos motivos, se ha considerado que valores cercanos a estas estimaciones pueden ser útil en las simulaciones realizadas.

### **Anexo 6. La función de exportaciones**

En la sección 2.2.3 se ha desarrollado a la función de exportaciones y se mencionó la necesidad de tomar logaritmos naturales que permitan realizar una regresión simple sobre los datos que se obtengan, esto dio a luz a la ecuación

$$\ln x_t = \ln K + \epsilon \ln \left( \frac{P_t^x}{P_t} \right).$$

En (Albornoz 2016) se estima la elasticidad de comercio exterior en Latinoamérica al tipo de cambio real multilateral,  $\epsilon$ , para el periodo, 1993-2014. En dicho trabajo se provee evidencia para 10 países de la región Latinoamericana (Argentina, Brasil, Bolivia, Chile, Colombia, Ecuador, Paraguay, Perú, Venezuela y Uruguay) utilizando un modelo de corrección de errores basado en (Engle y Granger 1987, 251-276) para el periodo 1993.Q1- 2014.Q4; en este trabajo se obtuvo como resultado que  $\epsilon$  estimado para Ecuador al 90% de confiabilidad es de 0.29, mientras para distintos países de la región,  $\epsilon \in [0.16, 0.46]$ , en el caso de las estimaciones de  $\epsilon$  positivas.

### **Anexo 7. Método numérico: Runge Kutta de orden cuatro**

El siguiente desarrollo está basado en (Quarteroni 2016); se sugiere revisar el mismo para una mayor profundidad en el estudio de métodos numéricos. Considérese  $I \subset R$  un intervalo, el problema de Cauchy consiste en encontrar una función real y diferenciable  $y(\cdot)$  que resuelva el problema

$$y'(t) = f(t, y(t)), \text{ con } t \in I,$$

$$y(t_0) = y_0,$$

donde  $y_0 \in R$ ,  $f(t, y)$  es una función continua con respecto a ambas variables y real evaluada en el conjunto  $I \times (-\infty, +\infty)$ . Este problema también se conoce como problema de valor inicial. Si se puede encontrar una función  $y(\cdot)$  explícitamente que resuelva este problema de valor inicial, usando la teoría general de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, se dirá que se resolvió el problema analíticamente; en caso de no ser posible encontrar esta solución analítica o si la misma no es fácil de hallar, los métodos numéricos ofrecen una salida para realizar estimaciones adecuadas de la solución analítica del problema. Si se requiere seguir la

dirección numérica es necesario conocer algunos aspectos teóricos que permitan una correcta implementación computacional, así como una adecuada interpretación económica; para esto, considérese un  $0 < T < \infty$  fijo y sea  $I = [t_0, t_0 + T]$  un intervalo de integración. Para un  $h > 0$ , se define la secuencia  $t_n = t_0 + n \cdot h$ , con  $n = 0, 1, 2, \dots, N_h$ , mediante la cual se define el recubrimiento discreto  $I_n = [t_n, t_{n+1}] \subset I$ . Sea  $u_j$  la aproximación en el nodo  $t_j$  de la solución exacta  $y_j := y(t_j)$ . De manera similar, se nota  $f_j$  al valor  $f(t_j, u_j)$  y  $u_0 = y_0$ .

Con las notaciones anteriores detalladas, se define un método numérico de un paso para la aproximación del problema de valor inicial, como un método en el cual  $u_{n+1}$  depende únicamente de  $u_n$  para cualquier  $n \geq 0$ . Caso contrario, una aproximación numérica  $u_n$  se llamará método multipasos. Además de estos dos tipos de métodos, existen los métodos de Runge-Kutta (R-K); estos métodos mantienen la estructura de los métodos de un solo paso y aumentan su precisión al precio de un aumento de las evaluaciones funcionales en cada nivel de tiempo, sacrificando así la linealidad. En general, los métodos de Runge-Kutta son más adecuados que los métodos multilineales para adaptar el tamaño del paso, mientras que estimar el error local para los métodos R-K es más difícil que en el caso de los métodos multilineales.

Un método R-K puede escribirse mediante el siguiente sistema de ecuaciones:

$$u_{n+1} = u_n + h \cdot F(t_n, u_n, h, f),$$

$$F(t_n, u_n, h, f) = \sum_{i=1}^s b_i \cdot K_i,$$

$$K_i = f \left( t_n + c_i \cdot h, u_n + h \sum_{j=1}^s a_{ij} K_j \right),$$

donde  $n$  es un entero positivo,  $i = 1, 2, \dots, s$  y  $s$  es el número de pasos en el método. Los coeficientes  $(a_i)$ ,  $(b_i)$  y  $(c_i)$  están completamente caracterizado por el método y usualmente se construyen como coeficientes que provienen de expansiones de Taylor de orden superior.

En este trabajo se ha usado el método R-K de orden cuatro. Este suele usarse para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales computacionalmente, pues es un método cuyo error por paso es del orden de  $O(h^5)$ , mientras que el error total acumulado tiene el orden  $O(h^4)$ . Por lo tanto, la convergencia del método es del orden de  $O(h^4)$ , lo cual ofrece ventajas

computacionales. Además, como ya se ha mencionado estos métodos adaptan el tamaño del paso más fácilmente en su programación. Explícitamente el método de R-K de cuarto orden se define mediante las siguientes ecuaciones

$$u_{n+1} = u_n + \frac{h}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4),$$

$$K_1 = f(t_n),$$

$$K_2 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, u_n + \frac{h}{2} \cdot K_1\right),$$

$$K_3 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, u_n + \frac{h}{2} \cdot K_3\right),$$

$$K_4 = f(t_{n+1}, u_n + h \cdot K_3).$$

En este trabajo estas ecuaciones han sido implementadas para encontrar la solución numérica del sistema de ecuaciones 2.17 y 2.18 mediante el sistema de cómputo numérico MATLAB.